

**Application d'une version dynamique
de la fonction de coût quadratique
généralisée à la demande de facteurs
énergétiques**

N. KUZONDISA et D. WEISERBS

Working Paper n° 8309

Institut des Sciences Economiques
Institut de Recherches Economiques
D/1983/3082/09

1. Introduction

Le développement de la théorie de la dualité a donné naissance à de nouvelles formes fonctionnelles de système de demande. Simultanément, les hausses importantes des prix du pétrole et du gaz ont suscité un regain d'intérêt pour les applications empiriques de ces systèmes aux facteurs énergétiques. Le modèle translog de Christensen, Jorgenson et Lau (1973) est de loin la spécification la plus couramment utilisée. Pourtant ce modèle ne constitue qu'un cas particulier de la fonction quadratique généralisée d'ordre β introduite par Denny (1974). D'autre part, la présence de facteurs tels les coûts d'ajustement, les attentes adaptatives et l'inertie à court terme des producteurs aux variations des prix relatifs, suggère qu'un modèle dynamique devrait fournir *a priori*, un meilleur outil d'analyse que l'habituelle formulation statique de la théorie classique de la demande.

L'objectif de la présente étude est d'estimer un système de demande d'inputs énergétiques pour divers secteurs industriels belges et, ce faisant, d'illustrer l'importance empirique de fonder la recherche sur la spécification la plus générale disponible. Ainsi, à partir d'une version dynamique de la quadratique généralisée, on examinera la pertinence d'un point de vue statistique d'hypothèses plus restrictives, d'une part sur la structure de la fonction de coût [la fonction translog ou la fonction Léontieff généralisée développée par Diewert (1971)] et d'autre part sur la nature des ajustements dynamiques (schéma d'ajustement partiel ou instantané).

2. Le modèle statique

2.1. Soient Q le niveau d'output, p_i et x_i respectivement le prix et le volume utilisé de l'input énergétique i et C le coût total énergétique ⁽¹⁾. La fonction de coût quadratique généralisée (Q.G.) s'écrit :

(x) Nous avons bénéficié d'utiles remarques et commentaires de deux "referees" anonymes.

(1) Cf. Kuzondisa (1983) pour un exposé détaillé de ce modèle et de la théorie classique qui le sous-tend.

$$C = \left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n b_{ij} (p_i p_j)^{\beta/2} \right]^{1/\beta} Q \quad (1)$$

Le tableau ci-dessous montre les cas particuliers couverts par cette fonction :

	$\beta=0$	$\beta=1$	β libre
$b_{ij} \neq 0$	translog (TR)	Léontieff généralisée (LG)	Quadratique généralisée (QG)
$b_{ij} = 0$ ($i \neq j$)	Cobb-Douglas (CD)	(f. de prod. linéaire)	C.E.S.

Désignant par s_i la part de l'input i dans le coût ($s_i = p_i x_i / C$), l'application du lemme de Shephard conduit au système

$$s_i = \frac{p_i}{C} \cdot \frac{\partial C}{\partial p_i} = \frac{\sum_j b_{ij} (p_i p_j)^{\beta/2}}{\sum_k \sum_j b_{kj} (p_k p_j)^{\beta/2}} \quad ; \quad i, j, k = 1, n \quad (2)$$

Remarquons que l'on peut arbitrairement normaliser les b_{ij} . En l'occurrence, on a choisi $\sum_i b_{ii} = 1$; cette normalisation devenant impérative dans le cas translog (TR).

Rappelons que les élasticités partielles de substitution ou élasticités Allen-Uzawa, σ_{ij} , sont données par

$$\sigma_{ij} = C \frac{\partial^2 C}{\partial p_i \partial p_j} \left[\frac{\partial C}{\partial p_i} \cdot \frac{\partial C}{\partial p_j} \right]^{-1} ,$$

soit pour la quadratique généralisée

$$\sigma_{ij} = 1 - \beta + \frac{\beta}{2} \frac{b_{ij} (p_i p_j)^{\beta/2}}{s_i s_j D} - \lambda \frac{1}{s_i} \left(1 - \frac{\beta}{2} \right) \quad (3)$$

où $\lambda=1$ pour $i=j$ et $\lambda=0$ pour $i \neq j$ tandis D représente le dénominateur de l'expression des s_i [équation (2)]. Par définition, $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ ce qui implique la condition de symétrie $b_{ij} = b_{ji}$. D'autre part la concavité de la fonction de coût requiert $\sigma_{ii} < 0$.

