

CONTRAINTES MNÉSIQUES DANS LE CALCUL CHEZ L'ADULTE ET L'ENFANT EN DÉVELOPPEMENT

INTRODUCTION

Le rôle joué par la mémoire de travail dans pratiquement tous les processus cognitifs n'est plus à souligner. Il n'est donc pas surprenant que cette composante cognitive joue également un rôle essentiel dans la plupart des apprentissages de l'enfant (par exemple, au niveau de l'acquisition du vocabulaire, de la lecture ou de la compréhension de texte). Dans le domaine des troubles d'apprentissage, des capacités faibles de mémoire de travail sont fréquemment citées comme pouvant rendre compte, en partie au moins, de la survenue de certains troubles d'apprentissage (voir, par exemple, les travaux sur la dysphasie et la dyslexie revus par Gathercole et Baddeley, 1993). Ce chapitre portera sur le rôle de la mémoire de travail dans les traitements numériques et, plus précisément, dans le calcul. Dans un premier temps, nous présenterons une brève synthèse des travaux montrant l'implication de la mémoire de travail dans la réalisation de calculs simples ou complexes chez l'adulte sain. Nous examinerons ensuite, dans quelle mesure ce composant cognitif contraint les performances des enfants dans des tâches numériques. Enfin, nous présenterons les travaux ayant comparé les capacités de mémoire de travail d'enfants présentant ou non des difficultés d'apprentissage en mathématique. Nous clôturerons

1. Fonds National de la Recherche Scientifique - Unité de Cognition et Développement - Faculté de psychologie - Université Catholique de Louvain - 1, place Cardinal Mercier - 1348 Louvain-la-Neuve, Belgique
marie-pascale.noel@psp.ucl.ac.be

Remerciement : L'auteur a bénéficié d'un support du Fond National de la Recherche Scientifique de Belgique, ainsi que d'une action de recherche concertée (ARC #01/06-267).

ce chapitre en proposant une interprétation théorique du lien entre capacités de mémoire de travail limitées et dyscalculie.

Pour commencer, nous aimerions rappeler en quelques mots ce qu'est la mémoire de travail, ou plus précisément, la conception à laquelle nous nous référerons ici, soit, celle proposée par Baddeley et Hitch (1974; Baddeley, 1992). Ce modèle propose une architecture composée d'un administrateur central et de deux systèmes esclaves : la boucle phonologique et le registre visuo-spatial. Le rôle de ces deux derniers composants est de maintenir de manière temporaire, mais active, des informations de nature, respectivement, phonologique et visuo-spatiale. Quant à l'administrateur central, il a un rôle de gestionnaire : il coordonne différentes activités mentales, règle le passage d'un type de traitement à un autre, maintient et manipule des informations issues de la mémoire à long terme et enfin, dirige l'attention vers certains types de stimuli plutôt que d'autres (voir Baddeley, 1996). Tout comme les systèmes esclaves, l'administrateur central a une capacité limitée. Cette caractéristique a été largement utilisée par les psychologues expérimentalistes dans la méthode des doubles tâches. En effet, pour montrer l'implication d'une composante donnée de la mémoire de travail (par exemple, de la boucle phonologique) dans un traitement cognitif particulier (par exemple, la lecture), il suffit de montrer que la qualité ou la vitesse de ce traitement (soit, de la lecture) est altérée par l'ajout d'une autre tâche qui, typiquement, consomme des ressources de la composante cible de mémoire de travail (par exemple, la rétention en mémoire d'une séquence de lettres). Comme dans d'autres domaines, cette méthode de la double tâche a été largement utilisée dans les travaux menés chez l'adulte en vue d'identifier les composantes de la mémoire de travail à l'œuvre dans le calcul.

IMPLICATION DE LA MÉMOIRE DE TRAVAIL DANS LE CALCUL CHEZ LE SUJET ADULTE

Chez l'adulte, la mémoire de travail intervient de manière importante dans la réalisation des calculs mentaux complexes (soit, à plusieurs chiffres, pour une revue, voir Noël, Désert, Aubrun et Seron, 2001). Il est bien évident que calculer mentalement la somme de 125 et de 348 exige un maintien temporaire d'informations, en particulier, des opérandes du problème si celles-ci ne sont plus visibles et des résultats des calculs intermédiaires. La question qui se pose alors est celle de savoir quels sont les composants de la mémoire de travail qui sont à l'œuvre lors de cette activité cognitive.

Utilisant la méthode des doubles tâches décrite ci-dessus, Logie, Gilhooly, et Wynn (1994) montrent que la réalisation d'additions de nombres à deux chiffres est nettement perturbée par l'ajout d'une tâche de génération aléatoire de lettres (taxant l'administrateur central et la boucle phonologique), mais également, bien que dans une moindre mesure, par une tâche de suppression articulatoire (répétition continue d'une lettre pour interférer avec le fonctionnement de la boucle phonologique). Ces effets sont observés lorsque les problèmes sont présentés oralement ou écrits en chiffres. L'étude de Fürst et Hitch (2000) confirme ce rôle de la boucle phonologique dans le maintien des termes du problème initial.

Une conclusion similaire est également tirée par notre étude (Noël *et al.*, 2001). Dans celle-ci, nous avons manipulé la proximité visuelle et phonologique des deux nombres à trois chiffres que des sujets adultes devaient additionner mentalement. Il s'est avéré que les sujets produisaient plus d'erreurs et étaient nettement plus lents lorsqu'ils devaient additionner des nombres dont les représentations phonologiques étaient proches. En revanche, aucun impact du degré de proximité visuelle des chiffres constituant l'addition n'était observé.

