

Chapitre 4

Spectre en amplitude de la surface de la mer

4.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous proposons un spectre en amplitude qui couvre tous les domaines de fréquence des vagues, depuis les vagues de gravité jusqu'aux vagues de capillarité. En effet, le modèle de diffraction électromagnétique (chapitre 1) nécessite la connaissance du spectre des vagues pour toutes les fréquences. L'originalité de ce modèle réside dans l'utilisation d'un spectre, pour les grandes vagues, qui est fonction de l'histoire de la mer - par les paramètres : pente significative, fréquence au pic du spectre et distance d'action du vent - et, pour les petites vagues, qui est fonction du vent - par le paramètre vitesse de friction du vent, u^* .

Ce spectre comprend trois parties : une pour les vagues de gravité, une pour les vagues capillo-gravifiques et une pour les vagues capillaires.

La première partie se base sur le spectre de Wallops ; nous montrons que les mesures de Mac Clain et al. s'accordent bien avec celui-ci pour une mer en développement. Toutefois, γ , une fonction d'accroissement du pic a été introduite ; elle permet au pic d'avoir une forme plus pointue pour une mer en développement et une forme plus étale pour une mer développée. Nous montrons

également que cette fonction ne peut être négligée, contrairement à ce qui est fait par d'autres auteurs. En effet, nous prouvons qu'elle influence l'amplitude du spectre, et donc la valeur r.m.s. des déplacements, et la variance des pentes, et donc le développement en série de la partie angulaire du spectre.

Pour la deuxième, nous nous basons sur le spectre de Toba. Nous proposons de modifier l'amplitude de ce spectre, pour être plus proche de la réalité des mesures.

La troisième se base sur le spectre de Cox. Nous démontrons que ces deux spectres (Toba et Cox) ont un impact négligeable sur la variance des déplacements de la surface de la mer. Ceci entraîne que les paramètres du spectre des vagues de gravité (première partie), qui sont liés entre eux par la variance des déplacements, sont indépendants des deux dernières parties.

La fonction d'accroissement du pic et la modification de l'amplitude du spectre de Toba, que nous proposons ici, contribuent à l'amélioration du traitement des données (chapitre 7) : toutes les vitesses du vent peuvent dorénavant être estimées, alors que, précédemment 5,4 % ne pouvaient l'être.

4.2 Définitions, normalisations et hypothèses sous-jacentes

Les spectres dont nous parlerons dans ce chapitre sont le spectre en fréquence, $\phi(\omega)$ – qui ne prend des valeurs que pour les fréquences positives – et le spectre radial en nombre d'onde, $S(K)$. Ceux-ci sont définis respectivement par (3.25) à (3.26.b) et par (3.27). Au terme de ce chapitre, une forme spectrale sera élaborée. Elle se base, en partie, sur des formes proposées dans la littérature. Mais, deux remarques préalables doivent être faites. La première concerne les différentes normalisations adoptées dans la littérature, ce qui est une source de confusion. Nous nous référerons toujours aux spectres tels que définis dans le troisième chapitre. La variance totale des déplacements de la surface, σ^2 , est normalisée comme suit :

$$\sigma^2 = (1/2\pi)^3 \int_0^\infty \int_{-\pi}^\pi \int_{-\infty}^\infty \chi(K, \alpha, \omega) K dK d\alpha d\omega \quad (4.1)$$

$$\sigma^2 = (1/2\pi)^2 \int_0^\infty \int_{-\pi}^\pi g(K, \alpha) K dK d\alpha \quad (4.2)$$

$$\sigma^2 = 1/2\pi \int_0^\infty \phi(\omega) d\omega \quad (4.3)$$

Cette normalisation a l'avantage de se référer aux variables physiques $\omega/2\pi$ et $K/2\pi$, qui sont les fréquences temporelle et spatiale. Le spectre radial est normalisé selon :

$$\sigma^2 = 1/2\pi \int_0^\infty S(K) dK \quad (4.4)$$

La seconde remarque concerne la relation entre le spectre en fréquence et le spectre radial. La plupart des mesures de spectres qui sont rapportées dans la littérature sont faites avec une sonde unique en un point donné, ce qui fournit une mesure du spectre en fréquence. La détermination du spectre radial à partir du spectre en fréquence est basée sur deux hypothèses fondamentales, la première n'étant jamais explicitée. Ces hypothèses sont (section 3.4.7) :

1. la mer peut être décrite comme une superposition d'un nombre infini de surfaces cylindriques non corrélées, dont les axes sont distribués uniformément dans toutes les directions;
2. pour chaque composante cylindrique individuelle, une relation de dispersion unique et adéquate $\omega = \omega(K)$ est supposée.

Avec ces deux hypothèses, le résultat classique est obtenu (équations (3.25) et (3.49)) :

$$S(K) dK = \phi(\omega) d\omega \quad (4.5)$$

Les approximations utilisées pour la déduction du spectre spatial à partir des mesures du spectre en fréquence sont principalement dues à la seconde hypothèse. A présent, toutes les remarques préliminaires ont été faites et nous pouvons nous tourner vers le cheminement qui aboutit à un nouveau modèle spectral pour la mer.

4.3 Spectre des déplacements de la surface pour les vagues de gravité

Le spectre des déplacements de la surface pour les vagues de gravité, qui est proposé dans cette partie, est le fruit d'une évolution et de raffinements par rapport à un modèle initial simple, mais qui avait le mérite d'exister et d'ouvrir la voie.

Nous montrerons, dans un premier temps, comment s'est construit ce nouveau spectre. Ensuite, nous étudierons ses propriétés et ce qu'il apporte de plus que les autres. Comme on l'a déjà souligné, ce spectre concerne tant la mer non pleinement développée que la mer développée et il s'exprime en fonction de paramètres qui décrivent l'état de la mer.

4.3.1 Domaine d'équilibre

Les propriétés du spectre en fréquence dans le domaine d'équilibre sont déterminées par les paramètres physiques qui influencent les formes des vagues :

$$\phi(\omega) = f(g, \omega, u^*) \quad (4.6)$$

Le domaine d'équilibre est celui où le taux auquel l'énergie est acquise du vent est égal au taux auquel elle est perdue par brisement. Sa limite inférieure est donnée par ω_0 , la fréquence au pic du spectre, car les composantes dont la fréquence est inférieure à ω_0 sont encore en train de grandir. Sa limite supérieure commence, selon Phillips (1977), quand la fréquence non dimensionnelle, $\omega u^*/g$, est beaucoup plus petite que 2, c'est-à-dire

$$\omega \ll 2g/u^* \quad (4.7)$$

Par un raisonnement dimensionnel, avec $f(\omega)$ qui a les dimensions $[L^2T]$ et si u^* est considéré sous sa forme non-dimensionnelle, $\omega u^*/g$, Phillips montre que le spectre doit être de la forme :

$$\phi(\omega) \div 2\pi \beta g^2 \omega^5 f_1(\omega u^*/g) \quad (4.8)$$

où β est une constante numérique sans dimension. Pour Phillips, si

l'influence de la tension du vent dans l'apparition du brisement des vagues est négligeable, i.e. $f_1(\omega u^*/g)$ n'est pas fonction de u^* , la relation (4.8) se réduit à :

$$\phi(\omega) = 2\pi \beta g^2 \omega^{-5} \text{ pour } \omega_0 < \omega < 2g/u^* \quad (4.9)$$

La constante β est évaluée par Phillips et par d'autres auteurs et sa valeur se situe autour de $8 \cdot 10^{-3}$. Phillips compare aussi la loi (4.9) avec des données et il apparaît une discordance entre les deux pour des fréquences plus faibles que $1,5 \text{ s}^{-1}$: la pente devrait être moins forte à ces fréquences.

En 1969, Garrett a fait des observations avec un maillage de senseurs : la valeur de β varie de même que celle de l'exposant de ω qui diffère de la valeur -5. L'auteur en conclut que la notion de domaine d'équilibre est une simplification, mais elle est pratique. Zaslavskii & Kitaigorodskii (1971) confirment, après avoir analysé des données expérimentales, que l'exposant de la loi en puissance diffère de la valeur -5, mais très légèrement. Finalement, Forristall (1981), Kahma (1981) et Donelan et al. (1985) ont démontré que, dans le domaine des fréquences juste au-dessus du pic, le spectre a une forme dépendant du vent :

$$\phi(\omega) \text{ est proportionnel à } gU\omega^4 \quad (4.10)$$

où U est la vitesse du vent.

Kitaigorodskii (1983) a montré que cette forme spectrale est « une analogie exacte du spectre de Kolmogoroff (1941) dans un champ aléatoire de vagues de gravité non linéaires ». Il suggère alors, en accord avec des données expérimentales, que le domaine d'équilibre a deux lois asymptotiques : les formes de Kolmogoroff et d'équilibre de Phillips avec une transition rapide due à l'instabilité gravitationnelle c'est-à-dire au brisement des vagues.

Il faut aussi souligner - comme l'ont fait Pierson & Stacy (1973) et comme l'ont confirmé Valenzuela et al. (1971) - que le domaine d'équilibre ne peut exister que si la vitesse du vent est supérieure à $3,5 \text{ ms}^{-1}$.

La forme spectrale donnée par l'équation (4.9) ne prend des valeurs non nulles que pour les fréquences supérieures à la fréquence au pic

du spectre, ω_0 . Il faut modifier cette expression pour obtenir une forme qui augmente rapidement jusque ω_0 puis qui suit l'expression (4.9). Pierson & Moskowitz (1964) proposent la forme analytique suivante, à partir de données pour des vitesses de vent à 19,5 m de 10,3 à 20,6 ms^{-1} :

$$\phi(\omega) = 2\pi \beta g^2 \omega^{-5} \exp(-\alpha(\omega_1/\omega)^4) \text{ pour } 0 < \omega < \infty \quad (4.11)$$

avec $\alpha = 0,74$, une constante additionnelle et $\omega_1 = g/U_{19,5}$, la fréquence de la vague telle que sa vitesse de phase, c , soit égale à la vitesse du vent, U ; $U/c = 1$. La figure 4.1 propose la comparaison entre les formes spectrales (4.9) et (4.11).

En plein océan, l'existence d'une mer pleinement développée est limitée dans le temps et dans l'espace et l'utilité de tels modèles spectraux est aussi limitée. Dès lors, des modèles spectraux pour une mer non encore pleinement développée doivent être élaborés.

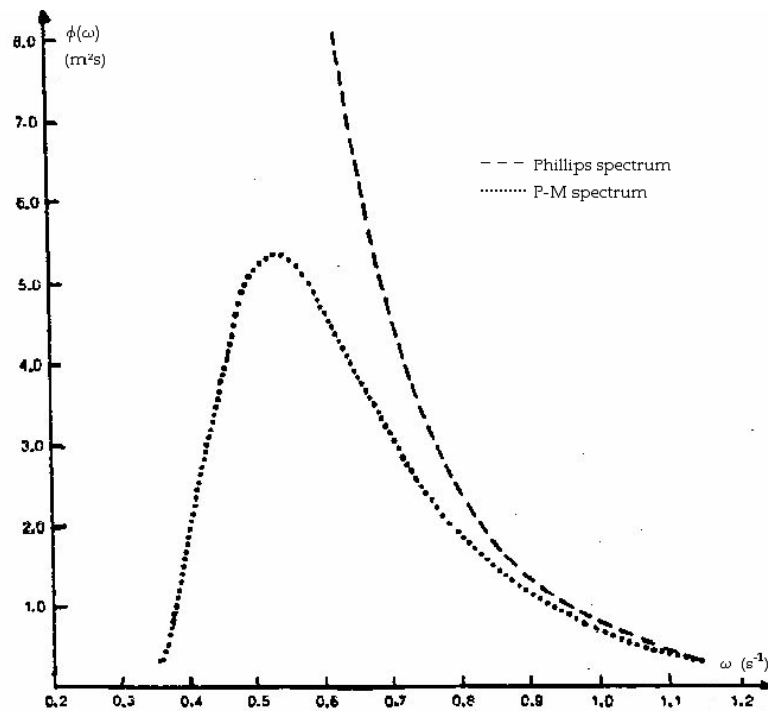


Figure 4.1 : Comparaison entre les modèles de spectres (Mac Clain et al., 1982)

4.3.2 Région de croissance non-linéaire

Dans la région de croissance non-linéaire (voir section 2.2.3.3), Plate (1978) observe que la forme de la vague est la même à toutes les distances d'action du vent (figure 2.16). Il en conclut que le spectre en fréquence doit aussi avoir une forme semblable. S'il en est ainsi, quand la distance d'action augmente, la fréquence au pic du spectre, ω_0 , diminue tandis que l'amplitude du spectre augmente en accord avec la loi de Phillips en ω_0^{-5} . L'évolution du spectre en fréquence avec la distance d'action est confirmée par les observations JONSWAP (JOint North Sea WAve Project ; Hasselmann et al. (1973)) qui sont faites en mer.