On sait aussi que les élasticités aux prix, ϵ_{ij} , des facteurs de production se déduisent aisément des élasticités partielles de substitution par la relation

$$\epsilon_{ij} = \sigma_{ij} \cdot s_i \quad .$$

2.2. Dans un cadre translog, soit pour β tendant vers zéro, le système des s_i devient (2)

$$s_i = b_{ii} + \sum_{j \neq i} b_{ij} \ln(p_j/p_i) \quad ; \quad i, j=1, n \quad (4)$$

avec

$$\sum_i b_{ii} = 1 \quad ;$$

et

$$\sigma_{ij} = 1 + \frac{b_{ij}}{s_i s_j} \quad , \quad i \neq j \quad ; \quad (5a)$$

$$\sigma_{ii} = 1 - \frac{\sum_{j \neq i} b_{ij}}{s_i^2} - \frac{1}{s_i} \quad , \quad i=j \quad . \quad (5b)$$

Par contre, pour la fonction Léontieff généralisée (LG), soit pour $\beta=1$, on obtient

$$s_i = \frac{\sum_j b_{ij} \sqrt{p_i p_j}}{\sum_k \sum_j b_{kj} \sqrt{p_k p_j}} \quad , \quad i, j, k=1, n \quad , \quad (6)$$

avec la normalisation $\sum_i b_{ii}=1$ et l'expression simplifiée par rapport à (3) des élasticités de substitution :

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{2} \frac{b_{ij} \sqrt{p_i p_j}}{s_i s_j} - \lambda \frac{1}{s_i} \quad . \quad (7)$$

3. Approche dynamique

3.1. Supposons que le système (2) décrive correctement l'équilibre stationnaire d'une industrie donnée à chaque période du temps t et dési-

(2) Cf. Berndt et Khaled (1979).

gnons par $\underline{s}_t^*$ le vecteur des "parts budgétaires" correspondantes :

$$\underline{s}_t^* = [s_{it}^*]$$

où donc

$$s_{it}^* = \sum_j^n b_{ij} (p_{it} p_{jt})^{\beta/2} / \left\{ \sum_k^n \sum_j^n b_{kj} (p_{kt} p_{jt})^{\beta/2} \right\},$$

$$i=1, n ; t=1, T. \quad (8)$$

Postulons ensuite, dans l'esprit d'un mécanisme de correction d'erreurs à la Hendry, que les modifications dans le comportement de courte période des producteurs, exprimé en termes de parts budgétaires, soient fonction d'une part du déplacement de l'équilibre, $\underline{s}_t^* - \underline{s}_{t-1}^*$, et d'autre part, du déséquilibre antérieur, $\underline{s}_{t-1}^* - \underline{s}_{t-1}$. Sous cette hypothèse dynamique assez générale (du moins en absence d'effets de retards d'ordre ≥ 2), la spécification économétrique du modèle (8) devient :

$$\underline{s}_t - \underline{s}_{t-1} = G (\underline{s}_t^* - \underline{s}_{t-1}^*) + D (\underline{s}_{t-1}^* - \underline{s}_{t-1}) + \underline{u}_t \quad (9)$$

où G et D sont les matrices des coefficients d'ajustement dynamiques ($G = [\gamma_{ij}]$; $D = [\delta_{ij}]$) et $\underline{u}_t$ est un vecteur de termes d'erreur aux propriétés classiques :

$$E [u_{it}] = 0, \sum_i u_{it} = 0, E[u_{it}, u_{jt}] = 0 \text{ de rang } n-1 \text{ et}$$

$$E [u_{it}, u_{i\tau}] = 0 \text{ pour } \tau \neq t.$$

Comme par définition la somme des s_{it} et des s_{it}^* est unitaire ^{pour tout}, G et D sont nécessairement de rang maximum n-1. En effet, pour chacune de ces matrices, la somme des éléments de toute colonne est égale à une même constante arbitraire.

3.2. Sans autre restriction sur G et D et tenant compte que $\underline{s}_t^*$ comporte $(n+2)(n-1)/2$ coefficients, le nombre de paramètres à estimer pour le système (9) s'élève à $(5n+2)(n-1)/2$, soit 33 pour $n=4$. Ceci est manifestement

trop étant donné la taille des échantillons disponibles. Dans l'état actuel des statistiques, le chercheur se voit donc contraint d'introduire des restrictions supplémentaires. La plus évidente consiste à traiter G et D comme des matrices diagonales.

En effet la contrainte d'adding-up implique l'existence d'une interdépendance dans les ajustements dynamiques. On pourrait donc considérer comme partiellement redondant la prise en compte d'effets croisés supplémentaires matérialisés par γ_{ij} et δ_{ij} ($i \neq j$).

Soit donc $G = [\gamma_{ii}]$ et $D = [\delta_{ii}]$. Toutefois la contrainte d'adding-up impose alors que $\gamma_{ii} = \gamma$ et $\delta_{ii} = \delta$ pour tout i . Autrement dit, si G et D sont diagonales, toute la structure dynamique est censée être capturée par deux coefficients quel que soit le nombre de facteurs considéré. Le système (9) se simplifie alors en :

$$s_{it} = (1-\delta)s_{it-1} + \gamma s_{it}^* + (\delta-\gamma)s_{it-1}^* + u_{it} \quad (10)$$

3.3. Remarquons cependant que cette hypothèse restrictive sur les comportements dynamiques reste plus générale que le modèle d'ajustement partiel traditionnel ($\delta=\gamma$) et économiquement plus plausible que la pratique consistant à ajouter un trend au système statique, lequel s'obtient en posant $\delta=\gamma=1$. Deux autres cas particuliers sont parfois envisagés : $\gamma=1$ (modèle autorégressif de premier ordre) et $\gamma=1$, $\delta=0$ (modèle en premières différences).