D'autres travaux ont porté sur la maîtrise des reports dans la réalisation de calculs complexes. Les études de Ashcraft et Kirk (2001), Fürst et Hitch (2000) et De Rammelaere (2002) mettent toutes en évidence un rôle important de l'administrateur central dans la gestion des reports. En effet, l'ajout d'une seconde tâche monopolisant des ressources de l'administrateur central entraîne un coût cognitif significatif et croissant avec le nombre de reports à traiter. En revanche, l'ajout d'une tâche impliquant la boucle phonologique n'a pas d'effet interagissant avec le nombre de report.

Ces travaux soulignent donc l'importance de la boucle phonologique dans le maintien de la représentation des problèmes et de l'administrateur central dans la réalisation des calculs complexes, y compris la gestion des reports.

La réalisation de calculs simples semble exiger moins de ressources. En effet, dans la grande majorité des cas, l'adulte récupère simplement la réponse au problème en mémoire à long terme. L'implication de la mémoire de travail pourrait donc être réduite. Pourtant, le modèle du triple code de Dehaene (1992) suppose que les problèmes et les réponses associées seraient codés en mémoire à long terme sous la forme de routines verbales. Ainsi, lorsque le calcul « 3×4 » est présenté en chiffres arabes, une conversion de cette représentation visuelle arabe dans la représentation phonologique correspondante serait nécessaire pour récupérer la représentation phonologique de la solution. Suivant cette hypothèse, on devrait s'attendre à une implication de la boucle phonologique à ce niveau (puisque'un de ses rôles est justement de recoder verbalement du matériel présenté visuellement). Plusieurs études ont mesuré l'impact d'une charge de la boucle phonologique lors de la réalisation de calculs simples. Certaines ont observé un effet limité (Lemaire, Abdi, & Fayol, 1996) effet uniquement lié aux items corrects dans une tâche de vérification) mais la plupart n'ont mis en évidence aucun effet (De Rammelaere, Stuyven, & Vandierendonck, 1999, 2001, Seitz & Schumann-Hengsteler, 2000). C'est également le cas d'une étude (non publiée) que nous avons menée en collaboration avec Stéphanie Kleinen. Dans cette expérience, des adultes étaient invités à vérifier l'exactitude de multiplications simples (par exemple, $5 \times 8 = 50$?) dans trois conditions : une condition contrôle, une condition d'écoute d'un discours distracteur et une condition de suppression articulatoire (répéter de manière continue la syllabe « bla »). Aucune différence de performance n'a été observée entre ces trois conditions. Il semble donc que la boucle phonologique joue un rôle non significatif dans la réalisation de calculs simples. Cette conclusion est valable pour la grande majorité des calculs simples. Toutefois, si on s'intéresse aux quelques items résolus par stratégie de comptage plutôt que par récupération en mémoire à long terme de la réponse, un profil différent apparaît. En effet, Hecht (2002) a montré que l'ajout d'une tâche de suppression articulatoire ou de génération aléatoire de lettres (ce qui charge à la fois la boucle

phonologique et l'administrateur central) ralentissait le comptage mis en œuvre pour ces items, mais n'affectait en rien les items résolus par récupération en mémoire de la réponse.

D'autres études ont cherché à mettre à l'épreuve l'implication de l'administrateur central dans la réalisation de calculs simples. Ces recherches (Ashcraft, Donley, Halas, & Vakali, 1992 ; De Rammelaere, Stuyven, & Vandierendonck, 1999, 2001 ; De Rammelaere & Vandierendonck, 2001 ; Hecht, 2002 ; Lemaire, Abdi & Fayol, 1996 ; Seitz & Schumann-Hengsteler, 2000) ont montré une diminution des performances de calcul suite à l'ajout d'une tâche secondaire monopolisant des ressources de l'administrateur central. Ce type de résultat a été observé dans des tâches de vérification et de production, pour des opérations d'additions et de multiplications, avec des tâches concurrentes de type verbal (par exemple, génération aléatoire de lettres) ou non verbal (par exemple, produire une séquence de frappes irrégulières).

Selon De Rammelaere (2002), l'administrateur central opérerait au moment de la sélection de la réponse. En effet, la présentation d'un calcul (par exemple, 3×4) active de manière automatique la réponse correcte (12) mais aussi des réponses fausses associées à ce calcul (par exemple, 15, 16, 7...). L'administrateur central devrait donc gérer la sélection de la réponse correcte en inhibant les compétiteurs. Toutefois, une manipulation de la plausibilité des compétiteurs en vérification (soit proposer des réponses fausses proches ou éloignées de la réponse correcte) ne modifie pas l'effet délétère de la double tâche, ce qui ne correspond pas parfaitement aux attentes issues de l'interprétation de De Rammelaere.

En conclusion, l'administrateur central semble intervenir dans la réalisation des petits calculs à un chiffre et dans les calculs plus complexes. Dans ce dernier cas, l'administrateur central semble également intervenir dans la gestion des reports. La boucle phonologique serait utilisée pour maintenir les représentations du problème dans le cas de calculs complexes, mais n'interviendrait pas dans la gestion des reports ni dans la réalisation de calculs simples. Enfin, le rôle du calepin visuo-spatial n'a pas fait l'objet d'études significatives.

RÔLE DE LA MÉMOIRE DE TRAVAIL DANS LES ACTIVITÉS DE CALCUL CHEZ L'ENFANT.