Les expériences JONSWAP ont permis d'établir un nouveau modèle spectral :

$$\phi(\omega) = 2\pi \beta g^2 \omega^{-5} \gamma^q \exp(-5/4(\omega_0/\omega)^4) \quad (4.12)$$

La première différence avec l'équation (4.11) concerne l'argument de l'exponentielle. La fréquence telle que $U/c_1 = 1$, soit ω_1 , est remplacée par la fréquence au pic du spectre en fréquence, ω_0 . Pour que le spectre soit maximal en ω_0 , il faut que

$$\partial\phi(\omega)/\partial\omega = 0 \text{ en } \omega = \omega_0$$

Si on applique cela à l'expression (4.11), on trouve que

$$\omega_1 = (5/4\alpha)^{1/4} \omega_0 \quad (4.13)$$

et dès lors, il y a égalité entre les deux arguments de l'exponentielle :

$$-\alpha(\omega_1/\omega)^4 = -5/4(\omega_0/\omega)^4$$

La seconde différence avec l'équation (4.11) est le facteur multiplicatif γ^q , la « fonction d'accroissement du pic » donnée par

γ = facteur d'amplification au pic du spectre

$\gamma = 3,3$; valeur moyenne pour les données JONSWAP (4.14)

$$q = \exp \{ - (\omega - \omega_0)^2 / 2 \Delta^2 \omega_0^2 \} \quad (4.15)$$

Δ = paramètre de la largeur du pic

$$\Delta = 0,07 \text{ si } \omega \leq \omega_0 \text{ et } 0,09 \text{ si } \omega > \omega_0 \quad (4.16)$$

Les paramètres γ et Δ restent constants quand la distance d'action change mais ω_0 en dépend. La fonction d'accroissement du pic a pour effet de rendre le pic plus prononcé, c'est-à-dire que les vagues dont la fréquence est proche de celle du pic, contiennent plus d'énergie.

D'autre part, dans les modèles spectraux présentés jusqu'à présent, le seul paramètre qui intervient est la vitesse du vent. Or ce seul paramètre est insuffisant pour décrire l'état de la mer quand celle-ci n'est pas pleinement développée.

4.3.3 Mer non pleinement développée

La mer est non pleinement développée si la durée d'action du vent est limitée. Un tel état de mer est très bien décrit à l'aide de la pente significative, paramètre introduit au deuxième chapitre. Huang et al. (1981b) proposent une forme spectrale en fonction de la pente significative, S . Celle-ci est développée au paragraphe ci-dessous. Le suivant est consacré à l'évolution de cette forme spectrale en fonction de ses paramètres. Ensuite, les propriétés de ce spectre sont établies. Finalement, une comparaison avec des mesures est proposée.

4.3.3.1 Spectre de Wallops

Ce modèle spectral est basé sur des données collectées dans un canal d'interaction vent-vagues-courants au « NASA Wallops Flight Center » (Huang & Long, 1980). En examinant un groupe de spectres obtenus en laboratoire pour différentes vitesses de vent, il est clair que la limite en ω^5 existe. Cependant, en examinant un seul spectre, il apparaît que la pente en ω^5 ne couvre pas le domaine près du pic. En cuve à ondes, la seconde harmonique du pic est très visible et la droite qui joint ces deux pics a une pente « m ». En pleine mer, le spectre est formé de plusieurs pics « primaires » mais la droite joignant le pic principal et sa seconde harmonique forme « la limite supérieure du domaine haute fréquence du spectre » (Huang et al., 1981b). Le spectre est donc décrit par une fonction en ω^m . La valeur de m est donnée en fonction de S , car il est démontré que le pic

secondaire correspond à la seconde harmonique d'une vague de Stokes (Baufays, 1985) :

$$m = 2 \lfloor \log (\sqrt{2} \pi \S) / \log 2 \rfloor \quad (4.17)$$

Cette expression est en très bon accord avec les mesures expérimentales de m et $\S$. En ce qui concerne les dimensions, le spectre doit être en ω^{-5} c'est pourquoi le facteur ω_0^{m-5} est ajouté. Une fonction exponentielle est aussi utilisée pour donner une forme analytique au pic. Le spectre de Wallops est donc donné par :

$$\phi(\omega) = 2\pi\beta g^2 \omega_0^{-5} (\omega_0/\omega)^m \exp(-\delta(\omega_0/\omega)^\eta)$$

où β , δ et η doivent être déterminés. Ce spectre comporte apparemment cinq paramètres mais ceux-ci ne sont pas indépendants. Le seul paramètre choisi arbitrairement est η . On prend pour η , la même valeur que pour les spectres précédemment utilisés (équations (4.11) et (4.12)) : $\eta = 4$. Comme ω_0 est la fréquence au pic, on doit avoir

$$\partial\phi(\omega) / \partial\omega = 0 \text{ en } \omega = \omega_0$$

ce qui donne $\delta = m / 4$.

De plus, l'amplitude β est telle qu'il faut qu'il y ait égalité entre σ obtenu par (4.3) (σ^2 est donné par l'aire sous la courbe) et par (2.28) ($\S$ dépend de σ et il en résulte que σ est le produit de $\S$ et Λ_0). Dès lors :

$$\beta = ((2\pi\S)^2 m^{(m-1)/4} / 2^{(m-5)/2}) / \Gamma((m-1)/4) \quad (4.18)$$

où Γ est la fonction gamma et m est donné par (4.17).

En conclusion, le spectre temporel de Wallops est donné par

$$\phi(\omega) = 2\pi\beta g^2 \omega_0^{-5} (\omega_0/\omega)^m \exp(-(m/4)(\omega_0/\omega)^4) \quad (4.19)$$

avec (4.17) et (4.18), et il est déterminé par seulement deux paramètres indépendants $\S$ et ω_0 . On notera que le spectre de Wallops ne contient pas la fonction d'accroissement du pic, γ^1 , comme le spectre de JONSWAP (4.12). Le spectre spatial est donc :

$$S(K) = (1/2) \beta^{K0(m-5)/2} K^{-(m+1)/2} \exp[-(m/4)(K_0/K)^2] \quad (4.20)$$

où K_0 est donné par ω^2/g . Il est différent du nombre d'onde, K_p , au

pic du spectre $S(K)$, qui est donné par

$$\partial S(K) / \partial K = 0 \text{ en } K = K_p$$

On peut montrer que (Baufays, 1986) :

$$K_p = \sqrt{\frac{m}{m+1}} K_0 \quad (4.21)$$

Il faut remarquer que si $m = 5$, le spectre de Wallops (4.19) est égal au spectre de JONSWAP (4.12) avec $\gamma = 1$.

4.3.3.2 Evolution du spectre de Wallops avec ξ et K_0

Il est intéressant d'observer l'évolution du spectre de Wallops avec les paramètres qui le décrivent, ξ et K_0 . Nous avons choisi comme domaine de variation¹ pour ξ de 0,004 à 0,04 et pour K_0 de 10^{-6} à $5,0 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-1}$. La figure 4.2 compare la valeur calculée de m , donnée par l'équation (4.17) aux valeurs mesurées lors des expériences dans le laboratoire de Wallops. La concordance est très bonne sur tout le domaine des mesures. La figure 4.3 (a) représente l'évolution du spectre avec le paramètre ξ . On remarque l'augmentation de la pente, m , avec la diminution de la pente significative, ξ : plus ξ diminue, plus le spectre de Wallops devient étroit. La figure 4.3 (b) représente l'évolution du spectre de Wallops avec le paramètre K_0 . Plus K_0 est grand, plus Λ_0 est petit et plus l'énergie contenue dans la vague correspondant au pic est faible. Parallèlement, l'aire sous la courbe du spectre diminue quand K_0 augmente, donc σ_{LD} est inversement proportionnel à K_0 pour ξ constant.

La figure 4.4 représente les spectres de Wallops pour les valeurs extrêmes des paramètres ξ et K_0 . Il apparaît clairement que la pente en ω^5 (en K^{-3}) constitue une limite supérieure du spectre pour le côté haute fréquence du pic.

¹ Les domaines de variation choisis pour l'analyse de l'évolution du spectre sont nettement plus larges que les domaines réels en mer.

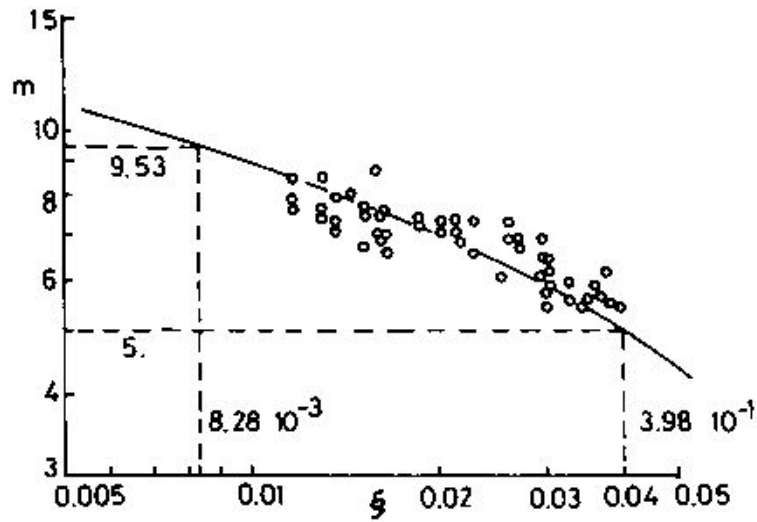


Figure 4.2 : La pente du spectre en fonction de la pente significative : valeurs mesurées (0) et calculées (équation (4.17)) (Huang et al., 1981b)

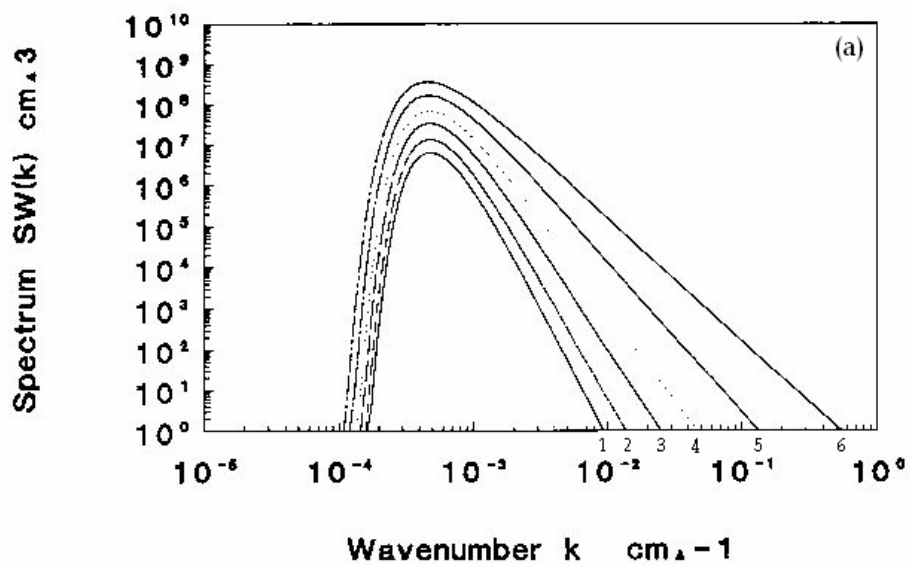


Figure 4.3 (a) : Evolution du spectre de Wallops avec la pente significative $\xi = (1) 4 \cdot 10^{-3}, (2) 6 \cdot 10^{-3}, (3) 8,2749 \cdot 10^{-3}, (4) 0,01, (5) 0,02, (6) 0,003979$ pour $K_0 = 10^{-5} \text{ cm}^{-1}$;

