

Le TEDI-MATH: un test des compétences de base en arithmétique

Marie-Pascale Noël

Introduction

Le TEDI-MATH (Van Nieuwenhoven, Grégoire & Noël, 2001) est un outil de diagnostic des compétences de base en arithmétique. Ce test s'adresse aux professionnels des troubles d'apprentissages, en particulier aux psychologues, (ortho)pédagogues et logopèdes ou orthophonistes. Il ne s'agit pas d'un test permettant une évaluation rapide en passation collective mais d'un outil détaillé nécessitant une passation individuelle de 1 à 2 h (souvent étalée sur deux séances pour éviter une baisse d'attention soutenue de l'enfant). La passation de la batterie est généralement bien acceptée par l'enfant. Les situations présentées sont vécues comme relativement ludiques et agréables. Il est cependant nécessaire de souligner que, comme tout outil, il constitue un premier regard sur les compétences de l'enfant. La créativité de l'intervenant peut affiner encore cette évaluation par la mise au point de tâches plus spécifiques aux difficultés observées chez l'enfant particulier qu'il teste. Un manuel de 125 pages guide l'évaluateur dans sa compréhension de l'outil et l'interprétation du profil obtenu.

L'outil a été étalonné sur une population de 583 enfants francophones issus de Belgique et de France. Ces enfants fréquentaient les classes de MSM jusqu'au classes de CE2. Cette batterie peut donc être appliquée chez des enfants fréquentant les classes de maternelle au CE2, ou bien chez des enfants plus âgés mais dont le niveau en mathématique est faible et correspond à un niveau inférieur ou égal à celui attendu en CE2 (une batterie évaluant les capacités mathématiques d'enfants plus âgés est en projet). Les normes ont été recueillies à deux moments de l'année scolaire, en novembre et en mai, de manière à pouvoir obtenir des données plus fines. Les résultats bruts obtenus à chaque épreuve sont comparés aux pourcentages cumulés. Cette manière de procéder permet de rester extrêmement proche des résultats effectivement observés sur la population contrôle, sans poser l'hypothèse, souvent fautive d'ailleurs, de la normalité de la distribution.

La conception du tedi-math découle directement des connaissances issues de la psychologie cognitive et de la psychologie du développement. Il est donc fait référence aux travaux piagétien sur les opérations logico-mathématiques mais aussi aux recherches plus récentes portant sur des processus qui avait été négligés par cet auteur mais qui se sont révélés cruciaux dans le développement mathématique. Il s'agit par exemple, des travaux portant sur le comptage, le dénombrement ou la maîtrise des systèmes numériques.

Cinq domaines sont évalués: (1) les opérations logiques sur les nombres, (2) la chaîne numérique verbale, (3) les processus de quantification numérique, (4) les systèmes numériques et (5) l'arithmétique. Dans la suite de ce texte, les épreuves relatives à chacun de ces domaines seront présentées.

Les opérations logiques sur les nombres

Selon Piaget, le nombre n'est pas une réalité externe que l'enfant absorberait passivement. Au contraire, il est construit par l'enfant grâce à ses capacités logiques. Le nombre n'existe donc qu'à partir de l'aptitude mentale de l'enfant à raisonner. Cette hypothèse constructiviste a été largement battue en brèche ces 20 dernières années suite à l'observation de capacités numériques impressionnantes chez les bébés. De plus en plus d'auteurs se sont alors ralliés à une thèse innéiste selon laquelle la détection numérique est une capacité innée issue d'un passé évolutif (pour une revue, voir Palmers & Noël, 2002). Toutefois, un certain retour en arrière semble se manifester depuis une ou deux années puisque des recherches de plus en plus nombreuses suggèrent que ces capacités précoces ne relèvent pas vraiment d'une détection du nombre en soi, mais sont plutôt liées à des traitements de variables physiques continues qui covarient généralement avec le nombre (comme la longueur des stimuli de la collection, ou leur surface, pour une revue récente à ce sujet, voir, Mix, Huttenlocher & Levine, 2002). Si ces travaux soulignent l'importance de la construction du nombre par l'enfant, les bases sur lesquelles cette opération aurait lieu sont encore largement méconnues. Pour Piaget, la maîtrise d'opérations logiques soutiendraient cette construction. Plus précisément, cet auteur souligne le rôle de la sériation, la classification, et l'intégration de ces opérations. Ces opérations mentales sont évaluées dans le Tedi-math. Toutefois, et contrairement à d'autres batteries piagésiennes, leur évaluation se fait ici dans le cadre numérique strict. Cinq composantes sont testées: la sériation, la classification, la conservation, l'inclusion et la décomposition additive.