Chez le jeune enfant, même un calcul simple exige, dans la majorité des cas, la mise en œuvre d'un algorithme complexe. Ainsi, pour additionner 3 et 5, le jeune enfant va compter 3 doigts à une main, 5 doigts à l'autre et puis recompter l'ensemble pour obtenir la somme (stratégie dite du comptage du tout). Plus tard, l'enfant pourra compter à partir du premier terme, soit pour $3 + 5$, compter à partir de 3... 4, 5, 6, 7, 8. Une technique plus économique encore consistera à débiter le comptage non plus au premier terme du calcul, mais au plus grand (par exemple, pour $3 + 5$, il comptera à partir de 5, soit 5... 6, 7, 8). Enfin, progressivement, une série de résultats se fixeront en mémoire à long terme et des processus de décomposition seront possibles pour les calculs non encore mémorisés (par exemple, pour $3 + 8$, l'enfant pourra décomposer en $3 + (7 + 1)$ ce qui donne $10 + 1$).

Dans ce contexte de résolution laborieuse, on peut se poser la question de savoir si les limites de calcul sont ou non liées aux contraintes mnésiques de l'enfant. Pour Klein et Bisanz (2000), c'est clairement le cas chez des bambins de 4 ans. En effet, lorsque ces petits enfants sont invités à réaliser des additions ou soustractions présentées de manière non verbale¹, le niveau d'exactitude est très fortement lié ($r_{22}=0,88$) à la taille de l'ensemble représentationnel, soit le nombre maximal d'unités à conserver en mémoire de travail pendant la résolution d'un problème (par exemple, cette taille est de 4 pour le problème 3+1 ou 2+2 mais de 4 également pour le problème 4-2 ou 4-3). Les échecs dans cette tâche arithmétique seraient donc liés aux limites de la mémoire de travail.

L'importance des contraintes mnésiques dans la réalisation des calculs est également soulignée par Adams et Hitch (1998). Ces auteurs se sont intéressés à une population d'enfants plus âgés de 3^e (8 ans) et de 6^e année primaire (11 ans). Ces élèves étaient soumis à des listes d'additions de plus en plus longues comportant ou non des reports (soit 8+1, 21+7, 122+3,... vs, 5+9, 23+9, 127+4,...). Ces items étaient présentés oralement et les auteurs mesuraient la longueur maximale des calculs que les enfants étaient capables de réaliser correctement. Ces calculs étaient présentés dans trois conditions: (1) sans tâche concurrente, (2) tout en répétant une syllabe dépourvue de signification, et (3), tout en frappant le doigt de manière répétée sur la table. Les résultats obtenus montrent qu'à tout âge, les enfants sont grandement affectés par la tâche de suppression articulatoire (la condition 3 ne différait pas de la condition 1). Cet effet d'interférence montre donc l'importance du rôle joué par la boucle phonologique dans la réalisation d'additions orales et ce, quel que soit le niveau d'expertise en calcul des sujets. Malheureusement, comme les opérations étaient présentées oralement, il est possible que la boucle phonologique soit intervenue dans le maintien des données du problème plutôt qu'au niveau de la réalisation du calcul lui-même. Un commentaire d'Adams (1997, cité par Adams & Hitch, 1998) suggère que c'est effectivement le cas. En effet, une mesure de suppression articulatoire donne lieu à une diminution de performance comparable à celle, rapportée ci-dessus lorsque les enfants doivent, non plus réaliser les calculs, mais simplement les retenir.

En résumé, l'étude de Klein et Bisanz (2000), tout comme celle de Adams et Hitch (1998) montrent combien les résultats en calcul peuvent être contraints, chez l'enfant, par leurs capacités très limitées de mémoire de travail. Toutefois, d'autres travaux seront nécessaires pour isoler les composantes impliquées au cours du développement de l'enfant et identifier leur rôle dans les différentes étapes du calcul.

DÉFICIT DE LA MÉMOIRE DE TRAVAIL CHEZ DES ENFANTS DYSCALCULIQUES

Étant donné l'importance de la contrainte mnésique dans la capacité à réaliser correctement des calculs, une série de recherches a mis à l'épreuve l'hypothèse d'un déficit des capacités de mémoire de travail dans le cas des

1. Par exemple, pour l'opération "3-2", l'expérimentateur plaçait 3 objets sur un tapis puis les recouvrait d'une boîte. Ensuite, il retirait de manière visible, 2 objets à ce premier ensemble. L'enfant était ensuite invité à constituer une collection d'objets équivalente à celle qui était cachée dans la boîte.

enfants dyscalculiques. En effet, l'observation de limites à ce niveau pourrait éventuellement rendre compte des difficultés de calcul.

Une première série de recherches s'est intéressée à la capacité de la boucle phonologique. Geary, Brown, et Samaranayake (1991) ainsi que Hitch et McAuley (1991) ont observé un empan de chiffres à l'endroit inférieur chez des enfants en difficulté d'apprentissage mathématique par rapport à des enfants contrôles.

