



Handling Exceptions in Structural Engineering: Robustezza Strutturale, Scenari Accidentali, Complessità di Progetto

Roma, 13-14 Novembre 2008 – www.francobontempi.org/handling.php



Modellazione tridimensionale di strutture in calcestruzzo armato in campo non lineare

L. Sgambi

Politecnico di Milano, Italia

SOMMARIO: Benché sia forse il materiale da costruzione più diffuso, il comportamento delle strutture in calcestruzzo armato in campo non lineare presenta ancora diversi aspetti di non facile comprensione e modellazione. In questo lavoro si vuole eseguire una panoramica sullo sviluppo dei modelli matematici atti a definire il comportamento di questo materiale, analizzando i legami costitutivi presenti nei più diffusi codici di calcolo commerciali. Una serie di test sono eseguiti allo scopo di confrontare differenti codici di calcolo sulla loro capacità di riprodurre i classici domini di rottura (in regime uniassiale, biassiale e triassiale). Un esempio finale, su di una trave a shed dalla geometria complicata, mette in evidenza le capacità di modellazione numerica dei moderni software.

1 INTRODUZIONE

Il calcestruzzo è un conglomerato artificiale costituito da una miscela di legante (cemento), aggregati (sabbia e ghiaia), acqua, ed eventuali additivi. Idratandosi con l'acqua, il cemento, indurisce e conferisce all'impasto la resistenza che lo caratterizza.

Durante gli ultimi 50 anni, numerosi studiosi si sono cimentati nella sfida di capirne il comportamento e riuscire a riprodurlo tramite modelli matematici. Tuttavia, le notevoli incertezze coinvolte nella preparazione del materiale, il complesso meccanismo di indurimento che ne governa le proprietà a lungo termine e i complicati meccanismi di interazione tra pasta cementizia ed aggregati, hanno implicato che la ricerca nel campo della modellazione di questo materiale non sia ancora giunta ad una teoria unitaria in grado di riprodurre in modo conciso ogni singolo comportamento del materiale.

Gli studi a livello microscopico (Whitmann, 1985) sono eseguiti per capire le basi fondamentali del comportamento del calcestruzzo, come la pasta indurita aderisce agli aggregati, come nascono ed evolvono le fratture (Carol et al. 2001), (Toumi, 2002) come agiscono gli additivi di cui oggi si fa largo uso. Tali ricerche, di grande importanza, richiedono tuttavia un notevole sforzo per poter essere riprodotte in modelli di maggior scala, utili ai progettisti ai fini applicativi.

I modelli di livello mesoscopico, possono aiutare a capire l'origine delle non linearità presenti nel comportamento del calcestruzzo. A questo livello, la pasta cementizia indurita può essere descritta come una matrice di materiale viscoelastico poroso: la distribuzione e la dimensione di tali pori dipenderà principalmente dal rapporto acqua/cemento dell'impasto.

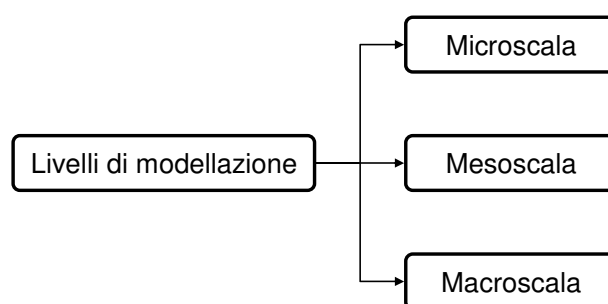


Figura 1: Livelli di modellazione del calcestruzzo.

In questo tipo di modellazioni, gli aggregati possono in genere essere schematizzati come corpi con proprietà elastiche lineari, in quanto la loro resistenza è usualmente maggiore della resistenza della pasta cementizia. Questi modelli vengono ad esempio utilizzati per la comprensione del danneggiamento del calcestruzzo (Wriggers), per capirne le proprietà di interfaccia con gli aggregati o con

nuovi materiali o per capire l'influenza di difetti nel conglomerato cementizio (Carpinteri).

I modelli di materiale, utilizzati nell'ingegneria strutturale, sono rappresentati dai modelli a scala macroscopica. Il calcestruzzo viene modellato come un materiale omogeneo non lineare ed i difetti presenti nella pasta cementizia vengono considerati solamente in senso medio.

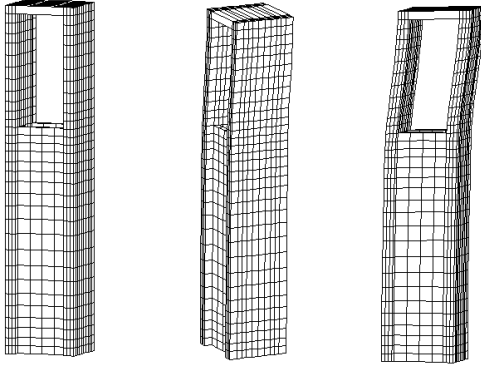


Figura 2: Livello di modellazione in macroscale.

2 IL COMPORTAMENTO DEL CALCESTRUZZO

Per comprendere il comportamento tridimensionale del calcestruzzo a livello macroscopico, è necessario esaminare dapprima il comportamento a regime uniassiale. Un provino di calcestruzzo possiede al suo interno un insieme di microfessure, localizzate per la maggior parte lungo l'interfaccia tra la matrice cementizia indurita e gli inerti. Essendo il modulo della matrice cementizia minore dal modulo di rigidità degli inerti, anche se il provino è sottoposto ad uno stato di compressione uniassiale ed omogeneo, a livello locale nasce uno stato tensionale pluriassiale e non uniforme. In particolare, in direzione normale al carico si sviluppa un sistema di tensioni di trazione e di compressione complessivamente autoequilibrato.

Definendo con σ la tensione presente in direzione uniassiale e con f_c la massima tensione di compressione possibile, durante una prova di schiacciamento si possono evidenziare le seguenti fasi [Malerba 1998]:

- Per $(0.00 \leq \sigma f_c \leq 0.30)$ l'andamento delle deformazioni è pressoché lineare. Lo stato di microfessurazione preesistente al carico resta praticamente invariato e l'energia interna disponibile è inferiore a quella richiesta per la propagazione della frattura a livello microscopico. Il valore $\sigma = 0.30 f_c$ viene difatti indicato come valore soglia per il comportamento elastico del materiale (Kotsovos & Newmann).

- Per $(0.30 \leq \sigma f_c \leq 0.50)$ le microfessure già esistenti iniziano ad accrescersi e a propagarsi a causa delle concentrazioni tensionali localizzate. In questo intervallo di valori di (σf_c) , l'energia interna è confrontabile con quella che si rilascia in fase di frattura. Il processo di propagazione delle fessure è stabile e le stesse risultano distribuite in modo pressoché uniforme all'interno del provino.