Sous diverses restrictions dynamiques, le système (10) devient respectivement :

1° $\gamma=\delta$ (ajustement partiel) :

$$s_t = \delta s_t^* + (1-\delta) s_{t-1} + u_t \quad (10.1)$$

2° $\gamma=0$ (idem avec élasticités de court terme nulles) :

$$\underline{s}_t = \delta \underline{s}_{t-1}^* + (1-\delta) \underline{s}_{t-1} + \underline{u}_t ; \quad (10.2)$$

3° $\gamma=1$ (modèle autorégressif de premier ordre, $\delta=1-\rho$)

$$\underline{s}_t = \underline{s}_t^* + (\delta-1) \underline{s}_{t-1}^* + (1-\delta) \underline{s}_{t-1} + \underline{u}_t , \quad (10.3)$$

qui peut aussi s'écrire :

$$\Delta \underline{s}_t = \Delta \underline{s}_t^* + \delta (\underline{s}_{t-1}^* - \underline{s}_{t-1}) + \underline{u}_t ;$$

4° $\gamma=0$; $\delta=1$ (modèle statique avec élasticités de court terme nulles) :

$$\underline{s}_t = \underline{s}_{t-1}^* + \underline{u}_t ; \quad (10.4)$$

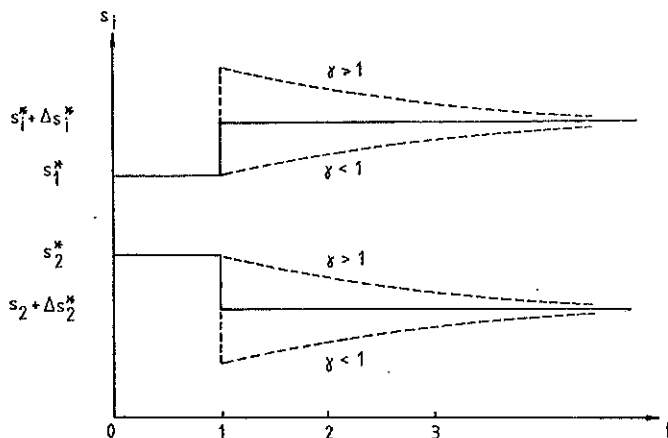
5° $\gamma=1$; $\delta=1$ (modèle statique) :

$$\underline{s}_t = \underline{s}_t^* + \underline{u}_t ; \quad (10.5)$$

6° $\gamma=1$; $\delta=0$ (modèle en premières différences)

$$\Delta \underline{s}_t = \Delta \underline{s}_t^* + \underline{u}_t . \quad (10.6)$$

3.4. Pour que le système (10) soit stable, il faut que δ , le coefficient de correction du déséquilibre antérieur, soit compris dans l'intervalle $]0,2[$. Par ailleurs, γ , qui traduit la manière dont un déplacement de l'équilibre est pris en compte à court terme, doit théoriquement être positif. Une interprétation équivalente de γ est qu'il détermine le rapport des variations des parts budgétaires de court et de long terme pour toute modification des prix d'inputs. Le graphique ci-dessous illustre ceci en décrivant l'évolution dynamique d'un système à deux inputs(...), en posant $\delta=.5$, sous l'hypothèse d'une situation d'équilibre en $t=0$ et d'une variation Δs_1^* , Δs_2^* de cet équilibre en $t=1$ ($\Delta s_1^* > 0$; $\Delta s_1^* + \Delta s_2^* = 0$).



On suppose généralement une certaine inertie dans les ajustements des producteurs aux variations exogènes. Cette inertie s'exprime par une élasticité directe de court terme de la demande (ϵ_{ii}) inférieure, en valeur absolue, à celle de long terme (ϵ_{ii}^*). Remarquons que cette hypothèse d'inertie est compatible aussi bien avec $\gamma > 1$ que $\gamma < 1$. En effet on a, par identité, en tout point :

$$\frac{\partial s_i}{\partial \ln p_j} \equiv s_i (\epsilon_{ij} + \lambda) \quad ,$$

où $\lambda = 1$ si $i=j$ et $\lambda = 0$ si $i \neq j$. On en déduit aisément (puisque $\gamma = \frac{\partial s_i / \partial \ln p_j}{\partial s_i^* / \partial \ln p_j}$)

pour $\gamma > 1$:

$$|\epsilon_{ii}| < |\epsilon_{ii}^*| \quad \text{si} \quad |\epsilon_{ii}^*| < 1 \quad ;$$

$$|\epsilon_{ii}| > |\epsilon_{ii}^*| \quad |\epsilon_{ii}^*| > 1 \quad ;$$

$$|\epsilon_{ij}| > |\epsilon_{ij}^*| \quad ,$$

et les inégalités inverses pour $\gamma < 1$.

3.5. Rappelons enfin que la technique économétrique d'estimation d'un système incorporant une contrainte d'adding-up (telle que $\sum_i u_{it} = 0$) consiste à chercher les valeurs des paramètres qui maximisent la fonction de vraisemblance associée au sous-système des s_{it} pour $i=1, n-1$ (quel que soit le choix de l'équation n) (3).