D'autres travaux ont portés plus spécifiquement sur la composante « administrateur central » de la mémoire. En particulier, Siegel et Ryan (1989) ont comparé des écoliers faibles en mathématique à d'autres sans difficulté d'apprentissage, ou bien présentant des difficultés de lecture ou encore des troubles de l'attention. Deux tâches étaient utilisées : l'empan de phrases² et l'empan de comptage³, toutes deux exigeant à la fois maintien et traitement d'information. Il apparaît que les mauvais lecteurs présentent des scores plus faibles que le groupe contrôle et le groupe avec difficulté attentionnelle pour les deux types d'empan. En revanche, les enfants faibles en mathématique ont des performances inférieures pour l'empan de comptage mais pas pour l'empan de phrases. Pour Siegel et Ryan, ces résultats indiquent une correspondance entre troubles d'apprentissage et déficit au niveau d'une mémoire de travail spécifique. Les pauvres lecteurs seraient mauvais dans les deux tâches parce que toutes les deux exigent la rétention d'un matériel verbal alors que les enfants faibles en mathématique seraient médiocres dans la seule tâche qui nécessite la rétention d'un matériel numérique, à savoir l'empan de comptage.

Cette conclusion sera toutefois critiquée par Hitch et McAuley (1991). Ces auteurs sélectionnent une série de tâches permettant d'évaluer chacune des sous-composantes de l'épreuve d'empan de comptage. Un empan de chiffres à l'endroit permet d'évaluer la composante mnésique, des mesures de vitesse de comptage (réciter les nombres de 1 à 20, réciter les nombres pairs de 2 à 20, compter des collections de points) rendent compte de l'efficacité du traitement mis en jeu dans l'empan de comptage. Enfin, une mesure non spécifique de vitesse articulatoire (répétition de mots polysyllabiques) est également incluse. De ces différentes tâches, il ressort que les enfants faibles en mathématique ont un empan de chiffres plus bas que les sujets contrôles mais aussi que leur comptage est moins rapide. Enfin, ces deux résultats ne peuvent s'expliquer par une faiblesse générale de la vitesse articulatoire. La difficulté rencontrée par les enfants mauvais en calcul dans les empan de comptage ne serait donc pas nécessairement due à leur difficulté de mener à bien conjointement la mémorisation et le traitement d'information numérique, tâche typique de l'administrateur central, puisque chacune de ces opérations, prise de manière isolée leur poserait déjà problème.

En résumé, ces premières études montrent une faiblesse de la boucle phonologique chez des enfants en difficulté mathématique. Pour ce qui est de l'administrateur central, la situation est moins claire. En effet, les études ayant

2. Une série de phrases est lue à l'enfant qui doit les compléter en donnant le dernier mot manquant. L'enfant doit ensuite répéter dans l'ordre ces mots finaux.

3. Des planches sur lesquelles sont dessinés des points bleus et jaunes sont présentées à l'enfant ; celui-ci compte les points jaunes et doit, à la fin de la série de planches, rappeler dans l'ordre le cardinal de chaque planche.

montré des déficits ont utilisé la tâche d'empan de comptage. Or, celle-ci met en jeu l'activité de dénombrement qui, elle-même, serait moins performante chez les enfants dyscalculiques. Dans un travail mené en collaboration avec Chantal Verstraete, nous avons justement voulu contraster des tâches évaluant les capacités de l'administrateur central, selon qu'elles portaient ou non, sur du matériel numérique. Dans ce but, des enfants dyscalculiques ($n=25$) et des enfants contrôles ($n=25$, appariés au niveau de l'âge chronologique) ont été soumis à deux tâches numériques (l'empan de comptage et l'empan de chiffres en ordre indirect) et deux tâches non-numériques (l'empan de phrases et le catégospan⁴). Les deux tâches numériques ont donné lieu à des performances plus faibles dans le cas des enfants dyscalculiques (empan de comptage : $2,33 \pm 0,84$ versus $3,08 \pm 0,89$, $t(45)=2,99$, $p=0,004$; empan de chiffres en ordre indirect : $2,54 \pm 0,41$ versus $3,17 \pm 0,64$, $t(46)=4,03$, $p<0,0001$). Des résultats moins nets étaient obtenus pour les deux tâches non-numériques puisqu'une faiblesse était observée dans l'empan de phrases ($2,10 \pm 0,61$ versus $2,58 \pm 0,28$, $t(46)=3,49$, $p<0,005$) mais pas dans le catégospan ($3,12 \pm 0,79$ versus $3,32 \pm 0,55$, $t(41) < 1$, ns).

La portée de ces premières études va cependant être critiquée par Bull et Johnston (1997). Ces auteurs montrent, chez un groupe d'enfants tout-venant, que si les performances en mathématique sont corrélées avec les capacités mnésiques (corrélation de l'ordre de 0,50 pour les mesures de la boucle phonologique et de 0,28 pour l'empan de comptage), ces corrélations chutent de manière dramatique lorsque le niveau de lecture est pris en considération. Or, plusieurs études épidémiologiques montrent que la moitié environ des enfants dyscalculiques présentent également une dyslexie (Badian, 1983 et de Lewis, Hitch & Walker, 1994). Sachant que les difficultés dans l'apprentissage de la lecture sont associées à un déficit de mémoire de travail, il est possible que les compétences mnésiques faibles observées chez les enfants dyscalculiques soient dues à la présence d'enfants dyslexiques dans ce groupe clinique. Ce type de biais a ainsi pu jouer dans l'étude de Geary et coll. (1991) ou bien encore dans celle de Hitch et McAuley (1991).

Cette critique importante va donner lieu à une série de nouvelles études contrôlant la présence éventuelle de difficultés de lecture dans les groupes de dyscalculiques, parmi lesquelles celle de McLean & Hitch (1999) et celle de Geary, Hoard et Hamson (1999).