La sériation consiste à ordonner les objets à partir de leurs différences, en ne tenant compte que d'une ou plusieurs variables (la taille, le poids...). Le sujet crée donc une relation asymétrique entre les objets et fait abstraction des équivalences. Au niveau numérique, la sériation est illustrée par l'acquisition de la suite ordonnée des nombres entiers naturels : 5 est plus grand que 4 qui lui-même est plus grand que 3. Lorsque l'enfant atteint le niveau opératoire de la sériation, il peut coordonner les relations inverses $n+1 > n$ et $n < n+1$. Il peut donc dérouler la série dans les deux sens. Dans la batterie, deux épreuves permettent l'évaluation de la sériation numérique. Dans la première, l'enfant se trouve face à des cartes représentant des familles d'arbres. Il lui est demandé de ranger ces cartes selon un ordre ascendant, sur base du nombre d'arbres. Dans la seconde, la même opération de sériation est demandée mais cette fois à partir de symboles numériques: les chiffres arabes.

La classification consiste à ranger les objets en un ensemble commun en faisant abstraction de leurs différences et en ne prêtant attention qu'à leurs qualités communes. La relation créée est ici l'équivalence. Au niveau numérique, la classification est à la base de l'aspect cardinal du nombre. Le test prévoit deux tâches d'évaluation de la classification numérique. Dans la première, neuf cartes avec des symboles divers sont proposées à l'enfant afin qu'il réalise des tas avec les cartes qui vont bien ensemble. La seule caractéristique permettant de classer les cartes est le critère numérique. Plusieurs essais sont laissés à l'enfant. Si l'enfant échoue, une autre épreuve lui est proposée selon le même principe si ce n'est que les cartes présentent des symboles identiques, à classer selon le critère numérique à nouveau.

La conservation du nombre correspond à la capacité d'admettre que seul l'addition ou le retrait d'objets peut modifier le cardinal d'un ensemble. Tout autre changement (par exemple, de position dans l'espace), est sans effet sur le nombre. Deux épreuves de conservations sont proposées: dans la première, une des collections de jetons subit un étalement, dans la seconde, un regroupement en tas est opéré.

L'inclusion fait référence au fait que les nombres fonctionnent comme des ensembles qui s'emboîtent les uns dans les autres: 4 comprend 3, qui lui-même comprend 2 etc. Cette capacité est testée comme suit. L'enfant introduit un certain nombre de jetons dans une enveloppe (par exemple, cinq) puis doit indiquer (et justifier) s'il y en aurait assez pour en prendre x dans l'enveloppe (par exemple, deux ou sept).

Enfin, la décomposition additive suppose le principe d'inclusion numérique (soit, comprendre que les deux parties sont incluses dans cet ensemble et que l'ensemble est plus ou égal à chaque partie). Dans le cadre de la batterie, cette capacité est testée comme suit: on indique à l'enfant qu'un éleveur a un certain nombre d'animaux (par exemple, 9) et on lui demande de produire différentes possibilités de répartir ces animaux dans 2 prairies.

La chaîne numérique verbale

L'acquisition de la séquence des noms de nombre ou de la chaîne verbale, s'acquière de deux à six ans environ pour les nombres jusqu'à 20 et passe par une succession d'étapes décrites en détail par Fuson, Richards et Briars (1982). Ces auteurs distinguent ainsi 4 niveaux:

- le *niveau chapelet*: les noms de nombre ne sont pas individualisés, l'enfant produit la séquence comme un tout, sans pause entre les mots : “*undeuxtroisquatre...*”,
- le *niveau de la chaîne insécable*: la séquence est produite comme une suite de mots individualisés mais l'enfant ne peut la produire qu'à partir du début,
- le *niveau de la chaîne sécable*: l'enfant peut produire la suite de la séquence à partir d'une borne donnée ou de tel nombre à tel autre et commencer à compter à rebours et
- le *niveau de la chaîne terminale*: l'enfant peut compter à l'endroit ou à rebours n éléments à partir d'une borne.