- Per $(0.50 \leq \sigma f_c \leq 0.70)$ le microfessure si accrescono ed iniziano a collegarsi tra loro. Si nota sperimentalmente che, mantenendo il livello di carico costante, le fessure continuano a propagarsi per un determinato periodo, con velocità decrescente, sino a raggiungere una configurazione finale.

- Per $\sigma f_c \approx 0.80$ l'energia interna immagazzinata risulta maggiore di quella rilasciata in fase di frattura. Per tensioni superiori, anche se si mantiene il livello del carico costante, la fessurazione progredisce con un incremento di velocità ed il sistema diventa instabile. Il valore $\sigma f_c = 0.80$ viene assunto quale indicatore di soglia per la propagazione instabile delle fratture.

La Figura 3 mostra le varie fasi descritte in termini di deformazione longitudinale (ϵ_l), deformazione trasversale (ϵ_t) e deformazione volumetrica ($\epsilon_v = \epsilon_l + \epsilon_2 + \epsilon_3$).

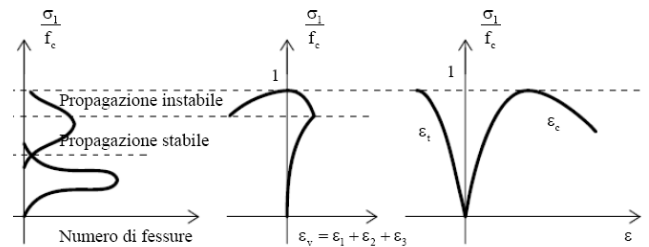


Figura 3: Stadi fessurativi del calcestruzzo.

Si noti che il valore $\sigma f_c = 0.80$ rappresenta anche un valore di soglia per l'andamento della deformazione volumetrica, la quale diminuisce con andamento quasi lineare sino a questo livello di tensione, dopodiché aumenta sino a cambiare segno.

La forma della curva $\sigma = \sigma(\epsilon)$ rimane pressoché simile per calcestruzzi a bassa, media ed alta resistenza. La forma di tali curve è strettamente legata all'evoluzione del processo di microfessurazione all'interno del provino. I calcestruzzi ad alta resistenza possiedono in genere un tratto iniziale, con andamento prossimo al lineare, più esteso ed un comportamento ultimo più fragile.

Anche la conoscenza del comportamento del calcestruzzo a trazione ha grande importanza perché da esso dipendono i meccanismi in base ai quali si sviluppano i comportamenti deformativi degli elementi strutturali a flessione, taglio e torsione. L'analisi sperimentale del comportamento del calcestruzzo a trazione è però più complessa, e per determinarne le caratteristiche di resistenza vengono utilizzate sia prove dirette che prove indirette.

Anche in trazione la non omogeneità del materiale e la presenza di microfessure all'interfaccia tra gli inerti e la matrice cementizia, influenzano in modo determinante il comportamento meccanico del calcestruzzo.

L'applicazione di uno stato tensionale monoassiale ed uniforme di trazione, non dà luogo ad una crescita significativa della microfessurazione sino ad un'intensità del carico pari a circa il 70% della resistenza a trazione. Sino a questo livello del carico il diagramma tensioni-deformazioni si mantiene pressoché lineare.

Con l'aumentare del carico, il sistema microfessurativo inizia a propagarsi. Alcune fessure di maggiore estensione sviluppano una zona cosiddetta di processo, consistente in un sistema di microfessure più o meno parallele tra loro, ma discontinue e normali alla direzione del carico. L'estensione della zona di processo è, nella maggior parte dei casi, limitata. Nel calcestruzzo in trazione è quindi più accentuato che non in compressione, il carattere discreto del processo di rottura.

Aumentando il carico, la zona di processo si sviluppa sino ad uno stato critico in corrispondenza del quale l'espandersi instabile della fessurazione e la frattura del provino improvvisa ed incontrollata possono essere evitate solo riducendo le tensioni esterne applicate. A questo stadio, in corrispondenza alla sezione critica, si manifesta un netto incremento della deformazione, dovuto ad un ulteriore sviluppo della zona di processo ed all'aprirsi delle fessure, mentre nelle zone lontane da tale sezione la tensione di trazione si riduce. La resistenza ultima dipende dalle modalità di propagazione delle microfessure, che si sviluppano fino a congiungersi tra loro ed a formare un fronte continuo.

Una grandezza importante, atta a descrivere la resistenza del calcestruzzo a trazione, è rappresentata dall'energia di frattura G_f (Hillerborg et al.). Essa può essere determinata sperimentalmente tramite prove a flessione a 3 punti su provini dotati di intaglio. In questo caso si definisce energia di frattura l'area sottesa dal diagramma carico-spostamento depurata dagli effetti del peso proprio del provino e divisa per la sezione netta in corrispondenza dell'intaglio.

L'energia G_f dipende da un certo numero di parametri, in particolare dal contenuto di cemento,

dal rapporto acqua-cemento, dal tipo e dalla massima dimensione degli inerti e dall'età del calcestruzzo. Secondo il CEB-FIP MC90 l'energia di frattura può essere stimata, in prima approssimazione, con riferimento alla resistenza a compressione del calcestruzzo e tenendo conto la massima dimensione degli inerti.

$$G_f = G_{f0} (f_{cm} / f_{cm0})^{0.7} \quad (1)$$

in cui f_{cm} è la resistenza media a compressione, f_{cm0} è una resistenza media di compressione di riferimento pari a 10 N/mm^2 e G_{f0} è un'energia di frattura di riferimento dipendente dalla dimensione massima degli inerti secondo i valori riportati in Tabella 1.

Tabella 1: Valori dell'energia di frattura di riferimento in funzione del diametro massimo degli inerti.

d_{max}	[mm]	8	16
G_{f0}	[N/mm]	0.025	0.030

La resistenza a trazione del calcestruzzo dipende sostanzialmente dagli stessi parametri che ne influenzano la resistenza a compressione, ovvero dalle proprietà della pasta di cemento idratata e da quelle di adesione tra matrice cementizia ed inerti.

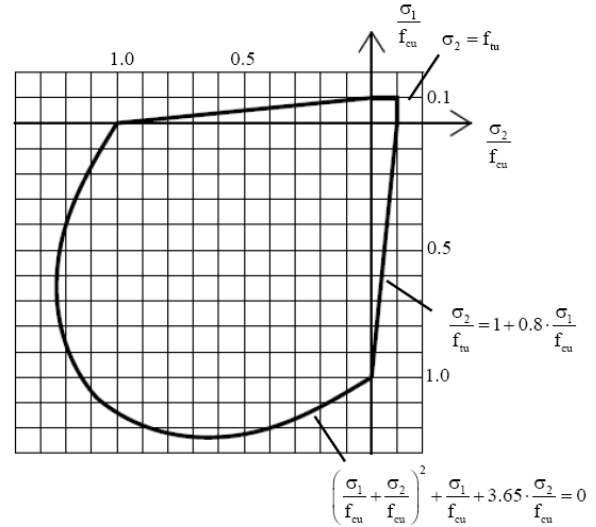


Figura 4: Dominio di rottura del calcestruzzo in regime biassiale.