McLean et Hitch (1999) comparent un groupe d'enfants de 8-9 ans présentant des difficultés d'apprentissage uniquement en mathématique (et pas en lecture) à deux groupes témoins, l'un de même âge chronologique et l'autre, de même niveau mathématique. Le groupe des enfants dyscalculiques ne se distingue quasiment pas du groupe des enfants plus jeunes apparié selon le niveau en calcul. Ces enfants obtiennent également des performances comparables à celles de leurs pairs de même âge sur les deux mesures des capacités de la boucle phonologique (l'empan de chiffres à l'endroit et la répétition de non-mots). En revanche, leurs performances mnésiques sont plus faibles que celles des témoins

4. Une série de mots est lue à l'enfant qui doit ensuite les restituer par catégorie sémantique : la nourriture, puis les animaux.

de même âge pour les mesures de l'administrateur central. Cependant, l'ensemble des tâches testant ce niveau font appel à des nombres (par exemple, la complétion d'additions du type « $2+3 = 4+ ? = ?$ ») ou bien l'empan d'additions ($8 + 1$, $21 + 7$, $122 + 3...$). Etant donné qu'on ne peut exclure une difficulté dans ce type de traitement chez les enfants faibles en mathématique, des scores bas dans ces épreuves d'empan ne signifient pas nécessairement un défaut de l'administrateur central lui-même. Enfin, les auteurs notent également une faiblesse des enfants dyscalculiques par rapport aux témoins de leur âge au niveau de deux mesures du calepin visuo-spatial (l'empan visuel de matrices et le test des blocs de Corsi). Néanmoins, cette faiblesse ne sera pas répliquée par Bull, Johnston et Roy (1999).

Geary *et al.* (1999) quant à eux comparent 4 groupes d'enfants de première primaire : des enfants présentant des scores normaux dans des tests de mathématique et de lecture, des enfants présentant des scores bas (c'est-à-dire inférieurs au percentile 30) à ces deux tests, et d'autres éprouvant des difficultés isolées soit en lecture, soit en mathématique. L'empan de chiffres à l'endroit (mesure de la boucle phonologique) et à l'envers (mesure de l'administrateur central) sont comparés dans ces deux groupes. Seul l'empan de chiffres à l'envers permet de discriminer les groupes et montre que les enfants présentant des difficultés scolaires à la fois en mathématique et en lecture ont un empan plus faible que ceux qui présentent des difficultés isolées en lecture ou en calcul ou encore, que les sujets contrôles.

Enfin, dans l'étude que nous avons menée avec Chantal Vertraete, le groupe des 25 enfants dyscalculiques a été scindé en deux suivant la présence ou non d'un retard de lecture. De nouvelles analyses (voir Tableau 1) montrent que les deux groupes d'enfants dyscalculiques présentent des capacités inférieures aux sujets témoins dans les deux tâches mnésiques numériques mais aussi dans l'empan de phrases. En revanche, aucune différence n'est observée pour le catégorispan ou pour l'empan de chiffres en ordre direct.

	Groupe témoin	Groupe dyscalculique	Groupe dyscalculique - lecture faible	Valeur de F ; p associé
Chiffres avant	3,85±1,01	3,79±0,62	3,88±0,57	<1, ns
Chiffres à rebours	3,17±0,64	2,46±0,33 ***	2,65±0,48 ***	8,3 ; 0,0001
Empan de comptage	3,08±0,89	2,33±0,68 **	2,33±1,01 **	4,38 ; 0,02
Catégorispan	3,25±0,55	3,21±0,96	3,04±0,62	<1, ns
Empan de phrases	2,28±0,28	2,21±0,69 ***	2,00±0,52 **	6,74 ; 0,003

Tableau 1 : Comparaison des trois groupes d'enfants dans les tâches mnésiques (score moyen et déviation standard).

Note : la différence entre le groupe clinique considéré et le groupe témoin est significative à une valeur de $p < 0,01$ (**) ou une valeur de $p < 0,001$ (***).

De ces dernières études, il ressort que le déficit au niveau de la boucle phonologique n'est pas très robuste. Il en va de même pour l'éventuelle faiblesse au niveau du calepin visuo-spatial. Par contre, les enfants faibles en calcul, et de manière plus claire encore, ceux qui présentent une difficulté en lecture associée, présentent des capacités d'administrateur central limitées. Par ailleurs, si cette limite apparaît plus clairement dans les tâches numériques (les empan de chiffres à rebours ou l'empan de comptage), elle est également présente dans certaines tâches non numériques (par exemple, l'empan de phrases).

Le fait que les difficultés mnésiques soient plus importantes dans les cas de dyscalculie associées à une dyslexie ne signifie pas que la corrélation entre compétences numériques et capacités mnésiques soit inintéressante. Au contraire, il nous semble que les faiblesses mnésiques pourraient aider à comprendre l'association fréquente de ces deux troubles d'apprentissage. Les résultats obtenus par Hecht, Torgesen, Wagner, et Rashotte (2001) vont dans ce sens. Ces auteurs ont évalué différents processus phonologiques chez des enfants de maternelle, en particulier, la mémoire de travail (empan de chiffres, répétition de phrases, empan de phrases), la conscience phonologique (segmentation phonémique, jugement de rimes, ...) et la vitesse d'accès lexical. Lors de chaque année primaire suivante, les enfants étaient soumis à une épreuve de lecture et de calcul. Des corrélations significatives sont calculées entre les trois types de prédicteurs et les performances en calcul chaque année (voir Tableau 2). Une association importante existe également entre les tests de lecture et de calcul (corrélations oscillant entre 0,60 et 0,64, selon les années). Enfin, les auteurs montrent que cette corrélation diminue si le niveau d'intelligence de l'enfant est contrôlé (les corrélations sont alors de l'ordre de 0,41 à 0,54), qu'elles diminuent encore lorsqu'on contrôle en plus les capacités de mémoire de travail (corrélations de l'ordre de 0,33 à 0,35) et qu'elles sont réduites à néant lorsqu'on contrôle le niveau d'intelligence et les trois prédicteurs décrits ci-dessus (corrélations < 0,01). Il semble donc que les capacités phonologiques soient déterminantes à la fois pour les apprentissages de la lecture et du calcul. Une faiblesse à ce niveau pourrait donc entraîner une difficulté d'apprentissage dans les deux domaines et contribuer à l'association fréquente entre dyslexie et dyscalculie.