Différentes épreuves de la batterie permettent d'évaluer le degré de maîtrise de la séquence numérique verbale. Dans ces épreuves, l'enfant est amené à compter le plus loin possible, jusqu'à une borne donnée, à partir d'une borne donnée, dans un intervalle déterminé, par pas de deux et de dix et enfin à rebours. Il est ainsi possible de déterminer le niveau d'acquisition et d'élaboration de la chaîne numérique de l'enfant.

Le dénombrement

L'activité de dénombrement correspond à la mise en place d'une procédure permettant de déterminer le cardinal d'une collection. Il s'agit de dérouler la chaîne numérique verbale et de la mettre en correspondance avec le pointage des éléments de la collection. Selon Gelman et Gallistel (1978), l'activité de dénombrement est dirigée par cinq principes:

- (1) *le principe d'ordre stable* selon lequel les mots-nombres doivent constituer une séquence stable;
- (2) *le principe de correspondance terme à terme* selon lequel à chaque élément compté correspond un et un seul mot-nombre;
- (3) *le principe cardinal* selon lequel le dernier mot-nombre utilisé dans une séquence de comptage représente le nombre d'éléments de l'ensemble compté;
- (4) *le principe d'abstraction* selon lequel l'ensemble sur lequel porte le comptage peut être constitué d'éléments hétérogènes tous pris comme unités et
- (5) *le principe de non pertinence de l'ordre* selon lequel le comptage des éléments peut se faire dans n'importe quel ordre pour autant que les autres principes soient respectés.

Chacun de ces principes est évalué par la batterie dans des tâches où le sujet doit dénombrer des collections linéaires ou aléatoires, homogènes ou hétérogènes, dans une direction classique ou plus inhabituelle. En outre, d'autres épreuves évaluent l'utilisation fonctionnelle du dénombrement. Il s'agit de situations dans lesquelles le sujet doit utiliser le comptage pour réaliser correctement la tâche bien que la consigne ne lui indique pas explicitement de compter les objets (par exemple, une situation de construction d'une collection identique à une autre).

Ces activités de comptage et de dénombrement avaient été négligées par Piaget qui les considéraient comme des savoirs par cœur sans grand intérêt pour la construction du concept opératoire de nombre. Au contraire, différentes études montrent leur aspect primordial à cet égard. Par exemple, Clements (1984) montre que des petits enfants de 4 ans entraînés ou bien aux opérations de sériation et de classification, ou bien au comptage et au dénombrement, montrent une amélioration de leur performance dans les tâches entraînées comme dans celles qui ne l'ont pas été. Toutefois, le transfert du comptage vers la logique est plus important que le transfert de la logique vers le comptage. Il semble donc que les relations logiques sous-jacentes au nombre pourraient être inférées des habiletés d'énumération et de comptage et non des performances réalisées aux épreuves de classification, sériation et conservation. Par

ailleurs, ces habilités se verront également jouer un rôle primordial au moment de l'apprentissage des calculs.

Les systèmes numériques et sémantiques du nombre

Pour être compétent en mathématique, l'enfant doit également intégrer un système de conventions. Sans cette connaissance, la seule logique ne permet pas l'émergence d'une pensée mathématique. Les conventions sont un produit culturel. Elles ne peuvent se développer par la seule vertu de l'interaction de l'enfant avec son milieu mais doivent faire l'objet d'un enseignement. Les travaux en neuropsychologie de l'adulte ont permis des élaborations théoriques de notre façon de traiter ces systèmes. Les modèles actuels (par exemple, celui de McCloskey, Caramazza et Basili, 1985) mettent l'accent sur la différence entre production et compréhension des nombres, entre codes verbaux et arabes ou encore entre lexique et syntaxe. Ces distinctions sont reprises dans la batterie. Les épreuves proposées sont de trois ordres: évaluation du traitement isolé des nombres oraux, évaluation du traitement isolé des nombres arabes et évaluation du passage d'une forme à une autre, c'est-à-dire, des processus de transcodage.