La sperimentazione sul comportamento del calcestruzzo in regime di tensione pluriassiale richiede l'impiego di attrezzature particolari per risolvere le molteplici problematiche relative alla realizzazione delle prove, soprattutto per quanto riguarda le sperimentazioni in regime triassiale.

Il comportamento a rottura del calcestruzzo in regime di tensione biassiale venne indagato da Ku-

pfer ed altri (Kupfer et al., 1973) e riassunti in un insieme di curve tensione-deformazione e in un dominio di rottura simile a quello riportato in Figura 4.

Si osservi che per stati di compressione-compressione la resistenza aumenta e che in particolare per ($\sigma_1 = \sigma_2$) si incrementa di circa il 16% mentre per ($\sigma_1 = 0.5 \sigma_2$) si incrementa di circa il 27%. In trazione-compressione, un'intensità di trazione anche piccola fa diminuire rapidamente la resistenza a compressione in direzione ortogonale. In trazione-trazione l'influenza della tensione ortogonale risulta invece trascurabile.

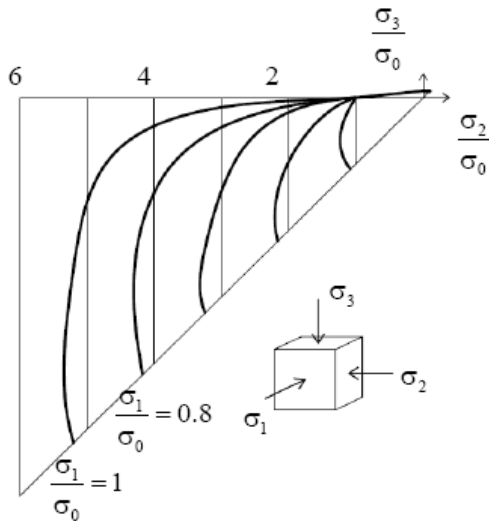


Figura 5: Frontiere di rottura in regime di compressione triassiale.

Per quanto riguarda il regime triassiale si riportano in 5 le frontiere di resistenza sperimentali di Launay e Gachon (Launay & Gachon 1970). Le diverse curve si riferiscono a rapporti differenti tra le varie tensioni principali.

3 I CRITERI DI ROTTURA

Gli studi sperimentali sopra esposti, sono stati tradotti in termini matematici da vari studiosi. Fornire una formulazione analitica al comportamento sperimentale, è sempre stato di notevole importanza, per poter generalizzare i risultati delle ricerche alle strutture di interesse ingegneristico. Poiché, come si è precedentemente esposto, il comportamento del calcestruzzo non è di facile interpretazione, sono stati sviluppati negli anni differenti approcci analitici per la sola definizione del dominio di rottura del materiale. Alcuni di questi approcci, risultano di immediata applicabilità, altri richiedono numerose prove sperimentali per la messa a punto del modello. In figura 6 sono riassunti i più conosciuti criteri di rottura in base al numero di para-

metri che è necessario determinare sperimentalmente per poterli utilizzare.

Uno dei più primi criteri di rottura utilizzato per il calcestruzzo, fu il criterio di Rankine. Questo criterio stabilisce che si ha una rottura fragile per trazione quando il massimo sforzo principale supera la resistenza a trazione f_t' . Ciò si traduce nella definizione di tre piani perpendicolari agli assi $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ che delimitano la superficie di frattura; tale superficie viene detta *tension cutoff*.

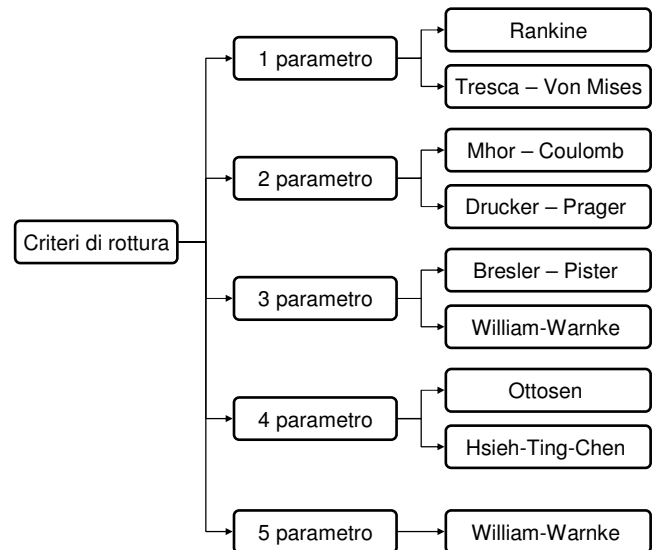


Figura 6: Criteri di rottura per il calcestruzzo.

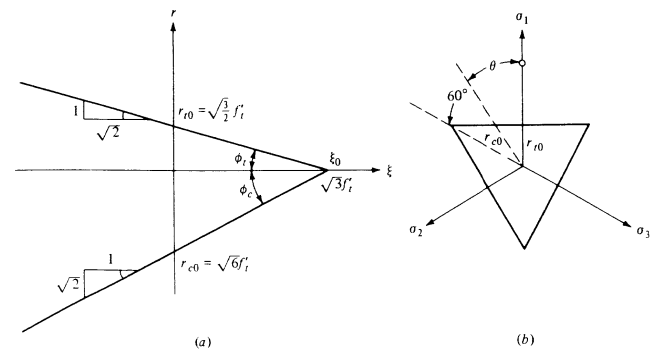


Figura 7: Criterio di Rankine: a sinistra il piano meridiano, a destra quello deviatorico.

Un secondo criterio di rottura, è il criterio di Drucker-Prager il quale, al contrario del precedente, descrive un dominio limite con continuità anche nella derivata prima (C^1). Il criterio è basato sulle relazioni:

$$\begin{aligned} f(I_1, J_2) &= \alpha \cdot I_1 + \sqrt{J_2} - k = 0 \\ f(\xi, \rho) &= \sqrt{6}\alpha \cdot \xi + \rho - \sqrt{2}k = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

dove α e k sono costanti positive del materiale. La superficie di rottura nello spazio degli sforzi principali è un cono circolare e i piani deviatori sono delle circonferenze.

Ottosen propose un criterio di rottura che, dipendendo da tutti e tre gli invarianti (I_1 , J_2 , $\cos 3\theta$) e rispettando tutte le caratteristiche della superficie di rottura del calcestruzzo, ben si adatta ad essere utilizzato per lo studio di strutture in calcestruzzo genericamente caricate. L'espressione della superficie di rottura è data dalla relazione [Ottosen 1979]:

$$f(I_1, J_2, \cos 3\theta) = A \frac{J_2}{\sigma_c^2} + \lambda \frac{\sqrt{J_2}}{\sigma_c} + B \frac{I_1}{\sigma_c} - 1 = 0 \quad (3)$$

Dove A e B sono dei parametri scelti ad hoc; λ è funzione positiva di θ ; $\lambda = \lambda(\cos 3\theta) > 0$.