	8 ans	9 ans	10 ans	11 ans
Mémoire phonologique	0,37	0,37	0,42	0,41
Conscience phonologique	0,47	0,50	0,56	0,56
Vitesse d'accès lexical	0,59	0,54	0,33	0,35

Tableau 2 : Corrélations rapportées par Hecht *et al.* (2001) entre les capacités phonologiques et la performance en mathématique au cours des différentes années de primaire.

LE RÔLE DE LA MÉMOIRE DE TRAVAIL DANS LES DIFFICULTÉS D'APPRENTISSAGE EN MATHÉMATIQUES

Nous avons vu que les enfants dyscalculiques (et plus encore, ceux qui éprouvent des difficultés en lecture) ont des capacités de mémoire de travail plus faibles que des témoins du même âge. Nous posons l'hypothèse que ces capacités réduites contribuent à l'apparition de la dyscalculie. Pour comprendre cette relation, il est nécessaire de rappeler qu'une des difficultés les plus communément observées chez les dyscalculiques concerne le calcul proprement dit. Même dans une tâche de calculs simples, ces enfants produisent plus d'erreurs, sont plus lents et utilisent des stratégies de résolution moins matures que leurs pairs (Fleischner, Garnett, & Shepard, 1982; Geary, Widaman, Little, & Cormier, 1987; Geary, 1990; Geary, Brown, & Samaranayake, 1991). Ainsi, par exemple, ils continuent à utiliser la stratégie du comptage du tout, là où les autres enfants comptent à partir du premier ou du plus grand des termes et utilisent encore des procédures de comptage quand leurs compagnons récupèrent la solution en mémoire à long terme.

Selon Geary (1990, 1993, 1994), la constitution d'un fait arithmétique, soit l'association en mémoire à long terme de la représentation d'un problème et de la réponse associée, ne peut avoir lieu que si ces représentations (termes du problème et réponse) sont activées de manière simultanée en mémoire de travail. Par conséquent, un individu présentant de faibles capacités de mémoire de travail risque davantage de voir la trace du problème effacée lorsqu'il parvient, au terme d'un algorithme de comptage, à la solution de son calcul. Cet état de fait ne lui permettrait donc pas d'instaurer en mémoire à long terme une représentation du calcul et de la solution correspondante. Par ailleurs, à capacité de mémoire de travail égale, les enfants qui résolvent les calculs par l'application de stratégies immatures seront dans de moins bonnes conditions pour la coactivation en mémoire de travail du problème et de la réponse, étant donné le délai plus long et le nombre d'interférences plus important entre l'encodage du problème et l'obtention de la réponse⁵. Enfin, à stratégie de résolution équivalente, un individu qui déroule sa chaîne numérique avec aisance et rapidité parviendra à la solution dans des délais plus brefs qu'un enfant pour qui ce déroulement est lent et coûteux.

Or, il apparaît que les enfants dyscalculiques présentent des difficultés à tous ces niveaux : leurs capacités de mémoire de travail sont faibles, ils utilisent des stratégies de résolution des calculs immatures et leur comptage est moins efficient (Hitch & McAuley, 1991). Ces enfants sont donc dans les pires conditions pour pouvoir coactiver en mémoire de travail la représentation du calcul et de solution correspondante. Ceci pourrait donc expliquer leur difficulté à constituer un réseau de faits arithmétiques.

5. Cette situation a été évoquée par l'expérience de Thevenot, Barrouillet et Fayol (2001). Une paire de nombres (par exemple, 39 et 16) apparaît sur l'écran d'ordinateur. Les participants adultes doivent, soit les additionner en vue d'une comparaison de la solution à un troisième terme, soit simplement les comparer à un troisième terme. Après ces opérations, un quatrième nombre apparaît et les sujets doivent indiquer s'il s'agit ou non de l'un des deux nombres initialement présentés. Thevenot et coll. montrent que la reconnaissance est plus aisée après une simple opération de comparaison qu'après une tâche d'addition.

Outre ce constat, se pose la question de l'indépendance de ces trois facteurs de risque. En effet, soit ces facteurs sont indépendants et leur association augmente les risques, soit un lien de causalité existe entre eux. Nous proposons l'hypothèse qu'une faiblesse de mémoire de travail peut rendre compte à la fois du déroulement moins efficace de la chaîne numérique mais aussi de l'immaturité des stratégies de résolution des calculs. Des données sont actuellement collectées en rapport avec le premier point. Mais en ce qui concerne le second point, Noël, Seron, et Trovarelli (2002) montrent que les compétences en mémoire de travail permettent de prédire le type de stratégies de calcul utilisées, quatre mois plus tard, par l'enfant. En effet, les capacités de la boucle phonologique (empan de chiffres, de mots courts et de mots longs et répétition de non-mots) mesurées en début de première primaire (CE1) corrélaient de manière négative avec la fréquence d'utilisation de l'algorithme « comptage du tout » ($r=-0,58$) et de supports immatures comme le comptage sur les doigts ($r=-0,37$). En revanche, une corrélation positive est mesurée avec la fréquence d'utilisation de stratégies matures comme la récupération de faits en mémoire à long terme ou la décomposition ($r=0,39$) et l'adoption de stratégies mentales sans support visible (soit, pas de comptage verbal ou sur les doigts, $r=0,35$). Enfin, le taux de réponse correcte aux additions corréla à la fois avec ces mesures du fonctionnement de la boucle phonologique ($r=0,46$) ainsi qu'avec une mesure des capacités de l'administrateur central (l'empan de phrases, $r=0,46$).