La capacité de l'enfant à manipuler le code verbal oral de manière isolée est approchée par 4 tâches. La tâche de décision numérique orale permet d'examiner la connaissance des primitives lexicales du système: des mots sont présentés à l'enfant qui doit déterminer s'il s'agit de nombres (par exemple, "vingt") ou pas (par exemple, "troizante"). En complément, les tâches de « *compter le plus loin possible* » et « *compter par pas de 10* » évaluent la connaissance de l'ordre de ces primitives lexicales. La tâche de jugement de grammaticalité permet une première évaluation des règles de combinaison de ces primitives pour former un numéral verbal oral correct. Dans cette tâche, des combinaisons de deux mots nombres sont présentées à l'enfant qui doit juger si celles-ci forment un nombre légal (par exemple, quarante-deux) ou pas (par exemple, un mille). Enfin, la tâche de comparaison de nombres oraux permet de voir si l'enfant est capable de comprendre la grandeur exprimée par deux nombres et de les comparer.

La numération écrite en chiffre arabes entre dans l'univers de l'enfant plus de 3 ans après les premiers mots nombres. A l'inverse du code verbal, le code arabe écrit exige un apprentissage explicite. La maîtrise isolée du code arabe est évaluée par deux tâches. La tâche de décision numérique écrite permet d'évaluer la capacité lexicale du sujet: des symboles écrits sont présentés à l'enfant qui doit distinguer les chiffres des non-chiffres (par exemple, g ou \$). La tâche de comparaison de nombres arabes permet de voir si l'enfant est capable d'activer la magnitude représentée par une séquence de chiffres et de comparer ces représentations.

Outre le traitement des nombres dans un code symbolique donné, le sujet doit également être capable de traduction entre différents systèmes. En effet, écrire "quatre cent quatre-vingt-trois" ne correspond à la simple écriture en chiffre des mots-nombres

entendus, ce qui donnerait 41004203. L'enfant doit donc maîtriser les aspects lexicaux et syntaxiques pour comprendre le nombre présenté en entrée et les aspects lexicaux et syntaxiques du nombre à produire. Deux tâches de transcodage sont proposées: l'écriture de nombres arabes sous dictée et la lecture à voix haute de nombres arabes.

L'accès à la sémantique du nombre est abordée dans la batterie au moyen de deux grandes familles d'épreuves. Dans la première, il s'agit d'accéder à la magnitude du nombre et d'opérer des jugements de comparaison. Ceux-ci peuvent porter sur du matériel symbolique, comme exposé plus haut. Il s'agit alors de comparer une paires de nombres oraux, ou une paires de nombres arabes, ou encore de déterminer parmi deux nombres celui qui est le plus proche d'un troisième (par exemple, 49 par rapport à 51 ou 38). La batterie comprend également une tâche de jugement de collections de points. Ces collections sont présentées rapidement de manière à faire appel aux processus d'estimation sans recours au comptage.

La seconde dimension sémantique du nombre abordée dans la batterie est la structure décimale. En effet, les systèmes numériques que nous utilisons sont articulés autour de la base 10 (mais avec certaines irrégularités tout de même, par exemple, "quatre-vingt"). Percevoir et raisonner sur cette structure décimale est un grand défi pour le jeune élève (en vue notamment de réaliser des calculs avec report). Fuson, Wearne, Hiebert, Murray, Human, Olivier, Carpenter et Fennema (1997) décrivent cinq conceptions différentes que l'enfant peut avoir vis-à-vis des nombres à deux chiffres: (1) conception unitaire des nombres à deux chiffres, (2) conception dizaine-unité basée sur la numération verbale, (3) conception des séquences de dizaine-unités, (4) conception dizaine-unités séparées et (5) conception intégrée des séquences de dizaine-unités séparées. Il ne s'agit pas à proprement parler de stades développementaux, dans le sens où chaque enfant ne passe pas nécessairement par l'une de ces étapes.