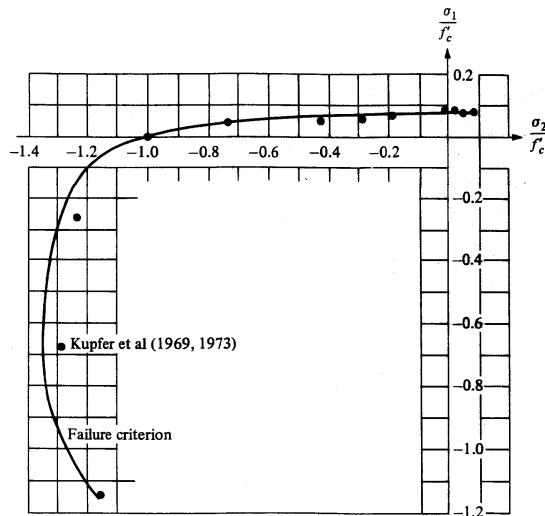


Figura 8: Confronto tra criterio di Ottosen e test biassiali di Kupfer.

La formulazione di Ottosen offre indubbi vantaggi, in particolare:

- L'uso degli invarianti rende superflua la determinazione degli sforzi principali.
- La superficie è continua e convessa con la sola eccezione del vertice.
- I meridiani sono parabolici e non intersecano l'asse idrostatico negativo.
- La traccia della superficie sul piano deviatorico cambia da triangolare a circolare crescendo la pressione idrostatica.
- Vi sono solo 4 parametri (A, B, K_1, K_2).
- Agendo sui parametri questo criterio può dare la stessa risposta di altri criteri (ad esempio riproduce

il criterio di Drucker per $A=0$ e $\lambda=\text{costante}$, o il criterio di Von Mises per $A=B=0$ e $\lambda=\text{costante}$).

L'abilità del criterio di Ottosen nel riprodurre i risultati ottenuti da Kupfer risulta chiara osservando la Figura 10 dove viene riportata la frontiera fornita dal criterio e i punti individuati da Kupfer.

Si noti che in regime biassiale lo scostamento più elevato si ottiene per valori σ_1/σ_2 prossimi a 0.5; in questa zona Kupfer riporta valori di rottura medi pari a $1.27 \times \sigma_c$, contro moltiplicatori ottenuti da Ottosen di 1.35, 1.38, 1.41 al variare del rapporto σ_1/σ_c . Questa zona è quindi particolarmente delicata, poiché qui il criterio di Ottosen sovrastima la resistenza del materiale. In ogni caso il criterio qui presentato fornisce un buon accordo con i dati sperimentali. Inoltre dipende da tutti e tre gli invarianti ed ha tutte le caratteristiche di continuità, convessità, simmetria, non linearità che un criterio di rottura deve possedere.

4 NON OBIETTIVITA' DELLA MESH

L'utilizzo di un legame costitutivo in grado di riprodurre il ramo di "softening" di un materiale presenta numerose difficoltà. Una di queste è la localizzazione del danneggiamento in determinati elementi della mesh, quando il diagramma sforzi deformazioni manifesta una pendenza negativa.

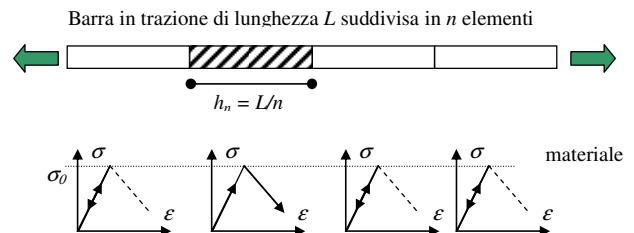


Figura 9: Localizzazione delle deformazioni nell'elemento più debole.

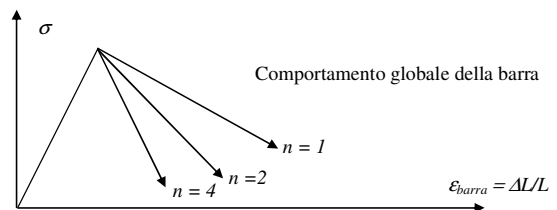


Figura 10: Influenza della discretizzazione sul comportamento globale della barra.

Si consideri ad esempio una barra in trazione suddivisa in n elementi finiti. Il materiale con cui è costituita la barra è elastico lineare sino ad un certo valore di tensione (σ_0), dopodiché presenta un ra-

mo di softening, assunto per semplicità ancora lineare. Se un elemento della discretizzazione risulta leggermente più debole degli altri, non appena il materiale entra nel ramo di softening le deformazioni si localizzano in quell'unico elemento, e la risposta globale risulta dipendente dalla dimensione della discretizzazione (Figura 10).

Il problema riveste notevole importanza nella meccanica numerica (Bontempi & Malerba, 1997), in quanto la debolezza di un elemento rispetto ad altri può essere causata anche da approssimazioni numeriche. Per ovviare questo inconveniente si sono studiati dei metodi di regolarizzazione. I più comuni rientrano nelle seguenti tipologie:

- Regolarizzazione basata sull'energia di frattura. In questo caso i parametri che governano il softening del materiale vengono modificati al variare delle dimensioni della discretizzazione, in modo che l'energia di frattura associata all'elemento finito rimanga costante.

- Modello di danno non locale. L'evoluzione del danno in un elemento, invece che dipendere solamente da dei parametri interni all'elemento stesso, è governata da una media pesata degli stessi parametri su di un volume rappresentativo di materiale.

- Modello di danno con gradiente di ordine superiore. Si assume che il comportamento del materiale in un punto dipenda non solo dal valore del danno in quel punto, ma anche dal suo gradiente.

- Regolarizzazione viscosa. Si introduce nel modello una dipendenza dal tempo mediante un parametro di viscosità fittizia.

Molti codici di calcolo moderni, hanno recepito il problema ed hanno implementato metodi di regolarizzazione della risposta. Gli approcci a danno non locale e a gradiente, sono i metodi che in genere forniscono i risultati migliori. Tuttavia essi richiedono importanti modifiche in un usuale codice di calcolo agli elementi finiti non lineare, per cui in genere non si trovano nei codici di calcolo commerciali. Il metodo più utilizzato risulta essere la regolarizzazione basata sull'energia di frattura. Appare corretto evidenziare che il problema della regolarizzazione della risposta è molto importante nel momento in cui si trattano materiali fragili, come può essere una struttura di calcestruzzo poco o non armata. La presenza dell'armatura, in strutture ordinarie in calcestruzzo armato, rende il materiale assimilabile ad un composito ed il problema della localizzazione del danno può non essere di rilevanza primaria ai fini della correttezza dell'analisi.

5 MODELLAZIONE E CODICI DI CALCOLO

Nei codici di calcolo moderni, sono diffusi legami costitutivi atti a riprodurre il comportamento strut-

turale del calcestruzzo in ambito non lineare. La Tabella 2 riassume brevemente alcuni codici presenti sul panorama nazionale ed internazionale, utilizzati sia nella ricerca che, ormai, nella comune progettazione.