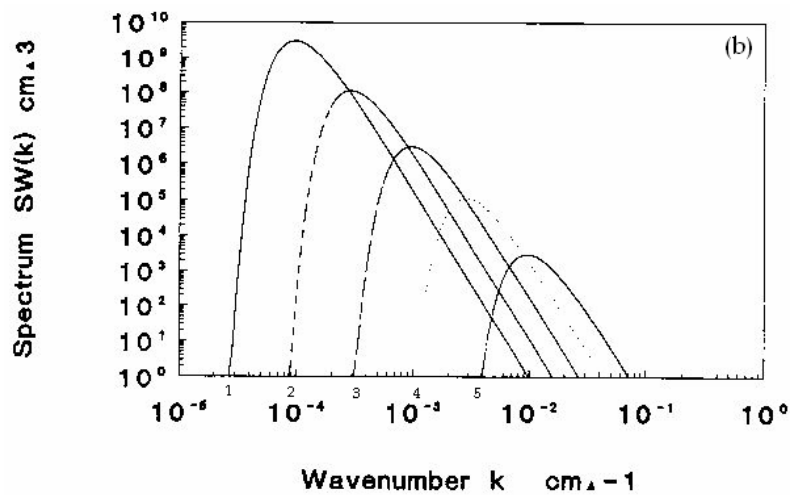


Figure 4.3 (b) : Evolution du spectre de Wallops avec $K_0 = (1) 1 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-1}$, $(2) 5 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-1}$, $(3) 1 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$, $(4) 5 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$, $(5) 1 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^{-1}$ pour une pente significative ξ de 0,008275

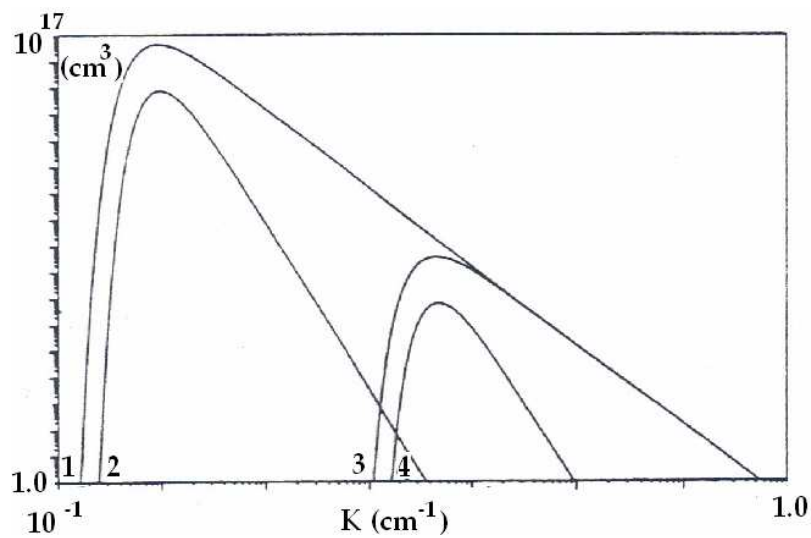


Figure 4.4 : Le spectre de Wallops pour les valeurs extrêmes de la pente significative et de K_0 : $(1) K_0 = 10^{-6} \text{ cm}^{-1}$ et $\xi = 0,04$, $(2) K_0 = 10^{-6} \text{ cm}^{-1}$ et $\xi = 0,004$, $(3) K_0 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-1}$ et $\xi = 0,04$, $(4) K_0 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-1}$ et $\xi = 0,004$

4.3.3.3 Propriétés du spectre de Wallops

Le spectre de Wallops offre des propriétés que les autres formes spectrales ne possèdent pas. Nous analyserons sa largeur de bande spectrale et l'aire sous la courbe.

a) Largeur de bande spectrale

Le spectre de Wallops a été construit sous l'hypothèse d'une largeur de bande étroite. Cette caractéristique est un fait expérimental généralement confirmé comme l'indiquent d'ailleurs les mesures.

La largeur de bande spectrale, v , est définie par (Huang et al., 1981b) :

$$v^2 \equiv \mu_2 / M_2 \quad (4.22)$$

où M_i est le moment d'ordre i du spectre fréquentiel

$$M_i = (1/2\pi) \int_0^\infty \omega^i \phi(\omega) d\omega \quad (4.23)$$

et μ_2 est le moment centré d'ordre 2 du spectre fréquentiel

$$\mu_2 \equiv (1/2\pi) \int_0^\infty (\omega - \bar{\omega})^2 \phi(\omega) d\omega$$

avec $\bar{\omega}$ la fréquence moyenne égale à M_1/M_0 et $M_0 = \sigma^2$.

Le modèle spectral de Wallops est le seul qui fournit une largeur de bande spectrale variable car la pente haute fréquence du pic varie avec l'état de la mer. On peut montrer que (Huang et al., 1981b) et (Baufays, 1984) :

$$M_i = \sigma^2 (m/4)^{i/4} \omega^i \Gamma((m-i-1)/4) / \Gamma((m-1)/4)$$

et que

$$v^2 = 1 - M_1^2 / (M_2 \sigma^2) \quad (4.24)$$

Dès lors (Huang et al., 1981b) :

$$v_{WA} = [1 - \Gamma^2((m-2)/4) / (\Gamma((m-3)/4) \Gamma((m-1)/4))]^{1/2} \quad (4.25)$$

Il en résulte que v dépend uniquement de la pente significative via le paramètre m donné par (4.17). La figure 4.5 compare les valeurs

expérimentales de ν à la valeur calculée par l'équation (4.25). La largeur de bande du spectre de Pierson-Moskowitz est obtenue par l'équation (4.25) où m est posé égal à 5 (donc $\xi = 0,003979$) :

$$\nu_{PM} = 0,47$$

Si on calcule la largeur de bande spectrale du spectre de Phillips, selon l'équation (4.22), c'est-à-dire par intégration du spectre, on obtient aussi une valeur constante :

$$\nu_{PH} = 0,35$$

Finalement Huang et al. (1983) ont montré que, pour une surface décrite par le développement en série de Stokes (Baufays, 1985), la largeur de bande spectrale est donnée par :

$$\nu = 2\pi\xi \quad (4.26)$$

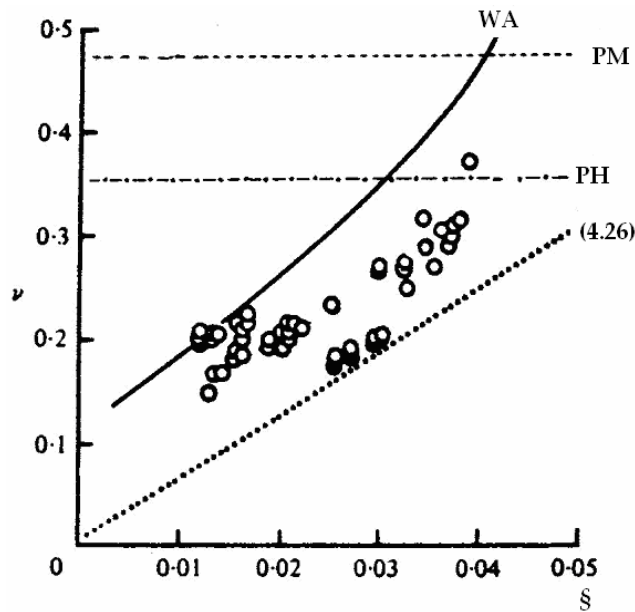


Figure 4.5 : Largeur de bande spectrale en fonction de la pente significative : valeurs mesurées (0) et calculées (équation (4.25)). Comparaison avec la valeur de spectres de Pierson-Moskowitz (-----), Phillips (---) et l'équation (4.26) (.....) (Huang et al., 1981b)

Cela signifie que v est une fonction linéaire de ξ . La concordance entre le modèle de Wallops et les mesures de v n'est pas excellente mais la tendance est bonne. Cependant, il est meilleur que v_{PM} et v_{PH} , lorsqu'on le compare aux données (figure 4.5). On y constate que presque toutes les données expérimentales se trouvent entre la courbe donnée par l'équation (4.25) et la courbe donnée par l'équation (4.26). L'hypothèse dans le modèle de Wallops de spectre à bande étroite est corroborée par les données.

b) Valeur r.m.s des déplacements du spectre

La variance des déplacements est donnée par l'équation (4.3). D'autre part, le paramètre β , l'amplitude du spectre donné par (4.18), est choisi de telle sorte que l'aire sous la courbe du spectre soit donnée à la fois par l'équation (4.3) et qu'il y ait concordance avec la définition (2.28) de la pente significative.

Il en résulte que le modèle de Wallops satisfait automatiquement le contenu total énergétique du spectre. En effet, pour un état de mer donné, dès que ξ et K_0 sont connus, le spectre de Wallops et la valeur r.m.s. sont connus et, de plus, cette dernière coïncide avec l'aire sous la courbe du spectre. Cette propriété n'est pas vérifiée pour les autres modèles spectraux où β est déterminé empiriquement. La figure 4.6 compare les valeurs de β obtenues expérimentalement dans le laboratoire de Wallops avec les valeurs calculées. On constate que, compte tenu de la difficulté de déterminer β avec précision, on peut considérer que la concordance est bonne.

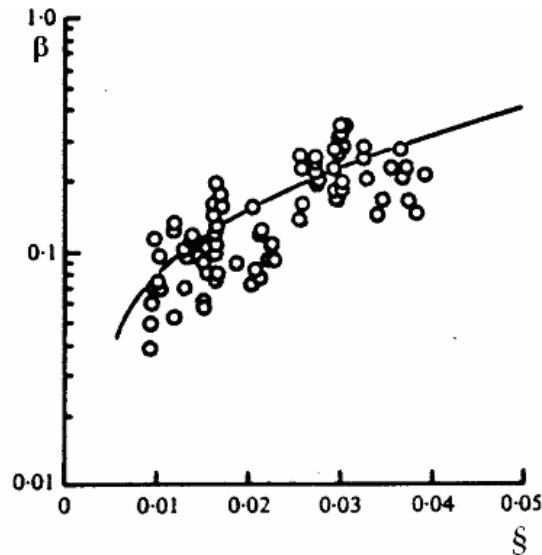


Figure 4.6 : Le coefficient du spectre de Wallops en fonction de la pente significative : valeurs mesurées (o) et calculées (équation (4.18)) (Huang et al., 1981b)

Après avoir analysé deux propriétés du spectre de Wallops, nous comparons ce spectre avec des données en mer, car ce spectre a été établi à partir de données en laboratoire.

4.3.3.4 Comparaison du spectre de Wallops avec les mesures de Mac Clain et al.

Mac Clain et al. (1982) ont mesuré quelques spectres de déplacements de la surface de la mer avec un profilomètre laser à bord d'un avion. Les données ont été collectées dans l'océan Atlantique Nord sous différentes conditions de vent et d'état de mer. Il existe cinq ensembles de données qui sont présentées et commentées dans une publication précédente (Baufays, 1987). Nous y avons montré que Mac Clain et al. ont proposé une relation erronée pour m en fonction de la pente significative. Les figures des spectres de Pierson-Moskowitz et de Wallops ont été élaborées et comparées aux données de Mac Clain et al. Un exemple est présenté à la figure 4.7. Le spectre de Wallops nécessite la connaissance de deux paramètres : la

longueur d'onde au pic du spectre, Λ_0 , et la pente significative, ξ . Les données expérimentales de Mac Clain et al. fournissent Λ_0 et $H_{1/3}$. La pente significative est déduite de la valeur $H_{1/3}$. En effet, il sera montré que $H_{1/3} = F(\epsilon)\sigma$ (6.21) et ϵ dépend uniquement de m (6.20), donc de ξ et x (section 4.3.4). Dès lors, $H_{1/3} = F(\xi)\sigma$, et par la définition de la pente significative (2.28), on a

$$H_{1/3}/\Lambda_0 = F(\xi)\xi$$

Par la connaissance de $F(\xi)$, itérativement, on obtient la valeur de la pente significative, ξ , correspondant au rapport $H_{1/3}/\Lambda_0$. Ce sont les valeurs de Λ_0 (ou K_0) et ξ , ainsi obtenues à partir des données expérimentales, qui permettent de comparer le spectre expérimental de Mac Clain et al. à celui de Wallops, à la figure 4.7.