Une série de 6 épreuves évalue cette compétence. Dans la première, l'enfant part d'une représentation en base 10 (sous forme de bâtonnets et fagots de 10 bâtonnets) et doit produire le nombre verbal correspondant, avec le matériel concret sous les yeux. Dans la seconde, l'opération inverse est demandée (soit, élaborer la représentation en base 10 (bâtonnets et fagots) à partir d'un nombre verbal oral présenté) mais le matériel concret n'est plus sous les yeux de l'enfant. Dans ces deux tâches, un contraste est introduit entre des items présentant une structure décimale transparente (par exemple, *vingt-trois*) ou non (par exemple, *quatorze*). Dans la troisième épreuve, un nombre oral est présenté à l'enfant (par exemple, *treize*) et on lui demande s'il y aurait assez de bâtonnets isolés dans la représentation en fagots et bâtonnets de ce nombre pour pouvoir en donner six par exemple. L'enfant doit donc créer la représentation décimale correspondante au nombre, puis comparer le nombre d'unités ainsi obtenues à celles que l'évaluateur propose. Dans la quatrième épreuve, l'enfant est amené à construire une représentation en base 10 à partir d'un nombre oral mais cette fois, il ne s'agit plus de manipuler des ensembles de 10 éléments (liés, collés ou disposés dans un espace défini) mais bien de concevoir qu'un seul élément (gros jeton) vaut 10 unités plus petites. Enfin, les deux dernières épreuves examinent la mesure dans laquelle la

structure décimale du nombre peut être perçue par l'enfant au travers le système positionnel arabe. La consigne est ici de repérer dans un nombre arabe, le chiffre des unités ou celui des dizaines.

Les opérations arithmétiques

Vers l'âge de 3-4 ans, les premières capacités arithmétiques vont s'articuler autour du langage et plus précisément, autour des capacités de comptage. Par exemple, si un enfant a trois voitures et qu'il en reçoit deux nouvelles, il va typiquement compter l'ensemble des deux collections pour déterminer l'effectif actuel de l'ensemble. Selon Baroody et Ginsburg (1986), ce recours au comptage verbal se retrouve au travers de cultures très variées et serait donc indépendant du type ou de l'existence même d'un système scolaire. Les stratégies de comptage que l'enfant met en place pour réaliser un calcul simple sont variées et deviennent, au cours du temps, de plus en plus efficace (soit, rapides et correctes). Dans le cas des additions par exemple, la stratégie la plus primitive est celle du "comptage du tout". Ainsi, confronté à la somme " $2 + 5$ ", l'enfant compte un à un les éléments des deux ensembles "un, deux, ... trois, quatre, cinq, six, sept". Dans un deuxième temps l'enfant initie le comptage au premier terme ($2 + 5 =$ trois, quatre, cinq, six, sept). Enfin, l'enfant se tourne vers une stratégie plus économique qui consiste à commencer son comptage à partir du plus grand des deux termes ($2 + 5 = 5 + 2 =$ six, sept). L'étape ultime dans ce développement est de constituer un réseau de faits arithmétiques en mémoire à long terme codant l'association entre un problème et la réponse qui y est associée. Outre ces faits, il semble qu'on doive également postuler (à la suite d'observation d'erreurs produites par des patients cérébrolésés) l'existence de "règles de calcul". Ainsi, nous n'avons pas une représentation distincte en mémoire pour les problèmes $(3+0)$, $(4+0)$ et $(8+0)$, mais possédons plutôt une règle du type $(n+0=n)$ nous permettant de résoudre tous les calculs de ce type.

La batterie TEDI-MATH comporte plusieurs épreuves relatives à l'arithmétique. Ainsi, les opérations de base (addition et soustraction) sont proposées avec un support imagé pour les plus petits. Des calculs plus complexes sont ensuite proposés par écrit (dans le code arabe) sans support aidant à la simulation de la situation. Les calculs mettent en jeu des opérations d'addition, de soustraction et de multiplication. Dans les deux premiers cas, les calculs classiques où l'inconnue porte sur l'état final (par exemple, $2+2=?$) sont comparés à des calculs lacunaires dans lesquels l'inconnue porte sur l'un des deux termes du problème, soit l'état initial (par exemple, $? +5=8$) ou la nature de la transformation (par exemple, $4+?=8$). Les additions contrastent des items où la somme est inférieure à 10 à d'autres qui nécessitent le passage à la dizaine ou encore l'utilisation de la règle du « $n+0=n$ ». Des additions de nombres à deux chiffres sont également proposés pour les plus grands enfants. Pour les soustractions, on distingue à nouveau les soustractions simples où l'inconnue est en position finale et les soustractions lacunaires, où l'inconnue se situe en première ou deuxième position (par exemple, $8-?=1$). A nouveau, des soustractions simples, des items portant sur la maîtrise de règles ($n-0=n$ et $n-n=0$), et des calculs impliquant au moins un nombre à

deux chiffres sont proposés. Enfin, une série de 10 multiplications sont introduites, avec la distinction entre faits (par exemple, 2×4) et règles (par exemple, $n \times 0$, $n \times 1$).