Codice	Legame Calcestruzzo	Applicabilità	Regolarizzazione
ADINA	Concrete Material Model	2D solid 3D solid	Energia di frattura
ALGOR	Plasticity Model (Drucker-Prager)	Tutti	---
ANSYS	Concrete Material	3D Solid - Reinforced	No
LUSAS	Damage Model (Simo e Oliver)	Tutti	No
	Multi-Crack Concrete Model	Plate Shell 2D solid 3D solid	Energia di frattura
STRAUS7	Plasticity Model (Drucker-Prager)	Tutti	---
SAP2000	Solo Momento - Curvatura	Beam	---

Figura 11. Codici di calcolo esaminati in grado di riprodurre il comportamento del calcestruzzo in ambito non lineare.

Poiché i legami costitutivi per la modellazione del comportamento tridimensionale del calcestruzzo presenti nei codici di calcolo sono molteplici, è buona norma eseguire un'accurata analisi della risposta numerica prima dello studio definitivo della struttura da analizzare. I test numerici da eseguire hanno lo scopo sia di aumentare la dimestichezza nell'uso del codice di calcolo, sia di testarne le vere capacità. Non si dimentichi infatti che la capacità di un buon codice di calcolo di riprodurre dei risultati con accuratezza, non dipende solamente dai legami costitutivi implementati, ma anche dal tipo di risolutore non lineare, dalla programmazione del codice, dal tipo di modellazione e da altri molteplici fattori.

Per testare un codice di calcolo atto ad analizzare strutture in calcestruzzo armato con modellazione solida, esistono una serie di test disponibili sulla letteratura specializzata. I test devono essere eseguiti dal più semplice al più complesso, in modo da incrementare ogni volta la difficoltà che il codice deve sostenere per ottenere una risposta numerica adeguata.

La prima risposta da analizzare è il comportamento del legame costitutivo in condizioni uniaxiali. La Figura 12 mette in luce la curva tensioni – deformazioni riprodotta tramite tre codici riportati in Tabella 2. Si noti che, benché la risposta in trazione sia abbastanza simile, la risposta in compressione risulta notevolmente differente.

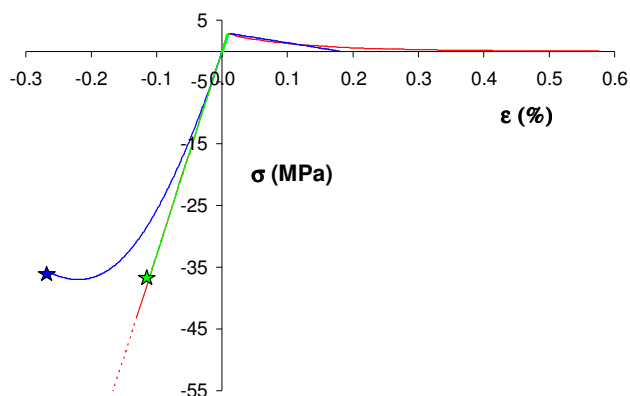


Figura 12: Risposta numerica in regime uniassiale.

Alcuni legami costitutivi testati difatti non possiedono il danneggiamento del calcestruzzo in compressione, ed utilizzano il legame elastico lineare o un legame lineare con una limitazione di sforzo. Altri utilizzano un legame parabolico, più vicino al comportamento reale del calcestruzzo. Queste differenze, che possono sembrare notevoli in questo test, si riducono nel caso dell'analisi di una struttura reale, in quanto il comportamento non lineare della struttura è influenzato, nella maggior parte dei casi, dalla risposta nel campo delle trazioni. Tuttavia, non è da escludere che particolari tipi di strutture o di analisi (es. schiacciamento di pilastri) richiedano un legame costitutivo a compressione adeguato.

Definito il comportamento uniassiale, è necessario riprodurre il comportamento del legame in regime di tensioni biassiali e confrontare il dominio di rottura ricavato numericamente con i dati sperimentali elaborati da Kupfer e precedentemente esposti. In Figura 13 viene riportata tale analisi eseguita su tre dei codici analizzati.

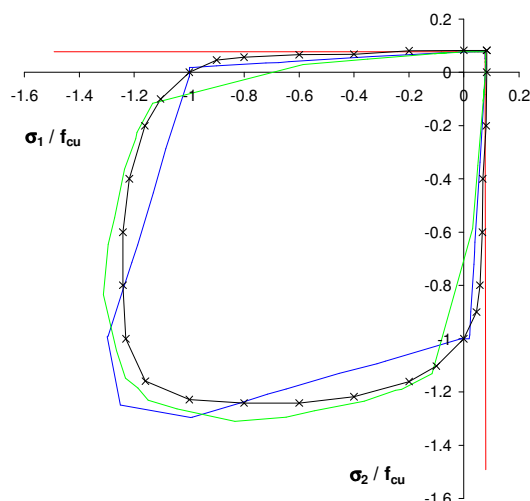


Figura 13: Risposta numerica in regime biassiale.

Si noti come per due dei codici il dominio appare chiuso, convesso ed in buon accordo con i dati sperimentali, mentre per il legame costitutivo che non prevede il danneggiamento a compressione, il dominio di rottura appare aperto ed esteso indefinitamente. Per i due codici che hanno prodotto un dominio chiuso, l'introduzione di una terza tensione in direzione perpendicolare al piano di prova, porta alla modifica del dominio di rottura come mostrato in Figura 14 in modo simile a quanto appare sperimentalmente (Figura 4 e Figura 9).

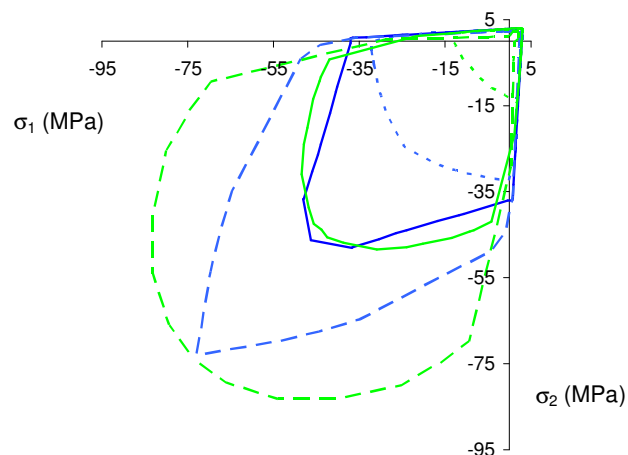


Figura 14: Variazione del dominio di rottura biassiale con l'introduzione di una tensione costante lungo la terza direzione.

Da notare che i risultati numerici tra i due legami costitutivi differenti, appaiono in buona concordanza solo in regime puramente biassiale. L'introduzione della terza tensione porta a discrepanze notevoli tra le due risposte.