Comment comprendre ces résultats ? Au milieu de la première primaire (soit lorsque les capacités de calculs sont évaluées dans l'étude), le pourcentage de récupération de la réponse est très faible (moins de 9 %) et les additions restent massivement résolues par des stratégies de comptage. Celles-ci exigent un contrôle du déroulement de la chaîne numérique verbale : les numéraux verbaux doivent être énoncés sans omission et sans doublement. Or, les études de Healy et Nairne (1985) et Logie et Baddeley (1987) menées chez l'adulte montrent que la boucle phonologique joue un rôle important à ce niveau : l'ajout d'une tâche de suppression articulatoire lors d'une tâche de comptage écrit, donne lieu à une augmentation importante des erreurs de comptage (en particulier des répétitions). Par ailleurs, la plupart des stratégies de comptage exigent également un contrôle du nombre de pas de comptage, déjà effectués ou à mettre en œuvre. Ainsi, si pour additionner 8 et 7, un enfant compte à partir de 7, huit fois, il doit dérouler sa chaîne numérique verbale tout en incrémentant un compteur mental de manière à ne compter que 8 pas ($7 + 8 = 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15$). Il se trouve donc en double tâche : récupérer en mémoire à long terme la chaîne numérique verbale et compter le nombre de mots énoncés. Théoriquement, l'administrateur central devrait donc être impliqué (dans cette coordination du comptage pour additionner et du comptage des pas de comptage) ainsi que la boucle phonologique puisque celle-ci intervient, dans le déroulement de la chaîne. Rappelons enfin que les résultats de Hecht (2002) soulignent, chez l'adulte, la contribution de la boucle phonologique, dans la résolution des additions par une stratégie de comptage.

Dans le cas des enfants, on s'attendrait donc à une corrélation entre le taux d'erreurs global et les capacités de la mémoire de travail, ce qui est effectivement le cas. Par ailleurs, lorsque l'analyse porte uniquement sur les items résolus par une stratégie de comptage donnée, par exemple, celle du comptage à

partir du plus grand terme, une corrélation significative est également calculée entre le taux de réponse correcte et les capacités de la mémoire de travail ($r=0,45$ pour la boucle phonologique et $r=0,28$, ns pour l'administrateur central).

Enfin, on peut aussi penser que les enfants qui éprouvent des difficultés à contrôler leur comptage, utilisent les doigts comme aide externe. Effectivement, une corrélation positive est obtenue entre les capacités de la boucle phonologique et la fréquence d'utilisation des doigts.

CONCLUSION

Au terme de ce chapitre, il apparaît clairement que, tout au long du développement, la mémoire de travail intervient de manière importante dans la réalisation des calculs. Chez l'adulte, cette implication est plus nette dans le cas de calculs complexes, mais une intervention de l'administrateur central a également été démontrée dans le cas des calculs simples. Chez l'enfant aussi, les limites de la mémoire de travail contraignent de manière importante la réalisation des calculs. Cette limite peut déjà s'observer chez les petits enfants de maternelle mais elle joue également chez les élèves de primaire. Enfin, les études comparant les écoliers éprouvant ou non des difficultés d'apprentissage en mathématique mettent en évidence des capacités réduites de mémoire de travail, plus particulièrement dans les mesures relatives aux capacités de l'administrateur central. Enfin, nous avons proposé l'hypothèse suivant laquelle un lien de causalité existerait entre cette faiblesse de la mémoire de travail et les difficultés qualitatives et quantitatives observées chez les enfants dyscalculiques lors de la réalisation de calculs.

RÉFÉRENCES

- Adams, J.W., & Hitch, G.J. (1998). Working memory and children's mental addition. *Journal of Experimental Child Psychology*, 67, 21-38.
- Ashcraft, M.H., Donley, R.D., Halas, M.A., & Vakali, H. (1992). Working memory, automaticity, and problem difficulty. In J. Campbell (Ed.), *The nature and origins of mathematical skills*. Amsterdam: Elsevier. Associates, Howe, UK. 265 pp.
- Ashcraft, M.H., & Kirk, E.P. (2001). The relationships among working memory, math anxiety, and performance. *Journal of Experimental Psychology: General*, 130(2), 224-237.
- Baddeley, A.D. (1992). *La mémoire humaine: Théorie et pratique*. Presses Universitaires de Grenoble, Grenoble.
- Baddeley, A.D. (1996). Exploring the central executive. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology* 49A, 5-28.
- Baddeley, A.D., & Hitch, G.J. (1974). Working memory. In G. Bower, (Ed). *The psychology of learning and motivation*, vol 8, pp 47-90. New York: Academic Press.
- Badian, N.A. (1983). Dyscalculia and nonverbal disorders of learning. In H.R. Myklebust (Ed.), *Progress in learning disabilities*. (vol 5, pp. 235-264). New York: Stratton.