Du fait du petit nombre de comparaisons entre mesures en mer et modèles spectraux, il est dangereux de tirer des conclusions définitives. Néanmoins, les spectres mesurés tendent à s'accorder avec les modèles appropriés au stade de développement : le spectre de Wallops s'ajuste très bien aux cas de mer en développement.

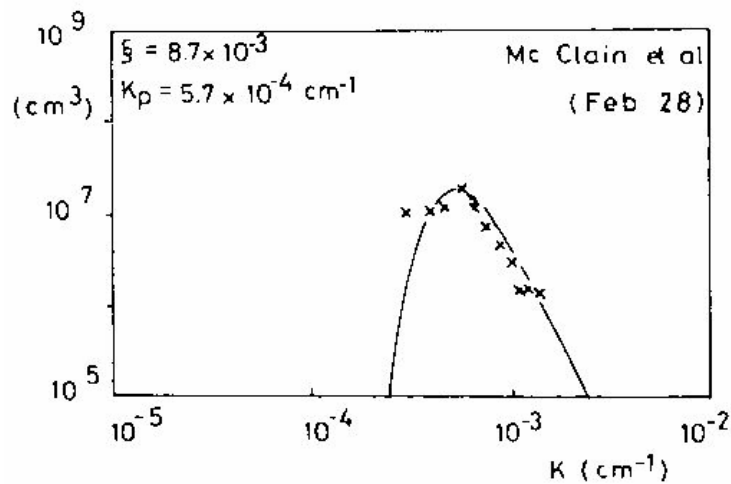


Figure 4.7 : Données de Mac Clain et al. (+) comparées au spectre de Wallops

4.3.4 Conditions variées d'état de mer

Si le spectre temporel des vagues de gravité est décrit par l'équation (4.19), il est complètement spécifié à partir du moment où le facteur d'amplitude, β , la fréquence au pic du spectre, ω_0 , et l'exposant de fréquence, m , sont déterminés. Lemaire (1998) a présenté l'histogramme de la distribution de l'exposant de fréquence, comme calculé par Liu (1983) sur une grande collection de spectres de mer en développement, mesurés lors d'expériences menées dans les Grands Lacs. Dans cet histogramme, un plateau est observé entre les valeurs 3,5 et 5,5. Donelan et al. (1985) ont, eux aussi, mesuré des valeurs de m se situant entre 3,5 et 5 pour des expériences sur le lac Ontario. D'autre part, Huang et al. (1981b) avaient déjà observé un exposant de fréquence variable à partir de mesures en cuves à ondes.

Utilisant l'hypothèse de vagues de Stokes, l'exposant m est relié à la pente significative par l'équation (4.17) qui s'accorde bien aux mesures (figure 4.2). Cependant, pour des conditions en mer, la pente significative est usuellement de l'ordre de 1%, ce qui correspond, selon l'équation (4.17), à un exposant de fréquence de l'ordre 9, ce qui est rarement observé si l'on se base sur l'histogramme présenté par Lemaire. La cause de cette discordance provient sans doute du fait que la théorie de Stokes peut être utilisée pour décrire les vagues se propageant dans une cuve à ondes, mais elle ne s'applique probablement pas à des vagues océaniques plus complexes. Ces considérations sont confirmées par les expériences de Liu (1988) qui montrent que l'exposant m diminue avec l'état de la mer qui se développe. Il atteint des valeurs proches de 4 en plein développement.

Pour que la forme spectrale donnée par (4.17) puisse décrire la mer sous toutes les conditions et afin d'utiliser tant les apports des expériences en cuve à ondes que celles menées en pleine mer, nous ferons l'hypothèse, introduite par Lemaire (1998), que l'exposant de fréquence, m , est dépendant à la fois de la pente significative, S , et de la distance d'action du vent, x . C'est, en effet, le paramètre principal qui différencie les expériences en laboratoire, sur lac et en océan. La pente significative, d'autre part, est un paramètre interne qui tient

compte de l'état de la mer. Aucune relation particulière n'est supposée entre ξ et x .

En pratique, la distance d'action, x , est introduite via le facteur d'amplitude, β , et celui-ci est déterminé par l'aire sous la courbe du spectre, elle-même fournie dès que les paramètres pente significative, ξ , et longueur d'onde au pic du spectre, Λ_0 , sont donnés.

Voici, avec plus de détails, la procédure adoptée. Deux hypothèses sont formulées par rapport au spectre de forme générale (4.19) :

1°) la dépendance en la distance d'action, x , du facteur d'amplitude du spectre, β , pour le cas non saturé, a la forme générale d'une relation empirique :

$$\beta = B x^b \quad (4.27)$$

avec b , une constante qui doit être déterminée expérimentalement et B , une fonction dimensionnelle qui inclut l'influence de tous les paramètres géophysiques autres que la distance d'action.

2°) la relation (4.17) est représentative de distances d'action très petites - typiquement $x = 10$ m - car la cuve à ondes utilisée par Huang et al. pour leurs expériences était de 18,29 m de long.

Utilisant la condition de normalisation (4.18) qui doit être imposée à β , la première hypothèse peut être écrite comme :

$$B x^b = ((2\pi\xi)^2 m^{(m-1)/4} / 2^{(m-5)/2}) / \Gamma((m-1)/4) \quad (4.28)$$

ce qui introduit une relation entre x , ξ et m .

La seconde hypothèse nous indique que pour $x = 10$ m, l'équation (4.17) est vérifiée. L'exposant de fréquence ainsi obtenu pour $x = x_{10} = 10$ m sera noté m_{10} et on a :

$$m_{10} = 2 \mid \log (\sqrt{2} \pi \xi) / \log(2) \mid \quad (4.29)$$

et pour cette distance d'action particulière, x_{10} , l'équation (4.28) se réécrit :

$$B x_{10}^b = ((2\pi\xi)^2 m_{10}^{(m_{10}-1)/4} / 2^{(m_{10}-5)/2}) / \Gamma((m_{10}-1)/4) \quad (4.30)$$

Éliminons B entre (4.28) et (4.30); nous obtenons :

$$(x/x_{10}^b) = 2^{(m_{10}-m)/2} (m^{(m-1)/4} / m_{10}^{(m_{10}-1)/4}) \Gamma((m_{10}-1)/4) / \Gamma((m-1)/4) \quad (4.31)$$

c'est-à-dire une relation entre m, x et § (via m_{10} qui est donné par (4.29)). Cette relation est une expression implicite dès que b est connu.

Nous adopterons pour la valeur de b, celle proposée par Lemaire (1998) :

$$b = -0,18 \quad (4.32)$$

Le paramètre b est estimé par plusieurs auteurs. La valeur retenue est fonction des hypothèses faites sur le spectre ou la propagation des vagues et elles se basent sur des ensembles de données expérimentales particulières. Par exemple, Donelan et al. (1985) proposent $b = -0,1265$, Hasselmann et al. (1976) proposent $b = -0,22$ et Walsh et al. (1989) donnent $b = -0,16$.

Cette procédure réconcilie les valeurs de m les plus probables (entre 3,5 et 5,5) avec les valeurs de § les plus plausibles.

La figure 4.8 présente l'exposant de fréquence, m, en fonction de la pente significative, §, pour différentes distances d'action du vent, x. Elle est obtenue en résolvant (4.31) avec (4.32). La pente significative est considérée comme inférieure à 5 %, qui est sa valeur extrême en cuve à ondes.

On retrouve bien l'observation expérimentale suivante : pour une valeur de § donnée, m est plus petit pour des distances d'action plus grandes. Il est évident que pour $x = 10$ m, la courbe de m en fonction de § correspond à l'expression (4.17) illustrée à la figure 4.2 (attention, sur celle-ci, les échelles sont logarithmiques).

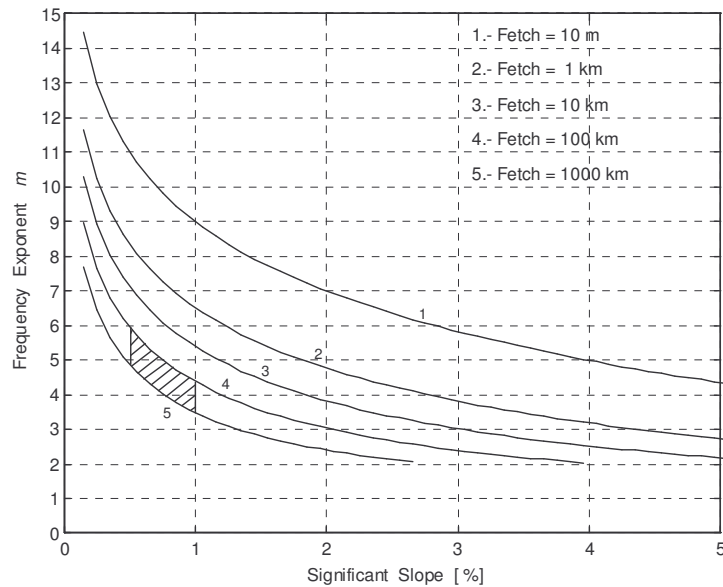


Figure 4.8 : L'exposant de fréquence m en fonction de la pente significative, ξ , pour différentes distances d'action du vent, x . La zone hachurée représente les valeurs usuelles de x et ξ en océan (Lemaire, 1998)

La figure 4.9 (Lemaire, 1998) représente le facteur d'amplitude, β , en fonction de ξ et pour différents m (ou x via (4.28)). Les courbes en trait plein sont le résultat du calcul de β par le modèle de Lemaire. Celui-ci propose une comparaison de ces courbes avec des données expérimentales issues de la littérature. Les symboles ouverts représentent les valeurs expérimentales de JONSWAP rapportées par Müller (1976) et les cercles pleins sont les données en laboratoire de Huang et al. (1981b). Pour les données en mer, une très bonne concordance est obtenue sur le domaine complet de variation de ξ . Pour les mesures en laboratoire, il y a discordance pour les faibles valeurs de ξ .

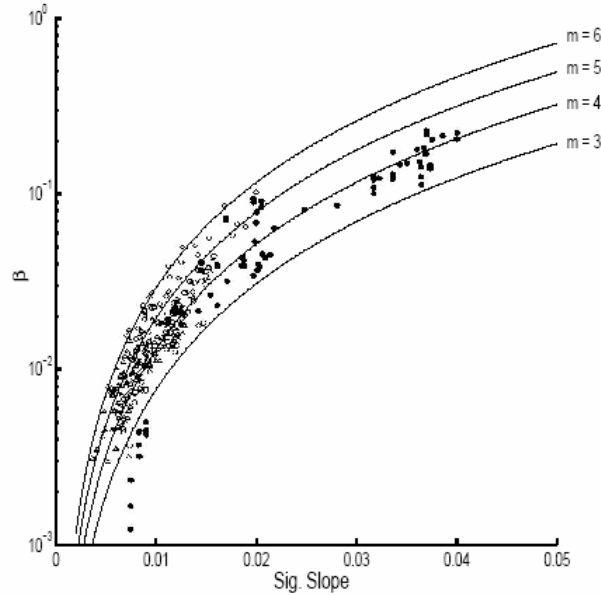


Figure 4.9 : Le facteur d'amplitude du spectre, β , en fonction de la pente significative, S , pour différentes valeurs de l'exposant de fréquence, m . Les symboles ouverts sont les données JONSWAP rapportées par Müller (1976) et les cercles pleins sont les mesures de Huang et al. (1981b) (Lemaire, 1998)

En conclusion, sur la base des expériences en mer, le spectre temporel des vagues de gravité prend la forme (4.19) où la coupure exponentielle des basses fréquences tient compte de l'absence de vagues avec des longueurs d'onde infinies, qui se propageraient à la surface.

La forme spectrale (4.19) est complètement spécifiée par seulement trois paramètres indépendants : la pente significative, S , la fréquence au pic du spectre en fréquence, ω_0 , et la distance d'action du vent, x . A l'aide de ces trois paramètres, le facteur d'amplitude du spectre, β , et l'exposant de fréquence, m , sont calculés. En effet, avec S , m_{10} est calculé via (4.29) et β via (4.30) à l'aide de (4.32). Avec x , on trouve m via (4.31) car $x_{10} = 10$ m et on peut aussi calculer β par (4.27).