Un ulteriore test è lo studio del comportamento a rottura di una delle travi provate sperimentalmente da Bresler e Scordelis nel 1963. In particolare la trave che può essere testata numericamente per evidenziare le qualità di un legame costitutivo e di un integratore non lineare è quella che possiede come nome di riferimento la sigla A-1. Ciò che rende questo test di particolare rilevanza sono difatti le modalità di rottura. La trave è stata progettata in modo che si verifichi una rottura per taglio e non per flessione. Il comportamento meccanico risulta in questo caso di difficile riproduzione numerica e rende il test particolarmente severo.

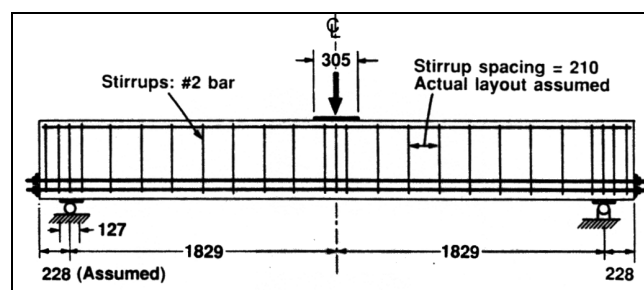


Figura 15: Geometria di una delle travi testate da Bresler e Scordelis.

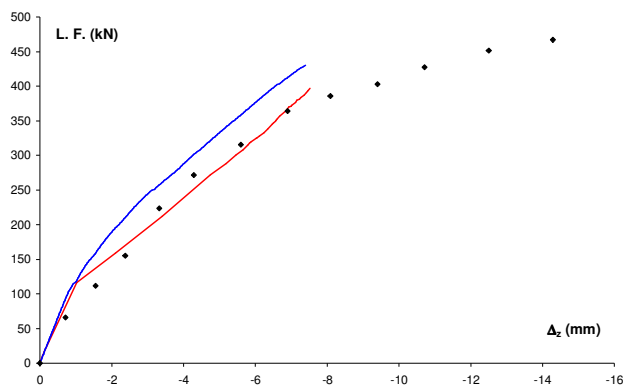


Figura 16: Risposte numeriche relative alla trave di Bresler e Scordelis.

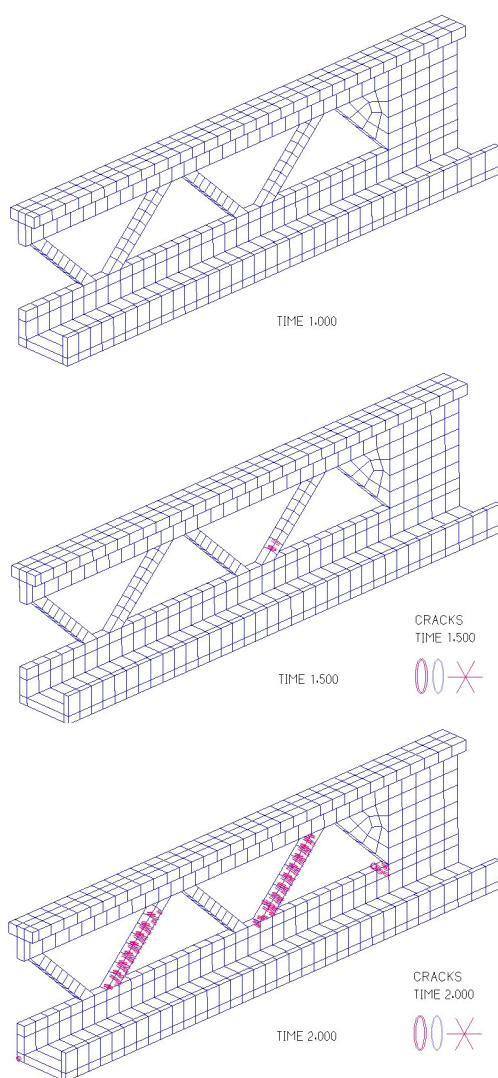


Figura 17: Prime fasi di fessurazione sulla trave shed.

La struttura è stata modellata utilizzando due legami costitutivi differenti, ed entrambi i codici riproducono il comportamento qualitativo reale della struttura, con rottura per tensioni di taglio.

Il grafico di Figura 16 evidenzia un'accuratezza del 10% circa sui risultati sperimentali in termini di carico ultimo della trave, ma lo spostamento in mezzzeria della campata viene valutato con un erro-

re del 50% sullo spostamento sperimentale. Tale errore è probabilmente dovuto alla mancanza di modellazione della perdita di aderenza delle barre nella simulazione numerica.

Solo dopo aver eseguito test elementari come quelli qua riportati, si potrà avere la padronanza necessaria allo studio di una struttura più complessa e la cui risposta in ambito non lineare non è nota sperimentalmente. Di seguito si riporta l'analisi eseguita su di una trave di copertura a shed in calcestruzzo armato precompresso. In Figura 17 e in Figura 18 vengono riportate le varie fasi di fessurazione sotto carico, dalla comparsa delle prime fessure sino al collasso della trave.

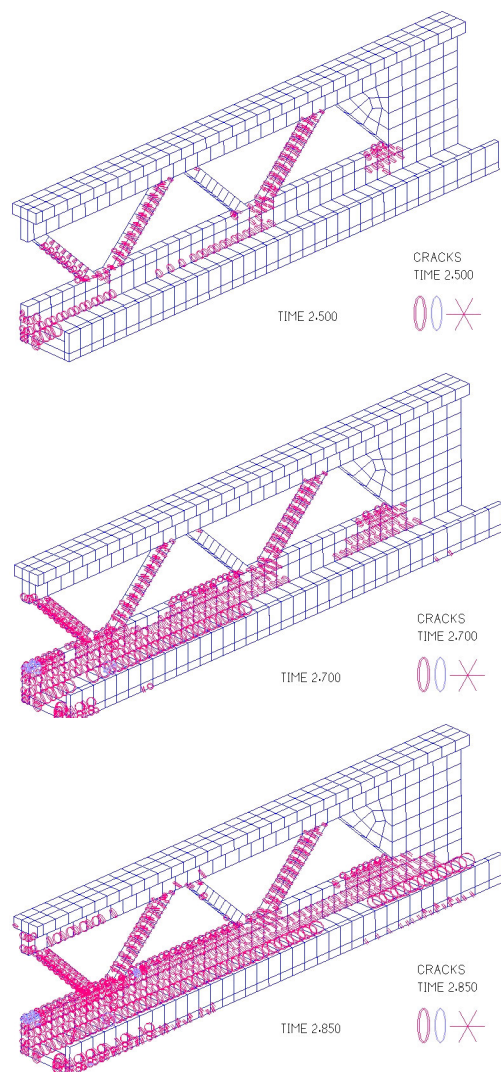


Figura 18: Ultime fasi di fessurazione sulla trave shed.