4. Application économétrique

4.1. Les estimations portent sur deux secteurs industriels belges : sidérurgie et fabrications métalliques. Les facteurs énergétiques considérés sont : 1. électricité; 2. produits pétroliers; 3. houille (et coke); 4. gaz. Les données annuelles de dépenses et d'indices de prix (base 1970) couvrent la période 1960-1980. Nous remercions vivement les Services de Programmation de la Politique Scientifique de nous avoir autorisés à utiliser les données, élaborées par le Bureau du Plan dans le cadre du Programme national R-D Energie*.

(3) Cf. Barten (1969).

* Ces données figurent dans le document "Les consommations d'énergie dans l'industrie - 2 - Modélisation et prévision", Services de Programmation de la Politique Scientifique, 1983, Document distribué par INBEL, rue Montoyer, 4 - 1040 Bruxelles.

4.2. Le facteur gaz soulève un problème particulier. L'introduction du gaz naturel à la fin des années soixante et les modifications technologiques qui l'ont accompagné ont progressivement changé la structure de production et de demande dérivée d'inputs. Différentes techniques permettent de tenir compte de cette apparente "désirabilité" accrue du gaz que ne peuvent évidemment expliquer les mouvements de prix relatifs. Cependant la complexité du modèle et le peu d'observations disponibles contraignent au recours d'une spécification simple de ce facteur temporel. Un "trend" linéaire à partir de 1969 donne des résultats légèrement meilleurs (en termes par exemple des écart-types des régressions) qu'une variable muette (0 de 1961 à 1968 et 1 au-delà) tandis qu'une fonction logistique du temps soulève de très sérieux problèmes de convergence de la méthode d'estimation. Nous avons donc estimé le modèle (10) sous la forme

$$s_{it} = (1-\delta)s_{it-1} + \gamma s_{it}^* + (\delta-\gamma)s_{it-1}^* + \alpha_i T_t + u_t \quad (11)$$

où $\sum_i \alpha_i = 0$ (adding-up) et où $T_t = 0$ si $t < 1969$ et $T_t = t - 1968$ dans le cas contraire ($t = 1961-1980$). On s'attend donc à ce que α_i soit positif pour le gaz et négatif pour tout autre facteur. Insistons cependant, sur le caractère ad hoc de cette procédure. De plus, l'absence d'un effet de saturation dans la "désirabilité" croissante du gaz, même si elle n'a pu être rejetée empiriquement, est théoriquement peu satisfaisante.

4.3. L'importance de la qualité des valeurs initiales des paramètres d'un système non linéaire est bien connue. En particulier, il s'est avéré que les coefficients estimés pour la translog fournissaient un piètre point de départ pour LG ou QG. Pour obtenir des valeurs initiales convenables et réduire le risque de maximum local, nous avons estimé le modèle (11) pour différentes valeurs de β . Ainsi pour les fabrications métalliques, le maximum du logarithme de la fonction de vraisemblance associé à différentes valeurs de β évolue selon une courbe en . Ceci permet d'expliquer pourquoi $\beta = 0$ (TR) provoque une perte en vraisemblance plus faible que $\beta = 1$ (LG) alors que β est largement supérieur à l'unité dans QG ($\beta = 2.4$). En effet TR correspond à un maximum local de la fonction de vraisemblance.

4.4. Combiner les trois spécifications des s_{it}^* avec les six hypothèses dynamiques conduit à dix-huit formes du modèle (11). Il n'est évidemment pas nécessaire de toutes les estimer pour en sélectionner la plus statistiquement plausible. Conditionnellement à la fonction QG, on

examine la perte en vraisemblance associée aux structures de coût TR et LG. Ensuite, conditionnellement à la fonction de coût retenue, on teste, s'il y a lieu (par exemple à la lumière d'un test t), diverses hypothèses de comportement dynamique. Alternativement, on aurait pu analyser la pertinence de restrictions sur γ et δ et conditionnellement à celles-ci, analyser l'implication de $\beta \rightarrow 0$ et $\beta = 1$. En l'occurrence, les deux chemins aboutissent au même résultat mais seul le premier est repris à la table I.

Le test du rapport de vraisemblance (deux fois la différence des logarithmes de la fonction de vraisemblance est distribué χ^2_r où r est le nombre de restrictions ⁽⁴⁾) indique que TR et LG imposent une restriction sur β statistiquement non acceptable par rapport à QG (sauf TR dans les fabrications métalliques si on consent à prendre un seuil de confiance $\alpha \leq .005$). Pour les trois fonctions de coût et les deux secteurs, une seule restriction dynamique peut être raisonnablement envisagée : $\gamma=1$ [cf. équation (10.3)]. Toutefois pour les fabrications métalliques, devant la valeur élevée de l'écart type de γ dans la translog (cf. table II), nous avons aussi estimé TR avec $\gamma=0$ [cf. (10.2)] et avec $\gamma=\delta$ [cf. (10.1)].