Ce spectre est exprimé directement comme fonction de paramètres

internes ou géométriques. Aucun mécanisme de génération de vagues n'a été supposé et aucune relation empirique - vraie sous les conditions expérimentales mais difficilement étendue - n'est utilisée. Seuls les paramètres $\eta = 4$ (section 4.3.3.1) et $b = -0,18$ (section 4.3.4) ont été fixés.

4.3.5 Fonction d'accroissement du pic

4.3.5.1 Introduction

Si l'on compare le spectre de Wallops (4.19) au spectre de JONSWAP (4.12), on peut constater que le spectre de Wallops généralise le spectre de JONSWAP par l'introduction d'une décroissance en ω^m , où l'exposant m est fonction de l'état de développement de la mer. Par contre, il ne contient pas la fonction d'accroissement du pic, γ , dont la présence est justifiée par l'expérience. C'est pourquoi nous avons analysé l'intérêt de la correction du spectre de Wallops par l'introduction de ce facteur.

4.3.5.2 Expression et utilité

Mais quelle formulation choisir pour γ ? Les expériences JONSWAP fournissent un modèle donné par les équations (4.14) pour γ , (4.15) pour q , qui est fonction de Δ donné par (4.16).

Le problème de la formulation (4.14) et (4.16) est qu'elle n'est pas valable à la fois pour une mer pleinement développée et pour une mer non pleinement développée. En 1985, Donelan et al. étudient la variabilité de γ et de Δ en fonction d'un paramètre d'état de la mer :

$$U_c/c_0 = U \cos(\theta)/c_0 \quad (4.33)$$

où U_c = composante du vent à 10 m dans la direction de propagation des vagues au pic spectral

c_0 = vitesse de phase des vagues au pic du spectre en fréquence.

Ils se basent sur des observations en mer : γ augmente systématiquement avec U_c/c_0 , sauf quand $U_c/c_0 < 1$ où γ semble

constant et égal à 1,7. Le facteur γ peut être écrit par

$$\begin{aligned}\gamma &= 1,7 & 0,83 < U_c/c_0 < 1 \\ &= 1,7 + 6,0 \log (U_c/c_0) & 1 \leq U_c/c_0 < 5\end{aligned}\quad (4.34)$$

où $U_c/c_0 = 0,83$, pour une mer pleinement développée (voir section 2.2.4). Le paramètre, Δ , la largeur du pic, a été déterminé de telle façon que l'intégrale sous la courbe du spectre $\phi(\omega)$ concorde avec la variance du spectre $2\pi\sigma_{LD}^2$. Selon Donelan et al., pour un accord à 4 %, on a

$$\Delta = 0,08 [1 + 4 / (U_c/c_0)^3] \quad 0,83 < U_c/c_0 < 5 \quad (4.35)$$

Analysons la figure 4.10 qui compare les spectres de JONSWAP (Hasselmann et al., 1973) et de Pierson-Moskowitz (1964) avec celui proposé par Donelan².

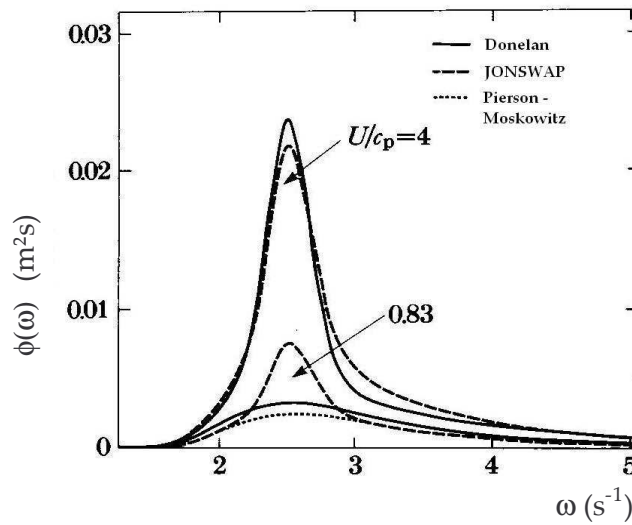


Figure 4.10 : Comparaison des spectres avec $\omega_0 = 2,5 \text{ s}^{-1}$, pour 2 valeurs de U_c/c_0 (Donelan et al., 1985)

² Le spectre de Donelan est égal au spectre de Wallops (4.19), avec $m = 4$ et $\beta = \alpha/2\pi$, où $\alpha = 0,006 (U_c/c_0)^{0,55}$ pour $0,83 < U_c/c_0 < 5$ et multiplié par γ donné par (4.34), (4.15) et (4.35).

Pour le spectre de Donelan, deux valeurs de U_c/c_0 sont choisies : la valeur 0,83 correspond à une mer pleinement développée et la valeur 4,0 à une mer non développée, c'est-à-dire à distance d'action limitée. Les valeurs de la vitesse du vent et de la distance d'action appropriées à ces spectres ($\omega = 2,5 \text{ s}^{-1}$) sont respectivement $15,6 \text{ ms}^{-1}$ et 2,5 km (distance d'action limitée) et $3,2 \text{ ms}^{-1}$ et 104 km (mer complètement développée).

Même s'il a été initialement mis au point pour une mer non pleinement développée, le spectre de Donelan, avec $U_c/c_0 = 0,83$, correspond bien avec celui de Pierson-Moskowitz, qui est un bon modèle spectral pour une mer pleinement développée, et uniquement dans ce cas. A l'autre extrémité de l'échelle des spectres, i.e. ceux à distance d'action fortement limitée, le spectre de Donelan, avec $U_c/c_0 = 4,0$, est en accord raisonnable avec celui de JONSWAP, qui est un bon modèle pour une mer pleinement développée. Mais, au contraire de celui de Donelan, si on l'extrapole au cas d'une mer pleinement développée, il conserve son pic d'accroissement, c'est-à-dire qu'il est incapable d'évoluer vers un pic plus large, comme observé dans ce cas. C'est grâce à l'introduction de (4.34) (respectivement (4.35)) dans Donelan au lieu de (4.14) (respectivement (4.16)) dans JONSWAP, que le spectre de Donelan modélise aussi le cas d'une mer pleinement développée.

Nous pouvons en conclure qu'il est opportun de combiner l'introduction de la fonction d'accroissement du pic dans le spectre de Wallops pour obtenir un spectre qui décrive à la fois une mer non pleinement développée et une mer pleinement développée.

4.3.5.3 Influence sur la partie haute fréquence du spectre

Selon certains auteurs (Lemaire, 1998), la fonction d'accroissement du pic a un impact négligeable sur la diffraction de surface parce qu'elle influence le spectre des grandes vagues et, pour la diffraction, seul le spectre des petites vagues est important. Elle n'est, dès lors, pas considérée comme utile. Nous montrerons ci-dessous qu'il faut revoir cette conclusion.

Si on considère un altimètre dans la configuration instrumentale, on

ne peut plus négliger la fonction d'accroissement du pic. A partir de l'écho de l'altimètre, la valeur r.m.s. des déplacements de la surface, σ_{LD} , est estimée. Cette valeur r.m.s. permet le calcul de l'amplitude du spectre, β . Or si on néglige γ^a , l'amplitude β obtenue est erronée : elle est telle que l'aire sous la courbe (4.20) est donnée par σ_{LD} et elle devrait être telle que l'aire sous la courbe (4.19) multipliée par γ^a soit donnée par σ_{LD} .

Par ailleurs, la fonction d'accroissement du pic influence aussi le coefficient a_1 du développement en série de Fourier de la fonction angulaire du spectre (chapitre 5). En effet, introduire γ^a modifie la variance des pentes, qui est nécessaire pour évaluer ce coefficient a_1 .

En conclusion, la fonction d'accroissement du pic a un double effet : sur la normalisation du spectre et donc sur son amplitude et sur la variance des pentes et donc sur le spectre directionnel de la surface de la mer.

4.3.5.4 Impact théorique sur l'amplitude du spectre

L'équation (4.19) peut se réécrire sous la forme :

$$\phi(\omega) = \beta f(\omega) \quad (4.36)$$

avec

$$f(\omega) = 2\pi g^2 \omega_0^{-5} (\omega_0/\omega)^m \exp(-(m/4)(\omega_0/\omega)^4) \quad (4.37)$$

et β , l'amplitude du spectre, donnée implicitement par :

$$\sigma_{LD}^2 = 1/2\pi \int_0^\infty \beta f(\omega) d\omega$$

Si on considère le spectre avec la fonction d'accroissement du pic $\phi(\omega) = \beta' \gamma^a f(\omega)$, on doit avoir :

$$\sigma_{LD}^2 = 1/2\pi \int_0^\infty \beta' \gamma^a f(\omega) d\omega \quad (4.38)$$

Il en résulte que :

$$\beta'/\beta = \int_0^{\infty} f(\omega) d\omega / \int_0^{\infty} \gamma^q f(\omega) d\omega \quad (4.39)$$

Ce qui s'interprète simplement comme suit : le rapport des amplitudes du spectre est inversement proportionnel au rapport des surfaces sous la courbe du spectre. Il nous reste à évaluer ce rapport des surfaces.

4.3.5.5 Impact calculé sur l'amplitude du spectre

Nous avons repris les deux cas présentés à la figure 4.10 pour évaluer le rapport des amplitudes spectrales β sans fonction d'accroissement du pic, et β' avec fonction d'accroissement du pic. Dans un premier temps, nous avons pris pour m , la valeur de 4 qui est celle proposée par Donelan (voir note 2 en bas de page 4-24). Par la suite, nous avons étudié l'influence de ce paramètre sur le résultat.

Les figures (4.11) à (4.13) présentent trois spectres pour des valeurs différentes des paramètres. Ces figures comparent le spectre $f(\omega)$, le spectre $\gamma^q f(\omega)$ et enfin le spectre $R\gamma^q f(\omega)$ où :

$$R = \beta'/\beta \quad (4.40)$$

tel que l'on ait la même variance (même aire sous la courbe).

Il en résulte que :

$$\phi(\omega) = R \beta \gamma^q f(\omega) \quad (4.41)$$

On notera que la figure 4.10 représente le spectre $\phi(\omega)$, tandis que les figures 4.11 à 4.13 présentent $f(\omega)$, les deux étant reliés par (4.36), à savoir $\phi(\omega) = \beta f(\omega)$. La valeur de β est $2,05 \cdot 10^{-3}$ (figure 4.11), $1,40 \cdot 10^{-3}$ (figure 4.12) et $0,86 \cdot 10^{-3}$ (figure 4.13).

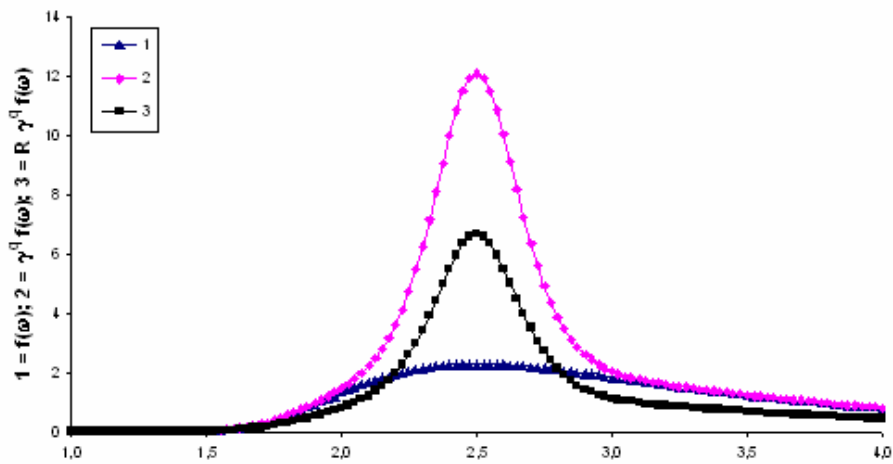


Figure 4.11 : Comparaison des spectres $f(\omega)$, $\gamma^q f(\omega)$ et $R\gamma^q f(\omega)$ pour les valeurs suivantes des paramètres : $U_c/c_0 = 4$, $U = 15,6 \text{ ms}^{-1}$, $m = 4$, $\omega_0 = 2,5 \text{ s}^{-1}$. Dans ce cas, R vaut 0,55.