La Figura 19 riporta invece la curva carico-spostamento per un nodo posto all'estradosso del corrente inferiore, nella sezione di mezzzeria. Sull'asse X è stato riportato lo spostamento lungo la verticale, sull'asse Y il tempo di analisi, proporzionale al carico di esercizio, dopo il primo secondo. Osservando la curva si può notare:

- Il cambiamento di pendenza al passaggio, al tempo 1 secondo, dalla storia di carico 1 alla storia di carico 2. Tale cambiamento è dovuto alla diversa tipologia di carico e non è sintomo di comportamento meccanico non lineare della struttura.
- L'andamento pressoché lineare della curva fino al valore di 2.5 secondi nella storia temporale (oltre il livello del carico di progetto).
- L'andamento quasi piatto della fase non lineare marcata, sinonimo di una piccola risorsa di resistenza in campo plastico.
- La rapida variazione della pendenza della curva in corrispondenza dell'istante di 2.5 secondi con l'ingresso della trave in una fase marcatamente non lineare.

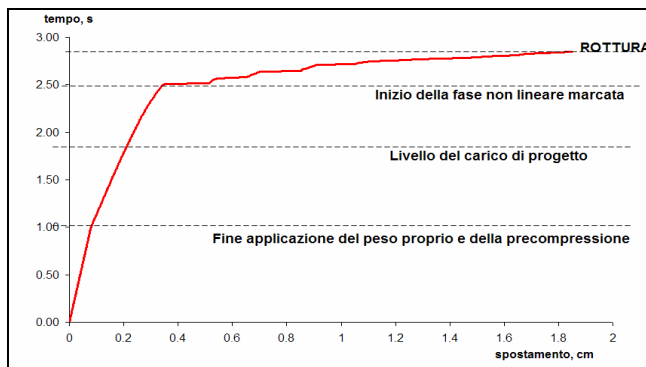


Figura 19: Risposta numerica relativa alla trave shed.

6 CONCLUSIONI

La modellazione di strutture in calcestruzzo armato è un argomento complesso che evidenzia delle problematiche a livello di legame costitutivo, di discretizzazione della struttura e di soluzione del problema non lineare. Tuttavia, le analisi in campo non lineare sono oggi assai diffuse anche nelle più comuni progettazioni. Si è voluto, con questo lavoro, porre in evidenza alcune delle varie problematiche inerenti a queste modellazioni ed indicare una serie di test elementari che possono aiutare a comprendere meglio la risposta numerica di una determinata modellazione.

RINGRAZIAMENTI

Si desidera ringraziare tutti i tesisti che hanno contribuito allo svolgimento di questo lavoro. In particolare è desiderio ricordare gli Ingg. Roccatani Enrico, Cammareri Stefano, Sciubba Cristina e Primavera Andrea.

BIBLIOGRAFIA

[1] Balan T.A., Filippou F. & Popov V. (1997) "Confinement model for 3D cyclic analysis of concrete struc-

tures", ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 123, No. 2, pp. 143-153.

[2] Barbini, Analisi elastoplastica di strutture in regime "plan strain" e di "plan stress", Tesi di laurea, 1987.

[3] Barzegar F. & Maddipudi S., (1997/a), "Three-Dimensional Modelling of Concrete Structures. I: Plain Concrete. ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 123, No. 10, pp. 1339-1346.

[4] Belarbi & Hsu, Constitutive laws of softened concrete in biaxial tension-compression, ACI Journal, 1995

[5] Biondini F., Bontempi F., Malerba P.G. & Martinez y Cabrera, Analisi non lineare di pile da ponte a doppia lama, Giornate AICAP99.

[6] Bontempi F. & Malerba P.G., (1997), "The role of the Softening in the Numerical Analysis of R.C. Framed Structures", Structural Engineering and Mechanics, Vol. 5, No. 6, pp. 789-801.

[7] Bontempi F., Chillé F., Frigerio A. & Sgambi L., (2002), "Analisi di strutture tridimensionali in C.A. soggette a storie di carico qualsiasi. Formulazione esplicita", Atti delle Giornate AICAP 2002, Bologna.

[8] Bontempi F., Malerba P.G. & Romano L., Il modello MCFT nell'analisi per elementi finiti di strutture piane in C.A.. Studi e ricerche 16, 1994.

[9] Carol I., López C.M. & Roa O., "Micromechanical analysis of quasi-brittle materials using fracture-based interface elements", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Volume 52 Issue 1-2, Pages 193 – 215, 2001

[10] Carpinteri A., Bernardino C. e Invernizzi S., "Rilievo ed analisi frattale della distribuzione dei difetti nel calcestruzzo", Dipartimento di Ingegneria Strutturale, Politecnico di Torino.

[11] Cervenka – Gerstle, Inelastic analysis of reinforced concrete panels: Theory, IABSE Publications, vol. 31 1971

[12] Cervenka – Gerstle, Inelastic analysis of reinforced concrete panels: experimental, verification and application, IABSE Publications, vol. 32 1972

[13] Cervenka – Pukl, Computer models of concrete structures, Structural Engineering International, vol. 2/92 1992

[14] Cervenka V. & Pakl R., (1992), "Computer Models of Concrete Structures". Structural Engineering International, Vol. 2/92, pp. 103-107.

[15] Cervera, Simulación numérica de patologías en presas de hormigón, Technical Report CINME, 1991

[16] Collins M.P., (1978), (1998), "Procedures for calculating for the Shear Response of Reinforced Concrete Elements: a Discussion", ASCE Journal of the Structural Division, Vol. 124, No. 12, pp. 1485-1488.

[17] Collins M.P., (1978), "Towards a rational Theory for RC Members in Shear", ASCE Journal of the Structural Division, Vol. 104, No. 4, pp. 211-231.

[18] Dahlblom O. & Ottosen N.S., (1990), "Smeared Crack Analysis using Generalized Fictitious Crack Model", ASCE Journal of Engineering Mechanics, Vol. 116, No. 1, pp. 55-76.

[19] Darwin D. & Pecknold D.A., (1977), "Nonlinear Biaxial Stress-Strain Law for Concrete", ASCE Journal of the Engineering Mechanics Division, Vol. 103, No. 2, pp. 229-241.

[20] Elwi A.A. & Murray D.W., (1979), "A 3D Hypoelastic Concrete Constitutive Relationship, ASCE Journal of the Engineering Mechanics Division, Vol. 105, No. 4, pp. 623-641.