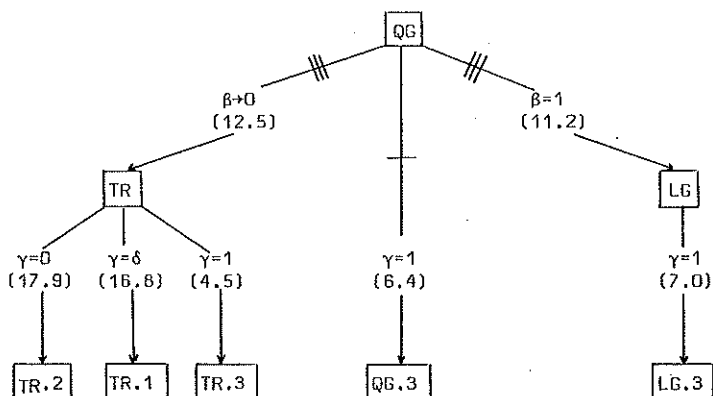
Dans un souci de concision, nous n'avons pas reporté ici les résultats obtenus pour les fonctions Cobb-Douglas et C.E.S. Les restrictions qu'elles impliquent sont nettement rejetées dans les deux secteurs. Notons cependant qu'elles donnent les valeurs de γ plus plausibles, comprises entre .6 et .8, et que dans le secteur des fabrications métalliques, la CES serait acceptée par rapport à l'hypothèse maintenue de structure LG mais non par rapport à la QG.

En conclusion, la spécification retenue dans le secteur sidérurgie est soit la QG ou la QG.3 ($\gamma=1$) selon que l'on choisisse $\alpha > .01$ ou $\alpha < .01$. Selon un critère analogue, on préférera pour les fabrications métalliques QG.3 ou TR.3.

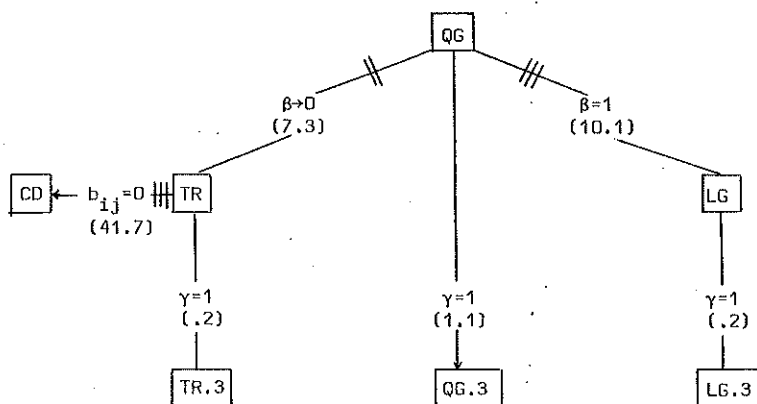
(4) Valeurs critiques du χ^2_1 : 3.84 ($\alpha=.05$) ; 5.03 ($\alpha=.025$) ;
6.63 ($\alpha=.01$) ; 7.88 ($\alpha=.005$) .

Table I. : Test de rapport de vraisemblance (5)

A. SIDERURGIE



B. FABRICATIONS METALLIQUES



(5) Les valeurs obtenues figurent entre parenthèses. Les signes [,] et [||] indiquent un rejet à $\alpha=.05$, $\alpha=.01$, $\alpha=.005$ et suggèrent donc, selon le seuil de confiance choisi, de renoncer au test de restriction supplémentaire.

4.5. Les coefficients (leurs écarts-types entre parenthèses) obtenus pour QG, TR et LG - avec le cas $\gamma=1$ pour les deux premières - figurent à la table II. Les principales caractéristiques de ces résultats sont les suivantes.

a) L'ajustement statistique, en termes des écarts-types des coefficients et des $\bar{R}_i^2$ pour chaque équation i (6), est fort bon pour la sidérurgie et relativement satisfaisant pour les fabrications métalliques. Cependant, il faut mentionner l'instabilité des coefficients que nous avons observée en estimant quelques cas sur une partie de l'échantillon (c'est-à-dire en ignorant les deux premières ou les deux dernières observations). Ceci met en doute la capacité prédictive de ces modèles. Ajoutons que cette instabilité semble inversement proportionnelle à la vraisemblance statistique des divers modèles.

b) On s'étonnera sans doute des valeurs élevées obtenues pour γ . Sauf, par définition, quand on impose $\gamma=1$, toutes les variations des parts budgétaires de court terme apparaissent ici supérieures à celle de long terme. Rappelons, cependant, que ce résultat est compatible avec une inertie dans les ajustements des producteurs aux variations de prix lorsque les élasticités directes d'équilibre de la demande, en valeur absolue, sont inférieures à l'unité (cf. § 3.4 supra). Ceci est d'ailleurs toujours le cas sauf pour la houille dans les fabrications métalliques (à partir de 1974 dans QG, QG3 et LG) (7).

c) De même β est significativement > 2 . Toutefois, β n'a guère d'interprétation économique directe et il n'y a aucune raison pour qu'il soit dans l'intervalle $[0,1]$.

d) Par contre, les α_i ont, conformément aux attentes, un signe négatif à l'exception de α_1 dans les fabrications métalliques. Ils indiquent indépendamment de toute variation de prix $\uparrow$ relatifs, une nette substitution de gaz à la houille en sidérurgie et de gaz et d'électricité aux autres facteurs énergétiques dans les fabrications métalliques.