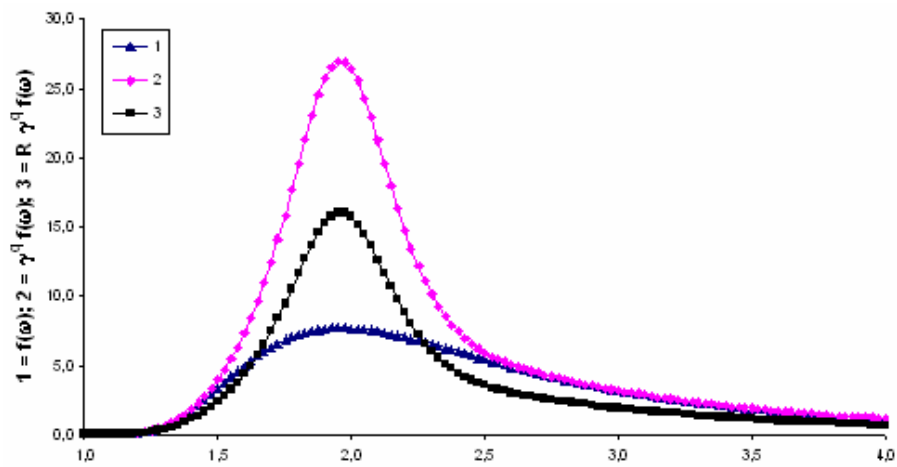


Figure 4.12 : Comparaison des spectres $f(\omega)$, $\gamma^q f(\omega)$ et $R\gamma^q f(\omega)$ pour les valeurs suivantes des paramètres : $U_c/c_0 = 2$, $U = 10 \text{ ms}^{-1}$, $m = 4$, $\omega_0 = 1,96 \text{ s}^{-1}$. Dans ce cas, R vaut 0,59.

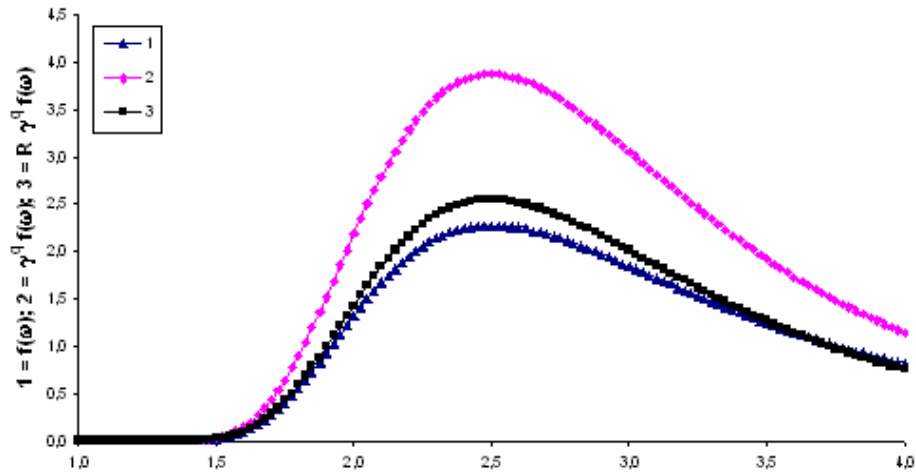


Figure 4.13 : Comparaison des spectres $f(\omega)$, $\gamma^m f(\omega)$ et $R\gamma^m f(\omega)$ pour les valeurs suivantes des paramètres : $U_c/c_0 = 0,83$, $U = 3,2 \text{ ms}^{-1}$, $m = 4$, $\omega_0 = 2,5 \text{ s}^{-1}$. Dans ce cas, R vaut $0,66$.

Les figures 4.11 à 4.13 démontrent que

- 1) l'introduction de γ^m rend bien le pic plus pointu dans le cas d'une mer non pleinement développée;
- 2) le γ^m donné par (4.34) et (4.35) a peu d'influence sur la forme spectrale, dans le cas d'une mer pleinement développée (figure 4.13);
- 3) le rapport entre les amplitudes β et β' , R , est assez différent de l'unité et ne peut donc être négligé.

Avant de conclure, il nous faut encore vérifier si cette dernière observation est toujours vraie pour une autre valeur de l'exposant de fréquence, m . A titre d'exemple, le calcul de R a été effectué pour le cas de la figure 4.12 et pour m variant de $3,5$ à $5,5$. Les valeurs sont consignées dans le tableau 4.1. A nouveau, le rapport entre les amplitudes β et β' est assez différent de l'unité, quelle que soit la valeur de l'exposant de fréquence, m .

m	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5
R	0,619	0,594	0,573	0,555	0,540

Table 4.1 : Evolution du rapport R donné par (4.40) en fonction du paramètre m (pour $U = 10 \text{ ms}^{-1}$, $U_c/c_0 = 2$ et $\omega_0 = 1,96 \text{ s}^{-1}$)

Nous pouvons donc conclure qu'il faut introduire la fonction d'accroissement du pic du spectre pour décrire correctement la forme spectrale des déplacements de la surface dans le domaine des vagues de gravité. Cette fonction d'accroissement du pic influence l'amplitude β de ce spectre.

4.3.6 Conclusion

Le spectre des déplacements de la surface pour les vagues de gravité est donné par l'équation (4.41) avec les équations (4.15), (4.27), (4.29) à (4.32), (4.34), (4.35), (4.37), (4.39) et (4.40). Ce modèle spectral réduit le nombre de paramètres déterminés empiriquement à un minimum : seules les valeurs 4 pour le paramètre η et -0,18 pour le paramètre b ont été choisies sans justification théorique rigoureuse, mais sur base expérimentale. C'est un modèle à trois degrés de liberté car il est fonction de trois paramètres indépendants : la pente significative, S , la fréquence au pic du spectre en fréquence, ω_0 , et la distance d'action du vent, x . Il ne dépend pas des conditions de vent local. En effet, les vagues ont une plus longue « mémoire » de ce qui s'est passé que l'air et tous les effets extérieurs se retrouvent dans la forme de la vague, quantifiée par les paramètres choisis.

Cependant, un problème se pose si on veut utiliser cette forme spectrale pour calculer le coefficient de diffraction total, σ° , qui est donné par la somme du coefficient de diffraction à l'ordre zéro, $(\sigma^\circ)_0$, et du coefficient de diffraction à l'ordre un, $(\sigma^\circ)_1$. En effet, pour obtenir $(\sigma^\circ)_1$, il est nécessaire de connaître le spectre des déplacements des petites vagues et pour $(\sigma^\circ)_0$, la variance de celles-ci tandis que ce spectre ne fournit des renseignements que sur la partie basse fréquence du spectre des déplacements de la surface de la mer. Dès lors, l'addition d'une queue haute fréquence à cette forme spectrale s'impose. D'autre part, comme les petites vagues sont une réponse directe de l'effet du vent sur la surface de la mer, cette queue haute fréquence ne sera fonction que du vent local.

4.4 Spectre des déplacements de la surface pour les vagues capillo-gravifiques

4.4.1 Introduction

La partie capillo-gravifique du spectre des déplacements de la surface est importante pour la compréhension et le calcul des signatures radar de la surface de la mer aux microondes. Pour le diffusionmètre, au premier ordre, la réponse est liée linéairement à l'amplitude du spectre dans ce domaine. Les vagues capillo-gravifiques influencent aussi les mesures de l'altimètre en augmentant la diffusion de l'onde électromagnétique incidente dans toutes les directions.

4.4.2 Spectre de Toba

Toba (1973) propose une forme spectrale dans le domaine des vagues capillo-gravifiques en se basant sur la similitude avec le spectre de Kitaigorodskii dans le domaine gravifique. Si le spectre des vagues de gravité est normalisé par sa valeur au pic et la fréquence par la fréquence au pic, il présente une forme indépendante de l'état de la mer. L'auteur montre que le côté haute fréquence du spectre, dans le domaine capillo-gravifique, tend, dans un diagramme doublement logarithmique, vers une droite parallèle à la droite d'équation :

$$\alpha_0 g u^* \omega^4 \quad (4.42)$$

où α_0 est une constante sans dimension.

Cette droite donne la forme globale du spectre dans ce domaine où la tension superficielle et la gravité jouent un rôle important. Dans l'équation (4.42), la gravité, g , est modifiée pour tenir compte des effets de la tension de surface, elle est remplacée par g^* , donné par :

$$g^* = g + T/\rho K^2 \quad (4.43)$$

où T est la tension superficielle, ρ est la masse volumique de l'eau et K est le nombre d'onde associé à la fréquence. Il en résulte que le spectre s'exprime comme :

$$\phi(\omega) = \alpha_g g^* u^* \omega^4 \quad (4.44)$$

Pour Toba, cette forme s'accorde très bien aux mesures de 33 à 130 Hz (1,0 à 5,5 cm⁻¹) avec comme valeur pour la constante α_g , 0,020. Mitsuyasu & Honda (1974) comparent leurs mesures au spectre de Toba montrant la concordance sur le domaine de 3 f₀ à 60 Hz (9 K₀ à 12,0 cm⁻¹). D'autre part, ils constatent que la constante α_g augmente avec la vitesse de friction, u*.

Cependant, le peu de mesures disponibles ne permet pas d'établir une loi de variation de α_g avec u*. Néanmoins, la valeur de 0,020 proposée par Toba semble surestimée. C'est vraisemblablement pourquoi Mitsuyasu (1977) propose la valeur de 0,012 qui s'accorde très bien avec sa mesure dans le domaine de 5 à au moins 14 Hz (1,0 à au moins 7,9 cm⁻¹). Le tableau 4.2 présente une comparaison des données mesurées par Toba, Mitsuyasu & Honda et Mitsuyasu. On notera que Mitsuyasu est le seul, des auteurs présentés à la table 4.2, qui a effectué des mesures en mer.

Les mesures de Mitsuyasu ont aussi montré que le spectre des vagues capillo-gravifiques est indépendant de la distance d'action, c'est-à-dire que la présence de larges vagues de gravité dominantes n'affecte pas ce domaine. Ceci confirme l'hypothèse que les petites vagues ne dépendent que du vent local et le modèle de Toba représente bien les mesures dans le domaine des vagues capillo-gravifiques.

La figure 4.14 présente le spectre pour des vitesses de vent à 10 mètres de 7,2 ms⁻¹ à 33,2 ms⁻¹.