[21] Gerstle K.H., Aschl H., Belotti R., Bertacchi P., Kotsovos M.D., Ko H.Y., Linse D., Newman J.B., Rossi P., Schickert G., Taylor M.A., Traina L.A., Winkler H. & Zimmerman R.M., (1980), "Behavior of Concrete under

- Multiaxial Stress States", ASCE Journal of the Engineering Mechanics Division, Vol. 106, No. 6, pp. 1383-1403.
- [22] Häfner S., Eckardt S., Luther T. & Könke C. "Mesoscale modeling of concrete: Geometry and numerics", Computers & Structures, Volume 84, Issue 7, February 2006, Pages 450-461.
- [23] Hillerborg A., Moeder M. & Petersson P.E., (1976), "Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements", Cement and Concrete Research, Vol. 6, No. 6, pp. 773-781.
- [24] Hirsch T.J., "Modulus of elasticity of concrete affected by elastic moduli of cement paste matrix and aggregate", Journal Proceedings, ACI 59 (1962) 427-452.
- [25] Jennings H.M. & Johnson S.K., Simulation of micro-structure development during the hydration of a cement compound, J. Am. Ceram. Soc. 69 (11) (1986) 790-795.
- [26] Karsan I.D. & Jirsa J.O., (1969), "Behavior of Concrete under Compressive Loadings", ASCE Journal of the Structural Division, Vol. 95, No. 12, pp. 2543-2563.
- [27] Kolleger J. & Mehlhorn G., (1990), "Material Model for the Analysis of Reinforced Surface Structures", Computational Mechanics, Vol. 6, pp. 341-357.
- [28] Konke, Damage evolution in ductile materials: from micro - to macro damage, Computational Mechanics 15, 1996
- [29] Kotsovos M.D. & Newman J.B., (1977), "Behavior of concrete under multiaxial stress", Journal of American Concrete Institute, Vol. 74, No. 9, pp. 443-446.
- [30] Kupfer H.B. & Gerstle H. (1973), "Behavior of Concrete Under Biaxial Stresses, Journal of the Engineering Mechanics Division, Vol. 99, No. 4, pp. 853-866.
- [31] Kupfer H.B., Hilsdorf H.K. & Rusch H., (1969), "Behavior of concrete under biaxial stresses", Journal of American Concrete Institute, Vol. 66, No. 8, pp. 656-666.
- [32] Kwak, Improved numerical approach for the bond-slip behavior under cyclic loads, Structural Engineering and Mechanics, 1997
- [33] Launay P. & Gachon H., (1970), "Strain and Ultimate Strength of Concrete under Triaxial Stress, ACI SP Concrete for Nuclear Reactors, Vol. 34.
- [34] Malerba P.G. (a cura di), (1998), "Analisi limite e non lineare di strutture in calcestruzzo armato", Collana di Ingegneria Strutturale - No. 10, CISM, Università di Udine.
- [35] Malerba P.G., (1984), "Aspetti numerici dell'analisi di sezioni in C.A. soggette a sforzo normale, Atti del 4° Congresso CTE, Firenze, Vol. b, pp. 165-171.
- [36] McHenry D. & Karni J., (1958), "Strength of Concrete under Combined Tensile and Compressive Stress", ACI Journal, Vol. 54, No. 4, pp. 829-839.
- [37] Mo L.T., Huurman M., Wu S.P. & Molenaar A.A.A., "2D and 3D meso-scale finite element models for raveling analysis of porous asphalt concrete", Volume 44, Issue 4 (February 2008), 186-196.
- [38] Ottosen N.S. (1979), "Constitutive Model for Short Time Loading of Concrete", ASCE Journal of Engineering Division, Vol. 105, No. EM1, pp. 127-141.
- [39] Palaniswamy R. & Shah S.P., (1974), "Fracture and Stress-Strain Relationship of Concrete under Triaxial Compression", ASCE Journal of the Structural Division, Vol. 100, No. 5, pp. 901-916.
- [40] Popovics S., (1973), "A Numerical Approach to the Complete Stress-Strain Curve of Concrete", Cement and Concrete Research, Vol. 3, pp. 583-599.
- [41] Sgambi L. (2001), "Modellazione tridimensionale di strutture in C.A. e C.A.P. in campo non lineare", Tesi di Specializzazione, Scuola di Specializzazione in Costruzioni in Cemento Armato, Politecnico di Milano.
- [42] Sgambi L., (2004), "Fuzzy approach in the three-dimensional non linear analysis of reinforced concrete two-blade bridge piers", Computers & Structures, Vol. 82, No.13, pp. 1067-1076.
- [43] Sgambi L., Catallo L. & Sasani M., (2004), "Numerical analysis of structural walls under cyclic loads", 13th World Conference on Earthquake Engineering, Vancouver, B.C.
- [44] Sgambi, Danneggiamento, plasticità e microstruttura nell'analisi del comportamento meccanico del tessuto osseo spongioso, Tesi di Laurea, 1998
- [45] Simo J.V. & Ju J.W., Strain and stress-based continuum damage models 1) Formulation, Int. J. Solids Structures, Vol 23 1987.
- [46] Simo J.V. & Ju J.W., Strain and stress-based continuum damage models 2) Computational aspects, Int. J. Solids Structures, Vol 23 1987.
- [47] Stevens N.J., Uzumeri, S.M. & Collins M.P., (1991) "Reinforced Concrete Subjected to Reversed Cyclic Shear", ACI Structural Journal, Vol. 88, No. 2, pp. 135-146.
- [48] Toumi A. & Bascoul A., "Mode I crack propagation in concrete under fatigue: microscopic observations and modelling", International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2002, Volume 26 Issue 13, 1299 - 1312.
- [49] Valliappan & Doolan, Non linear analysis of reinforced concrete, ASCE Journal of Structural Division, vol. 98, ST4
- [50] Valliappan, Murti & Wohua, Finite element analysis of anisotropic damage mechanics problems, Engineering Fracture Mechanics, 1990
- [51] Valliappan, Yazdchi, & Khalili, Earthquake analysis of gravity dams based on damage mechanics concept, International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1996
- [52] Vecchio & Collins, Predicting the response of reinforced concrete beams subjected to shear using modified compression field theory, ACI structural journal, 1988
- [53] Vecchio F.J. (1990), "Reinforced Concrete Membrane Element Formulations", ASCE Journal of Structural Division, Vol. 16, No. 3.
- [54] Vecchio F.J. (1999), "Towards cyclic load modelling of reinforced concrete", ACI Structural Journal, Vol. 96, No. 2, pp. 193-202.
- [55] Vecchio, Non linear finite element analysis of reinforced concrete membranes, ACI Structural Journal, 1989
- [56] Vecchio, Reinforced concrete membranes element formulations, ASCE Journal of Structural division, vol. 16 no. 3
- [57] Whittmann F.H., "Deformation of concrete at variable moisture content", in Bazant Z.P. (ed.), Mechanics of Geomaterials, John Wiley and Sons, 1985, 425 - 459.
- [58] Wriggers P. & Moftah S.O., "Mesoscale models for concrete: homogenisation and damage behaviour", Finite Elements in Analysis and Design, Volume 42, Issue 7, 623 - 636.
- [59] Yankelevsky D.Z. & Reinhardt H.W., (1987), "Response of Plain Concrete to Cyclic Tension", ACI Materials Journal, Vol. 84, No. 5, pp. 365-373.
- [60] Zhefeng & Breyasse, Three-dimensional non linear analysis of reinforced concrete beams, Engineering Computation, 1991
- [61] Zohdi T.I. & Wriggers P., Computational micro-macro material testing, Arch. Comp. Meth. Eng. 8 (2) (2001) 131-228.