(6) Nous n'avons pas repris les valeurs de Durbin-Watson qui oscillent entre 1.6 et 2.1.

(7) Un des "referee" suggère que cette valeur élevée de γ pourrait être la conséquence de l'hypothèse maintenue d'homogénéité de degré un de la fonction de coût.

Table II.

	SIDERURGIE					FABR. METAL.				
	QG	QG3	LG	TR	TR3	QG	QG3	LG	TR	TR3
b ₁₁	-.050 (.061)	-.057 (.080)	-.265 (.127)	.189 (.006)	.177 (.006)	2.200 (2.158)	1.505 (.836)	1.107 (.564)	.527 (.023)	.523 (.021)
b ₁₂	.031 (.016)	.036 (.019)	.048 (.016)	-.001 (.002)	-.006 (.006)	2.221 (2.814)	1.590 (1.426)	.097 (.214)	-.112 (.049)	-.123 (.030)
b ₁₃	.517 (.108)	.497 (.241)	.867 (.026)	-.009 (.016)	-.075 (2.512)	1.494 (2.512)	.865 (1.173)	.150 (.499)	-.038 (.067)	-.041 (.099)
b ₁₄	-.005 (.009)	-.002 (.009)	.076 (.033)	.0001 (.001)	.001 (.009)	-.140 (.0186)	-.091 (.081)	-.141 (.121)	-.020 (.027)	-.023 (.029)
b ₂₂	-.081 (.013)	-.049 (.012)	-.090 (.035)	.430 (.008)	.058 (.005)	-.203 (.428)	-.085 (.114)	.219 (.181)	.283 (.020)	.292 (.010)
b ₂₃	.189 (.034)	.177 (.034)	.222 (.034)	-.002 (.006)	-.018 (.009)	1.056 (1.397)	.628 (.561)	.361 (.380)	.003 (.035)	-.006 (.036)
b ₂₄	-.018 (.006)	-.015 (.006)	-.008 (.014)	-.001 (.004)	-.014 (.005)	.016 (.055)	.010 (.034)	-.039 (.054)	-.017 (.010)	-.020 (.010)
b ₃₃	1.132 (.073)	1.121 (.089)	1.434 (.192)	.681 (.034)	.719 (.022)	-.886 (1.710)	-.407 (.733)	-.312 (.856)	.181 (.029)	.176 (.028)
b ₃₄	.156 (.034)	.125 (.031)	.272 (.096)	-.007 (.021)	-.025 (.023)	.280 (.351)	.171 (.138)	.221 (.185)	.034 (.028)	.040 (.029)
b ₄₄	-.021 (-)	-.015 (-)	-.079 (-)	-.300 (-)	.046 (-)	-.031 (-)	-.013 (-)	-.014 (-)	.009 (-)	.009 (-)
α_1 (.10 ⁻²)	-.020 (.063)	.010 (.072)	-.156 (.040)	-.171 (.046)	-.070 (.045)	.716 (.325)	.847 (.359)	.841 (.385)	.590 (.338)	.646 (.336)
α_2 (.10 ⁻²)	-.156 (.036)	-.185 (.037)	-.085 (.032)	-.077 (.036)	-.136 (.033)	-.743 (.211)	-.884 (.180)	-.848 (.267)	-.762 (.256)	-.845 (.201)
α_3 (.10 ⁻²)	-1.479 (.215)	-1.283 (.246)	-.534 (.154)	-.287 (.193)	-.585 (.214)	-.740 (.311)	-.734 (.344)	-.816 (.346)	-.603 (.318)	-.591 (.329)
β	2.292 (.216)	2.662 (.285)	1 (-)	- (-)	- (-)	2.402 (.441)	2.918 (.352)	1 (-)	- (-)	- (-)
γ	1.345 (.132)	1 (-)	3.630 (.977)	8.879 (27.2)	1 (-)	1.286 (.251)	1 (-)	1.189 (.286)	1.128 (.295)	1 (-)
δ	.832 (.108)	.691 (.123)	.372 (.075)	.278 (.076)	.326 (.098)	.534 (.114)	.541 (.117)	.555 (.122)	.470 (.116)	.482 (.115)
$\bar{R}_1^2$	.928	.934	.955	.965	.956	.609	.663	.671	.658	.650
$\bar{R}_2^2$	.845	.873	.806	.763	.787	.658	.864	.808	.839	.844
$\bar{R}_3^2$	.909	.900	.924	.925	.898	.722	.728	.721	.717	.715
$\bar{R}_4^2$	.962	.959	.986	.984	.955	.971	.969	.971	.971	.971