	Type de mesures	u* (cm s ⁻¹)	Distance d'action (m)	Domaine d' existence (cm ⁻¹)	α_g
Toba (1973)	Laboratoire	33 à 115	4,5 à 10,0	1,0 à 5,5	0,020
Mitsuyasu & Honda (1974)	Laboratoire	15 à 180	1,05 à 8,25	9 K ₀ à 12,0	0,020 mais f(u.)
Mitsuyasu (1977)	Mer (+houle)	29	2000	1,0 à 7,9	0,012

Table 4.2 : Comparaison des mesures du spectre capillo-gravifique de Toba

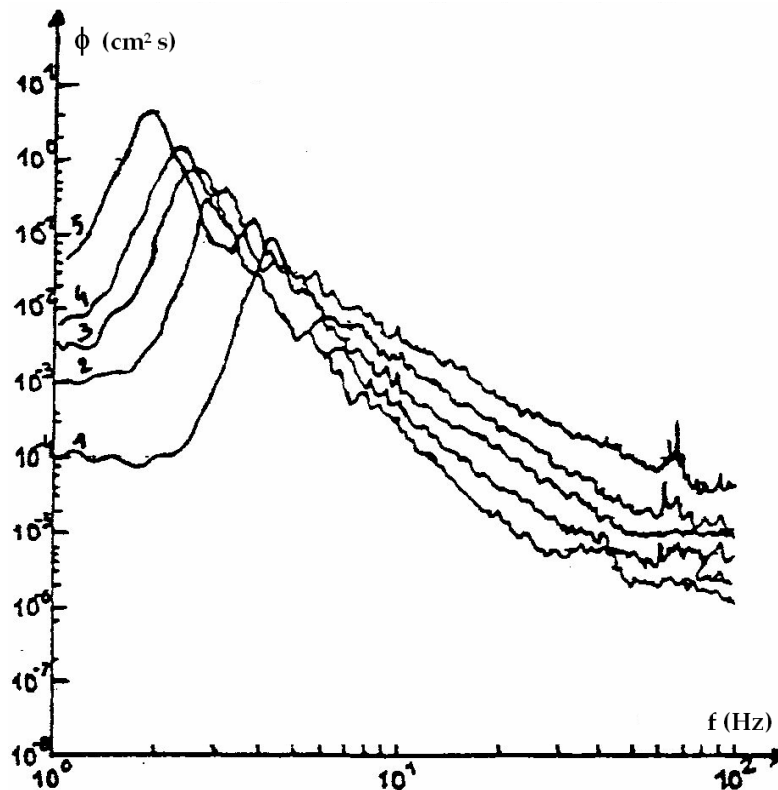


Figure 4.14 : Croissance du spectre des vagues capillo-gravifiques avec la vitesse du vent, pour une distance d'action de 8,25 m ($U_{10} =$ (1) 7,2 ; (2) 12,0 ; (3) 16,8 ; (4) 19,8 et (5) 33,2 ms^{-1}) (Mitsuyasu & Honda, 1974)

4.4.3 Evaluation de la constante α_g

Le modèle de Toba avec α_g constant est basé sur des expériences, principalement en laboratoire, et sur des mesures de spectre en fréquence. Hara et al. (1994) ont montré que pour les vents faibles, le spectre en nombre d'onde calculé à partir de mesures temporelles surestime de façon significative celui calculé directement à partir de mesures spatiales. Des nouvelles techniques ont été développées pour la mesure directe du spectre en nombre d'onde des vagues capillo-gravifiques.

Lemaire (1998) a comparé les résultats et les données en laboratoire et

en mer, qui ont été obtenus par mesure directe du spectre en nombre d'onde. Il a résumé les conditions expérimentales, la technique utilisée pour mesurer le spectre et la méthode de détermination de la vitesse de friction du vent.

La forme du spectre de Toba est cohérente avec les données expérimentales discutées par Lemaire. Le facteur d'amplitude, α_g , n'est pas constant mais est fonction de la vitesse de friction du vent, u^* , comme l'indiquent les mesures de Mitsuyasu & Honda (figure 4.15). Deux régimes sont observés et le changement se passe autour de 8 cms^{-1} en mer et de 25 cms^{-1} en laboratoire.

Nous rappelons ci-dessous la modélisation de α_g proposée par Lemaire ; nous montrons que celle-ci présente un inconvénient, à savoir un point anguleux ; nous proposerons ensuite une amélioration de cette modélisation pour remédier à cet inconvénient.

Rappelons que, pour rester suffisamment général, Lemaire admet une dépendance en puissance de u^* qui est différente en dessous et au-dessus du changement de régime :

$$\alpha_{g,\text{éq}} = a u^{*b} u_0^{-b} \quad (4.45)$$

avec $u_0 = 1 \text{ cms}^{-1}$ qui est introduit pour obtenir un rapport sans dimension.

A partir du champ de données de Hara et al. (1994), des observations à vitesses de vent modérées de Mitsuyasu (1977) et des expériences en cuve à ondes à vents plus élevés de Toba (1973), Liu & Lin (1982), Jähne & Riemer (1990) et Klinke & Jähne (1992), un moindre carré conduit Lemaire (1998) aux valeurs suivantes :

$$a = 1,0 \cdot 10^{-6} \quad b = 4,2 \quad \text{pour } u^* < 8 \text{ cms}^{-1} \quad (4.46.a)$$

$$a = 4,1 \cdot 10^{-3} \quad b = 0,2 \quad \text{pour } u^* \geq 8 \text{ cms}^{-1} \quad (4.46.b)$$

La figure 4.15 présente le $\alpha_{g,\text{éq}}$ donné par les équations (4.45) et (4.46) en comparaison avec les α_g des mesures. Ils sont globalement en dessous de la valeur de 0,02 de Toba et tendent vers la valeur de 0,012 de Mitsuyasu pour les grands vents.

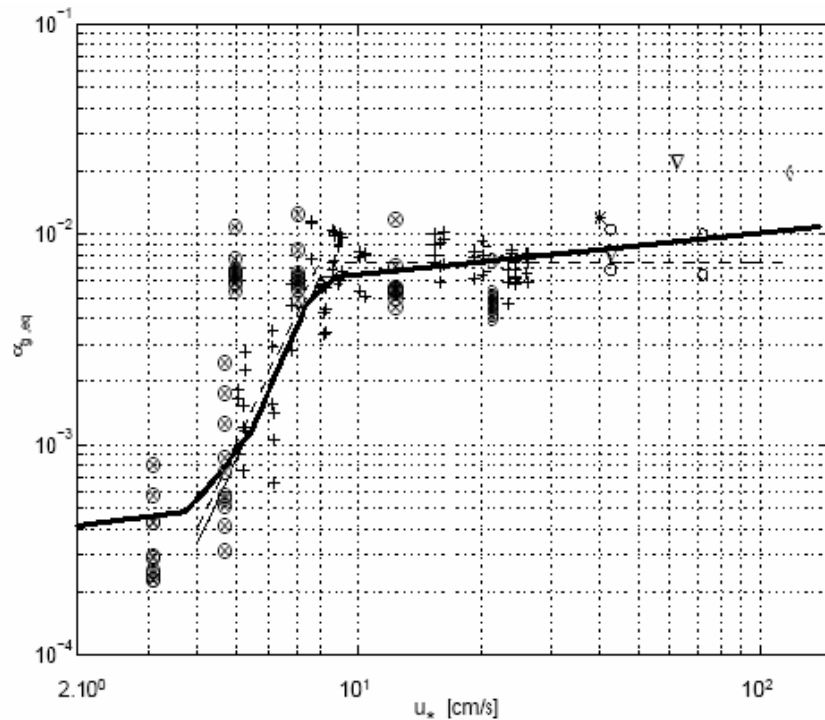


Figure 4.15 : Le facteur d'amplitude de Toba, α_g . La ligne en trait plein est l'expression (4.45) et (4.46). La ligne en trait gras est l'expression (4.47) et (4.48). Les données sont : + Hara et al. (1994); $\otimes$ Hwang et al. (1996) pour l'océan; o Jähne & Riemer (1990); * Mitsuyasu (1977); $\diamond$ Toba (1973) et ∇ Liu & Lin (1982) en laboratoire

Cependant, le modèle de $\alpha_{g,eq}$ proposé par Lemaire (équations (4.45) et (4.46)) présente un inconvénient : l'existence d'un point anguleux en $u_* = 8 \text{ cm s}^{-1}$. De plus, pour les vents très faibles, le $\alpha_{g,eq}$ est aussi trop faible. Pour pallier ces défauts, nous proposons la démarche suivante :

- pour $u_* \geq 10 \text{ cm s}^{-1}$, le modèle (4.46.b) est adopté, c'est-à-dire avec $a = 4,1 \cdot 10^{-3}$ et $b = 0,2$;
- pour $u_* < 4 \text{ cm s}^{-1}$, le modèle (4.46.b) est adopté, mais avec $a = 4,1 \cdot 10^{-4}$ et $b = 0,2$; ceci revient à dire que, dans un graphe doublement logarithmique, nous prenons une droite de même pente b que pour le cas $u_* \geq 10 \text{ cm s}^{-1}$, mais qui coupe l'axe Y en une valeur a dix fois plus petite que dans ce cas.

- pour $4 \text{ cms}^{-1} \leq u^* < 10 \text{ cms}^{-1}$, ces deux modèles sont reliés à l'aide d'une fonction exponentielle donnée par l'équation (4.48), qui permet de passer sans heurt de l'un à l'autre par l'équation (4.47).

Nous retenons finalement, pour l'amplitude du spectre des déplacements de la surface dans le domaine capillo-gravifique, l'équation suivante avec les valeurs des constantes a et b données en (4.46.b) :

$$\alpha_{g,eq} = (1 - 0,88 F(x)) a u^{*b} u_0^{-b} \quad (4.47)$$

avec

$$F(x) = \exp(-0,01 (u^*/3,75)^7) \quad (4.48)$$

Cette amplitude du spectre est illustrée par la courbe en traits pleins à la figure 4.15 : elle ne présente plus les « défauts » de la courbe en pointillés. L'intérêt d'utiliser ce spectre plutôt que celui de Toba est présenté au chapitre 7.

En conclusion, pour cette partie du spectre, nous proposons et utilisons une expression améliorée de Toba ((4.43), (4.44), (4.46.b), (4.47) et (4.48)) basée sur des mesures récentes du spectre en nombre d'onde, sous des conditions océaniques. Il reste encore une question à examiner avant d'adopter définitivement cette forme spectrale pour les vagues capillo-gravifiques : quelle est la contribution du spectre de Toba (modifié) aux moments du spectre des déplacements de la surface de la mer.

4.4.4 Contribution aux moments

Le spectre des vagues de gravité est cohérent avec la variance des déplacements car l'amplitude du spectre, β , a été choisie de telle sorte que l'aire sous la courbe du spectre soit égale à σ_{LD}^2 défini par (4.3) et (4.4) et où σ_{LD} est aussi donné par (2.28). En combinant ce spectre à la forme spectrale de Toba (section 4.6, où est expliquée la manière de raccorder les deux spectres et où est spécifié le domaine spectral couvert par chacun d'eux), il y a lieu de s'interroger sur la contribution de Toba à σ_{LD}^2 . La figure 4.16 indique que cette

contribution est négligeable (de l'ordre de 2%), le spectre complet est donc également cohérent.

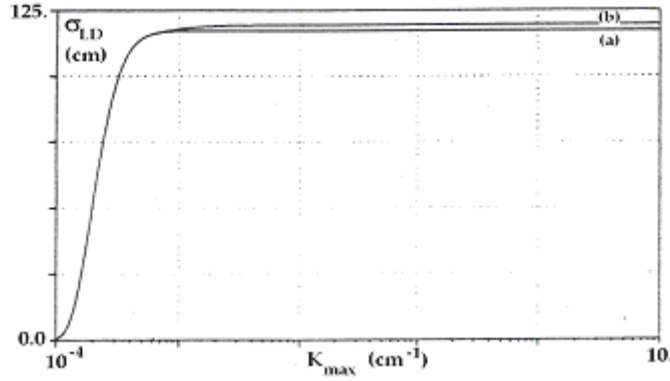


Figure 4.16 : Comparaison entre σ_{LD} obtenu par intégration des spectres de gravité (a) et de gravité-Toba (b) pour une pente significative de 0,0043, $K_0 = 2,3 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-1}$ et $u = 96 \text{ cms}^{-1}$. $K_{\max}$ désigne la borne supérieure d'intégration.

La variance du spectre des pentes de la surface de la mer est définie similairement à la variance des déplacements, et scindée en deux contributions; la variance des pentes des grandes vagues :

$$\sigma_{LS}^2 = (1/2\pi) \int_0^{K_b} K^2 S(K) dK \quad (4.49)$$

et la variance des pentes des petites vagues :

$$\sigma_{RS}^2 = (1/2\pi) \int_{K_b}^{\infty} K^2 S(K) dK \quad (4.50)$$

La séparation entre les éléments de la surface à petite et à grande échelle est faite à l'aide du nombre d'onde limite, K_b . Les qualificatifs « petit » et « grand » se rapportent à la fréquence électromagnétique (chapitre 1 et section 6.3.5).

Numériquement, la contribution à σ_{RS}^2 de 10^{-10} à 10^{-15} cm^{-1} est négligeable de même que la contribution au-delà de 1000 cm^{-1} . La figure 4.17 présente l'influence de la partie capillo-gravifique de Toba sur la variance des pentes des grandes vagues. Le modèle de gravité-Toba présente une tendance plus réaliste pour la variance des pentes

que le modèle de gravité : plus le nombre d'onde limite K_b est grand, plus il y a de pentes qui sont à prendre en considération et plus la variance des pentes est élevée. Par ailleurs, l'absence d'un plateau, pour les valeurs de K_b de plus en plus grandes, montre que la variance totale des pentes va continuer à croître, alors que la viscosité de l'eau empêche l'existence de vagues, et donc de pentes, de fréquence très élevée. C'est pourquoi le modèle spectral de gravité-Toba doit être complété par une queue dans le domaine capillaire, qui jouerait le rôle de « saturation » pour la variance des pentes: le spectre de coupure visqueuse de Cox présenté à la section suivante.