- Bull, R., & Johnston, R. S. (1997). Children's arithmetical difficulties: Contributions from processing speed, item identification and short-term memory. *Journal of Experimental Child Psychology*, 65, 1-24.
- Bull, R., Johnston, R.S., & Roy, J. (1999). Exploring the roles of visual-spatial sketch pad and central executive in children's arithmetical skills: views from cognition and developmental neuropsychology. *Developmental Neuropsychology*, 15(3), 421-442.
- De Rammelaere, S. (2002). *The role of working memory in mental arithmetic*. Thèse de doctorat non publiée, sous la direction de A. Vandierendonck, Université de Gand.
- De Rammelaere, S., Stuyven, E., & Vandierendonck, A. (1999). The contribution of working memory resources in the verification of simple arithmetic sums. *Psychological Research*, 62, 72-77.
- De Rammelaere, S., Stuyven, E., & Vandierendonck, A. (2001). Verifying simple arithmetic sums and products: Are the phonological loop and the central executive involved? *Memory and Cognition*, 29(2), 267-273.
- De Rammelaere, S., & Vandierendonck, A. (2001). Are executive processes used to solve simple mental arithmetic production tasks? *Current Psychology Letters: Behaviour, Brain and Cognition*, 2, 79-89.
- Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition*, 44, 1-42.
- Fleischner, F.E., Garnett, K., & Shepard, M. (1982). Proficiency in arithmetic basic fact computation by learning disabled and nondisabled children. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 4(2), 47-55.
- Fürst, A.J., & Hitch, G.J. (2000). Separate roles for executive and phonological components of working memory in mental arithmetic. *Memory and Cognition*, 28(5), 774-782.
- Gathercole, S.E., & Baddeley, A.D. (1993). *Working memory and language*. Lawrence Erlbaum Associates, Hove, United Kingdom.
- Geary, D.C. (1990). A componential analysis of an early learning deficit in mathematics. *Journal of Experimental Child Psychology*, 49, 363-383.
- Geary, D.C. (1993). Mathematical disabilities: Cognitive, neuropsychological and genetic components. *Psychological Bulletin*, 114(2), 345-362.
- Geary, D.C. (1994). *Children's Mathematical Development*. Washington, D.C., American Psychological Association.
- Geary, D.C., Brown, S.C., & Samaranayake, V.A. (1991). Cognitive addition: A short-longitudinal study of strategy-choice and speed-of-processing differences in normal and mathematically disabled children. *Developmental Psychology*, 27(5), 787-797.
- Geary, D.C., Hoard, M.K., & Hamson, C.O. (1999). Numerical and arithmetical cognition: patterns of functions and deficits in children at risk for a mathematical disability. *Journal of Experimental Child Psychology*, 74, 213-239.
- Geary, D.C., Widaman, K.F., Little, T.D., & Cormier, P. (1987). Cognitive addition: comparison of learning disabled and academically normal elementary school children. *Cognitive Development*, 2, 249-269.

- Healy, A.F., & Nairne, J.S. (1985). Short-term memory processes in counting. *Cognitive Psychology*, 17, 417-444.
- Hecht, S.A. (2002). Counting on working memory in simple arithmetic when counting is used for problem solving. *Memory and Cognition*, 30(3), 447-455.
- Hecht, S.A., Torgesen, J.K., Wagner, R.K., & Rashotte, C.A. (2001). The relations between phonological processing abilities and emerging individual differences in mathematical computation skills: a longitudinal study from second to fifth grades. *Journal of Experimental Child Psychology*, 79, 192-227.
- Hitch, G.J., & McAuley, E. (1991). Working memory in children with specific arithmetical learning difficulties. *British Journal of Psychology*, 82, 375-386.
- Klein, J.S., & Bisanz, J. (2000). Preschoolers doing arithmetic: the concepts are willing but the working memory is weak. *Canadian Journal of Experimental Psychology*, 54(2), 105-115.
- Lemaire, P., Abdi, H., & Fayol, M. (1996). The role of working memory resources in simple cognitive arithmetic. *European Journal of Cognitive Psychology*, 8, 73-103.
- Lewis, C., Hitch, G.J., & Walker, P. (1994). The prevalence of specific arithmetic difficulties and specific reading difficulties in 9- and 10-year-old boys and girls. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 35(2), 283-292.
- Logie, R.H., & Badeley, A.D. (1987). Cognitive processes in counting. *Journal of Experimental Psychology*, 13, 310-326.
- Logie, R.H., Gilhooly, K.J., & Wynn, V. (1994). Counting on working memory in arithmetic problem solving. *Memory and Cognition*, 22(4), 395-410.
- McLean, J.F., & Hitch, G.J. (1999). Working memory impairments in children with specific arithmetic learning difficulties. *Journal of Experimental Child Psychology*, 74, 240-260.
- Noël, M-P., Désert, M., Aubrun, A., & Seron, X. (2001). Involvement of short-term memory in complex mental calculation. *Memory & Cognition*, 29(1), 34-42.
- Noël, M-P., Seron, X., & Trovarelli, F. (2002). Working memory as a predictor of addition skills and addition strategies. A paraître dans *Current Psychology of Cognition*.
- Seitz, K., & Schumann-Hengsteler, R. (2000). Mental multiplication and working memory. *European Journal of Cognitive Psychology*, 12, 552-570.
- Siegel, L.S., & Ryan, E.B. (1989). The development of working memory in normally achieving and subtypes of learning disabled children. *Child Development*, 60, 973-980.