4.6. La modélisation de la demande de facteurs vise généralement le double objectif de prévision et de simulation. En supposant une structure de coût constante, on peut déterminer à partir des coefficients estimés, l'évolution des parts dans le coût total de chaque input pour différentes hypothèses sur les prix futurs. Alternativement, ces mêmes coefficients permettent de calculer les élasticités de substitution de court et de long terme et ainsi les réactions aux prix correspondantes des dépenses pour chaque input dans le voisinage d'un vecteur de prix. Sans doute, le lecteur considérera trivial cet énoncé. Néanmoins, il rappelle implicitement que l'instabilité des coefficients estimés se retrouve dans les élasticités et qu'on ignore le plus souvent, en discutant les valeurs des élasticités, les variances et covariances des coefficients sur lesquels elles sont basées. Enfin, rappelons que des parts budgétaires très faibles conduisent fréquemment à des élasticités directes très élevées. C'est notamment le cas des produits pétroliers en sidérurgie.

Tout ceci doit être gardé à l'esprit en examinant les élasticités présentées aux tables IIIA et IIIB. Elles ont été calculées pour trois observations des p_{it} : 1970, 1974 et 1979. Les s_i représentent les parts calculées pour ces années. Il ne serait pas correct, en effet, d'estimer des élasticités à partir des s_{it} observés, celles-ci ne correspondant exactement aux coefficients estimés que si $u_t=0$.

On a coutume d'étiqueter les inputs "substituts" ou "compléments" selon que σ_{ij} soit positif ou négatif. Ceci devient toutefois assez problématique lorsque le signe de σ_{ij} change au cours du temps comme c'est le cas ici avec la translog.

Les conditions de négativité ($\sigma_{ii} < 0$) ne sont pas satisfaites dans le secteur sidérurgie à partir de 1972 (QG) et de 1976 (QG3 et TR3). Pour les modèles et les années où les élasticités de substitution partielles sont théoriquement plausibles, on notera que la houille (+coke) apparaît naturellement l'input le moins élastique aux prix. Seul le gaz exhibe des liens de complémentarité généralement avec les produits pétroliers (sauf TR) parfois avec l'électricité, ce résultat étant pour le moins curieux d'un point de vue technique.

Table IIIA. Elasticités partielles de substitution (sidérurgie) (a)

	σ_{11}	σ_{12}	σ_{13}	σ_{14}	σ_{22}	σ_{23}	σ_{24}	σ_{33}	σ_{34}	σ_{44}	ε_1	ε_2	ε_3	ε_4
QG (1970)	-1.13	.097	.455	-1.45	-7.59	.853	-3.26	-.102	.022	-.960	.178	.053	.695	.074
QG (1974)	-7.31	.297	.569	-1.34	-12.0	1.62	-2.08	.163	-.818	-.449	.127	.059	.671	.143
QG (1979)	-7.51	1.39	.828	-1.36	-33.6	4.32	-3.05	.574	-.581	-1.06	.130	.028	.565	.278
QG3 (1970)	-.715	.264	.342	-1.73	-4.17	.760	-3.78	-.013	.035	-.940	.179	.053	.699	.069
QG3 (1974)	-.242	.516	.332	-1.68	-11.1	1.93	-2.44	.169	-1.24	-.084	.130	.057	.667	.145
QG3 (1979)	.143	2.06	.661	-1.69	-34.2	5.17	-3.69	.836	-.914	-1.22	.131	.026	.563	.280
LG (1970)	-3.92	.647	.884	.784	-13.6	.762	-.281	-.343	.706	-9.22	.176	.053	.703	.069
LG (1974)	-5.49	.909	1.13	.398	-15.5	.863	-.142	-.305	.322	-4.05	.126	.052	.687	.136
LG (1979)	-5.23	1.36	1.28	.283	-31.0	1.77	-.163	-.296	.281	-2.03	.131	.029	.566	.274
TR (1970)	-4.33	.432	.926	1.00	-16.8	.950	.678	-.382	.858	-11.5	.177	.052	.700	.071
TR (1974)	-6.27	.900	.896	1.00	-17.6	.946	.820	-.410	.924	-6.08	.127	.050	.691	.133
TR (1979)	-6.08	.833	.877	1.00	-29.4	.887	.848	-.706	.955	-2.56	.131	.029	.568	.273
TR3 (1970)	-2.12	.385	.402	1.09	-4.63	.533	-3.15	-.179	.431	-5.22	.177	.053	.707	.063
TR3 (1974)	-1.98	.155	.146	1.05	-4.57	.507	-.863	-.222	.735	-4.14	.129	.053	.676	.142
TR3 (1979)	-2.02	-.652	.002	1.03	7.31	-.184	-.914	-.403	.637	-2.11	.133	.026	.564	.277

(a) 1=électricité; 2=produits pétroliers; 3=houille et coke; 4=gaz.