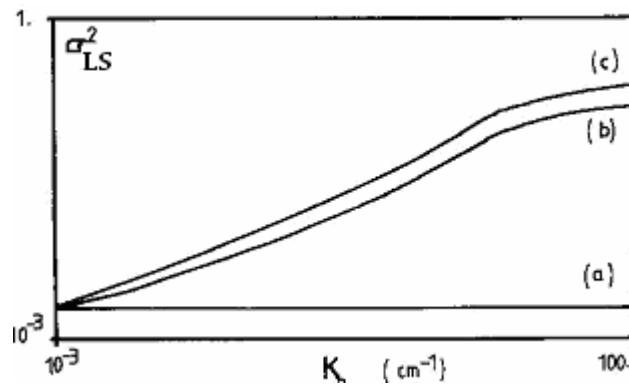


Figure 4.17 : Comparaison entre σ_{LS}^2 obtenu par intégration des spectres de gravité (a) et de gravité-Toba (b) pour une vitesse de friction de 63 cm s^{-1} (b) et 96 cm s^{-1} (c) et pour une pente significative de $0,0043$ et $K_0 = 2,3 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-1}$

4.5 Spectre des déplacements de la surface pour les vagues capillaires

4.5.1 Spectre de Cox

Pour les vagues dans le domaine purement capillaire, l'effet de la viscosité de l'eau devient de plus en plus important et la forme spectrale dans ce domaine prend la forme d'un « spectre de coupure ». Cette forme est basée sur les mesures du spectre des pentes menées par Cox (1958) en laboratoire. Le spectre de coupure

visqueuse de Cox a été élaboré par Pierson & Stacy (1973) sous la forme :

$$S(K) = 1,473 \cdot 10^{-4} K_c^6 u_*^3 K^{-9} \quad (4.51)$$

où K_c est donné par l'équation (2.48), soit

$$K_c = \sqrt{\frac{g\rho}{T}} \cong 3,64 \text{ cm}^{-1}$$

pour le nombre d'onde critique, c'est-à-dire tel que les effets de la gravité et de la tension superficielle sont équivalents. Il faut à nouveau évaluer la contribution de Cox aux moments du spectre de gravité et de gravité-Toba. La combinaison des trois spectres et le domaine spectral couvert par chacun d'eux sont spécifiés à la section 4.6.

4.5.2 Contribution du spectre de Cox aux moments

Comme la contribution de Toba à σ_{LD} est négligeable, a fortiori celle de Cox l'est aussi. Il nous reste donc à étudier les variances des pentes des grandes et des petites vagues, définies par (4.49), respectivement (4.50). La figure 4.18 présente l'influence de la partie capillaire de Cox sur la variance des pentes des grandes vagues. Avec la partie de Cox, une valeur constante pour σ_{LS}^2 est atteinte dès que K_b est plus grand que les nombres d'onde concernés par le spectre de Cox. En conclusion, la queue haute fréquence de Cox joue le rôle de coupure spectrale.

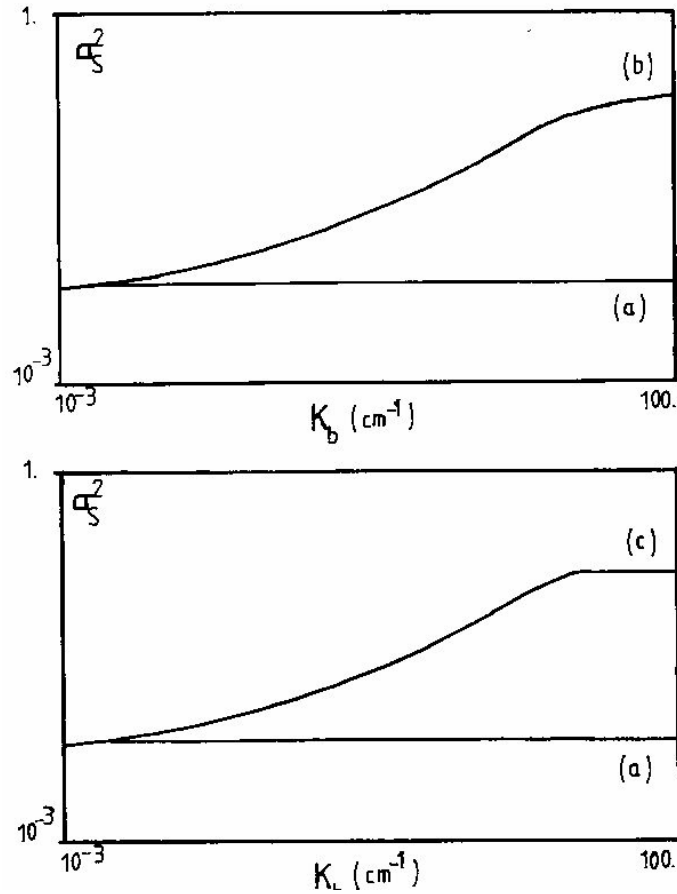


Figure 4.18 : Comparaison entre σ_{LS}^2 obtenu par intégration des spectres de gravité (a) de gravité-Toba (b) et de gravité-Toba-Cox (c) pour une vitesse de friction de 88 cm s^{-1} , une pente significative de $0,0082$ et $K_0 = 2,6 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-1}$

4.5.3 Conclusion

Les formes spectrales ont été établies pour les trois domaines de vagues :

- les équations (4.41), avec (4.15), (4.34), (4.35), (4.27), (4.29) à (4.32), (4.37), (4.39) et (4.40) pour le domaine des vagues de gravité,
- les équations (4.44) avec (4.43), (4.46.b), (4.47) et (4.48) pour le

domaine des vagues capillo-gravifiques,

- les équations (4.51) avec (2.48) et (2.49) pour le domaine des vagues capillaires.

4.6 Spectre des déplacements de la surface pour les vagues gravifiques, capillo-gravifiques et capillaires

Les trois composantes du spectre des déplacements de la surface doivent être correctement reliées entre elles.

Une première approche consiste à les juxtaposer : le domaine en fréquence (ou en nombre d'onde), où chaque partie du spectre est utilisée, est limité à l'intervalle déterminé par son intersection avec les autres formes adjacentes. Il en résulte deux nombres d'onde qui marquent les transitions entre, d'une part, le spectre de gravité et le spectre capillo-gravifique, et d'autre part, le spectre capillo-gravifique et le spectre capillaire. Cependant, avec cette méthode, le domaine d'application de chaque forme spectrale n'est pas complètement contrôlé et ces formes pourraient être utilisées pour des domaines de nombre d'onde où elles ne sont pas applicables. De plus, une intersection entre deux formes spectrales n'existe pas toujours. Finalement, un tel procédé introduit des points anguleux aux endroits où la forme spectrale passe d'une expression à l'autre.

Lemaire (1998) propose une combinaison $S(K)$ des spectres de gravité, capillo-gravifique et capillaire, qui évite ces points anguleux. Une synthèse de cette combinaison est présentée ci-dessous.

La première composante de $S(K)$ est S_g . Elle est formée du spectre des vagues de gravité jusqu'au nombre d'onde qui vaut 10 fois le nombre d'onde au pic du spectre en fréquence, K_0 . Pour un nombre d'onde supérieur à $10 K_0$, une transition continue en amplitude de cette expression vers une loi en puissance de K^{-3} (c'est-à-dire ω^5) est imposée : à partir de ce nombre d'onde, on impose que m soit égal à 5. Ceci a été introduit par Lemaire (1998) sur base des observations de Forristall en 1981, Banner et al. en 1989, Kahma en 1981 et Kahma & Calkoen en 1992 et des justifications théoriques de Kitaigorodskii en 1983 et Banner en 1990.

La deuxième composante S_{cg} est formée par le spectre de Toba modifié et la troisième composante S_c est formée par le spectre de Cox.

Un filtre exponentiel passe-bas (équation (4.52)) assure que la composante gravifique du spectre se limite bien au domaine gravifique. Des filtres similaires passe-bande et passe-haut pour les composantes capillo-gravifiques et capillaires ne sont pas nécessaires car les équations (4.53) et (4.54) assurent les bonnes combinaisons.

$$S_1(K) = S_g \exp(-K^2/K_1^2) \quad (4.52)$$

où $K_1 = 1,0 \text{ cm}^{-1}$

$$S_2(K) = (S_{cg}^{-q} + S_c^{-q})^{-1/q} \quad (4.53)$$

$$S(K) = (S_1^q + S_2^q)^{1/q} \quad (4.54)$$

Dans ces équations, l'exposant q doit être supérieur à 1 et il permet une transition douce d'une composante à l'autre. Ceci évite des points anguleux qui sont très gênants, surtout quand on désire intégrer le spectre. L'exposant q est choisi égal à 2. L'utilisation d'un exposant négatif dans l'équation (4.53) est nécessaire car la décroissance du spectre de Cox, S_c , avec le nombre d'onde est plus rapide que cette décroissance pour le spectre de Toba, S_{cg} .

4.7 Conclusion

Le modèle spectral des déplacements de la surface de la mer a été élaboré sur base d'une description aussi réaliste que possible de l'état de la mer. La structure à grande échelle est décrite à l'aide de paramètres qui caractérisent la forme de la surface de la mer. Ces derniers modélisent donc l'« histoire » de la surface. Ils ont été choisis au nombre de trois : la pente significative, S , le nombre d'onde au pic du spectre, K_0 , et la distance d'action au vent, x . Il n'y a pas de liens « a priori » entre eux. D'autre part, la structure à petite échelle qui résulte de la réaction instantanée de la surface au vent local est décrite à l'aide de ce seul paramètre; la vitesse de friction du vent, u^* . Le modèle proposé, appelé UCL-3, est donc un modèle à quatre

degrés de liberté.

Le spectre UCL-3 a été élaboré à partir des spectres de Wallops (modifié par la fonction d'accroissement du pic γ^1), Toba et Cox. Tous les trois sont basés sur des mesures spectrales en laboratoire. Les deux premiers concordent avec des mesures spectrales en mer. Nous avons comparé le spectre de Wallops aux mesures en mer de Mac Clain et al. et montré leur bonne concordance. Par ailleurs, nous avons ajusté au mieux l'amplitude du spectre de Toba aux données. Finalement, il est montré que les modèles de Toba et de Cox fournissent des variances dont l'évolution concorde avec la réalité.

Le spectre UCL-3 est doté de nombreuses propriétés. Ce modèle est cohérent car l'amplitude du spectre a été choisie de telle sorte que l'aire sous sa courbe coïncide avec la variance des déplacements de la surface de la mer, donnée par les paramètres ξ et K_0 (équation (2.28)). Le paramètre « m », l'exposant en fréquence, atteint des valeurs communément observées pour des conditions semblables à celles rencontrées en mer. Il est montré que la fonction d'accroissement du pic, γ^1 , combinée avec le spectre de Wallops, fournit une modélisation spectrale valable tant pour une mer pleinement développée que pour une mer en développement. Nous avons aussi montré que la fonction d'accroissement du pic influence l'amplitude du spectre et, par là, la valeur r.m.s. des déplacements et la variance des pentes qui, elle-même, influence la partie angulaire du spectre. Chacune des trois composantes du modèle est utilisée sur son domaine de validité et les transitions d'une partie à l'autre sont douces.

En conclusion, le modèle spectral UCL-3 présente plusieurs avantages par rapport à ceux proposés dans la littérature. D'une part, le spectre UCL-3 est paramétrisé de façon plus réaliste que les spectres précédemment utilisés : il ne tient pas compte uniquement de la vitesse du vent instantané mais aussi de l'histoire de la vague. D'autre part, il est plus utile que le spectre de Wallops seul pour les applications en télédétection aux hyperfréquences. En effet, le calcul du coefficient de diffraction total nécessite la connaissance du spectre des petites vagues, information manquante avec le spectre de Wallops.