Table IIIB. Elasticités partielles de substitution (fabrications métalliques)

	σ_{11}	σ_{12}	σ_{13}	σ_{14}	σ_{22}	σ_{23}	σ_{24}	σ_{33}	σ_{34}	σ_{44}	$\hat{s}_1$	$\hat{s}_2$	$\hat{s}_3$	$\hat{s}_4$
QG (1970)	-.196	.264	.706	-2.09	-1.09	1.55	-1.24	-4.66	3.75	-1.46	.541	.273	.145	.041
QG (1974)	-.429	.516	.844	-1.56	-1.55	4.01	-1.33	-7.77	1.63	-.564	.484	.292	.131	.093
QG (1979)	-.581	1.11	1.87	-1.62	-1.92	10.9	-1.25	-18.9	3.52	-.688	.570	.170	.083	.176
QG3 (1970)	-.098	.205	.341	-2.72	-.450	1.42	-1.75	-2.84	4.06	-7.72	.551	.270	.138	.041
QG3 (1974)	-.416	.486	.395	-2.09	-.860	4.60	-1.85	-5.49	1.27	-2.96	.490	.291	.127	.092
QG3 (1979)	-.605	1.31	1.28	-2.22	-.190	12.1	-1.73	-13.0	4.20	-.243	.571	.166	.085	.178
LG (1970)	-.106	.150	.384	-1.39	-1.22	1.94	-.799	-5.87	7.58	-14.3	.544	.259	.156	.040
LG (1974)	-.241	.152	.525	-.460	-.926	2.74	-.286	-9.40	3.64	-5.26	.481	.299	.121	.100
LG (1979)	-.273	.220	.656	-.366	-.929	6.63	-.421	-17.0	4.65	-3.05	.576	.166	.084	.174
TR (1970)	-.257	.226	.526	.066	-.966	1.07	-.674	-5.65	6.82	-22.2	.547	.265	.149	.039
TR (1974)	-.327	.232	.318	.575	-.926	1.08	.389	-7.58	4.08	-9.03	.492	.297	.115	.086
TR (1979)	-.220	-.173	.191	.801	-.415	1.21	.396	-10.9	3.36	-4.61	.577	.166	.082	.175
TR3 (1970)	-.201	.159	.484	-.046	-.866	.654	-.867	-5.58	6.01	-22.9	.550	.266	.145	.040
TR3 (1974)	-.257	.166	.246	.528	-.868	.828	.320	-7.55	4.77	-9.08	.496	.297	.110	.097
TR3 (1979)	-.172	-.297	.152	.774	-.254	.592	.315	-9.97	3.74	-4.66	.577	.164	.084	.175

1=électricité; 2=produits pétroliers; 3=houille et coke; 4=gaz.

Dans le secteur fabrications métalliques, tous les σ_{ii} sont bien négatifs. La houille est, cette fois, le facteur le plus élastique aux prix. Quand des liens de complémentarité apparaissent, c'est à nouveau pour le gaz mais jamais avec la houille.

4.7. Ajoutons quand même que les variations brutales des parts budgétaires que l'on observe d'une année à l'autre et parfois, pour la même année, d'un secteur à l'autre, laissent planer un certain doute, peut-être non fondé, sur la fiabilité des données.

V. Conclusion

Nous avons au moins partiellement atteint les objectifs de cette étude. La quadratique généralisé a surtout permis le rejet de fonctions de coûts particulières (translog, Léontieff généralisée, CES, Cobb-Douglas). En ceci au moins elle s'avère un outil empirique fort utile. D'autre part, la prise en compte d'effets dynamiques a très sensiblement amélioré la qualité des estimations. On soulignera à cet égard que le schéma d'ajustement partiel n'est jamais accepté par rapport à la spécification plus générale que constitue le mécanisme de correction d'erreurs. Mais dans l'ensemble, les résultats sont assez décevants. On a peine à croire en la valeur de certaines élasticités et, en particulier, que les élasticités aux prix de court terme soient supérieures à celles de long terme.

Un des auteurs de la présente étude soutient qu'un modèle à générations de capital constitue intuitivement une approche plus plausible - mais hélas économétriquement très ardue - que la démarche néo-classique traditionnelle. Cependant, les deux auteurs s'accordent pour affirmer que ce n'est qu'en raffinant une théorie qu'on peut en apprécier toutes les limites.

Références

- BARTEN, A.P. (1969), Maximum Likelihood Estimation of a Complete System of Demand Equations, European Economic Review, vol. 1 , pp.7-73.
- BERNDT, E.R. and KHALED, M.S. (1979), Parametric Productivity Measurement and Choice Among Flexible Functional Forms, Journal of Political Economy, vol. 87 , pp. 1220-1246.
- CHRISTENSEN, L.R., JORGENSEN, D.W. and LAU, L. (1973), Transcendental Logarithmic Production Frontiers, Review of Economics and Statistics, vol. LV , pp. 28-45.
- DENNY, M. (1974), The Relationship Between Functional Forms for the Production System, Canadian Journal of Economics, vol. VII, pp. 21-31.
- DIEWERT, W.E. (1971), An Application of the Shephard Duality Theorem : A Generalized Leontief Production Function, Journal of Political Economy, vol. 79 , pp. 481-507.
- KUZONDISA, M.N. (1983), Modélisation du système de demande industrielle d'inputs énergétiques : approche duale et application sectorielle, Dissertation doctorale, Université Catholique de Louvain.