La batterie propose également des petits problèmes verbaux dans lesquels l'enfant doit lui-même déterminer l'opération arithmétique qui est en jeu pour trouver la solution. Les énoncés sont proposés à la fois oralement et par écrit à l'enfant. Il s'agit dans tous les cas de problèmes de type "changement": une situation initiale est modifiée par un ajout ou par un retrait. L'inconnue peut porter sur l'état initial, la transformation ou l'état final. Les opérations arithmétiques impliquées sont simples et peuvent être comparées à des items semblables issus des épreuves de calculs en chiffres. Le problème suivant par exemple, est une situation de type retrait avec inconnue portant sur la transformation: *"Six cerises sont sur la branche. Un merle vient et mange des cerises. Il reste maintenant deux cerises sur la branche. Combien de cerises le merle a-t-il mangées ?"*

Enfin, une dernière épreuve vise à évaluer les connaissances conceptuelles des enfants, c'est-à-dire leur compréhension des propriétés des opérations arithmétiques (la commutativité de l'addition, par exemple) et les relations entre opérations (relation entre addition et soustraction, ou encore entre additions répétées et multiplication). Dans cette épreuve, deux calculs sont présentés à l'enfant. La réponse est donnée dans le premier et il s'agit pour l'enfant d'indiquer si ce calcul peut l'aider à trouver, sans calculer, la réponse au second (par exemple, est-ce que le fait de savoir que $2 \times 47 = 94$, peut t'aider à résoudre le calcul $47 + 47 = ?$ Pourquoi ?")

Un exemple d'application

Nous avons vu Philippe lorsqu'il avait 6 ans 11 mois. Cet enfant nous était envoyé par un neuropédiatre qui avait posé le diagnostic d'hyperactivité. Au moment de notre premier rendez-vous, Philippe recommençait sa première année primaire (CP), essentiellement parce que ses résultats en mathématiques étaient insuffisants. L'examen s'est déroulé en deux séances d'une heure. Malgré la motivation très moyenne de Philippe à venir chez nous, il a pu maintenir son attention pendant toute l'évaluation. Le profil des pourcentages cumulés correspondant à ses performances aux différents sous-tests de la batterie est présenté dans le tableau ci-dessous. Ses scores ont été comparés à la fois à ceux d'enfants de même niveau scolaire (début de première primaire) et à ceux d'enfants de même âge chronologique (fin de première primaire).

Sous-tests	Pourcentages cumulés Début 1 ^{ère} primaire	Pourcentages cumulés Fin 1 ^{ère} primaire
Opérations logiques	65	30
Estimation	80	60
Comptage	90	55
Dénombrement	15	5
Système numérique arabe	100	15
Système numérique oral	35	15
Transcodage	55	10
Système en base 10	-	-

Arithmétiques: items imagés	25	10
Arithmétique: items en chiffres	5	< 5
Arithmétique: problèmes	80	55
Arithmétiques: concepts	-	-

Comme beaucoup d'enfants, Philippe obtient un profil de performance hétérogène. Il ne s'agit donc pas d'un retard global en mathématiques mais de difficultés concernant davantage certains domaines que d'autres. Une analyse détaillée du profil est donc nécessaire.

La chaîne numérique verbale de Philippe présente un niveau d'acquisition et d'élaboration suffisant à la fois pour son âge et son niveau scolaire actuel. En effet, même s'il omet le "29" dans sa première production, Philippe est capable de compter correctement de 1 à 31. Il est également capable de compter à partir d'une borne inférieure différente de un, de compter jusqu'à une borne supérieure donnée et de compter en respectant à la fois une borne inférieure et une borne supérieure. Le comptage à rebours est possible à partir de 7 mais il est source d'erreurs à partir de 15 (erreur de sens "15,14,13,11,12,10" et omission du 6).

Ses performances dans les épreuves évaluant les systèmes numériques correspondent à un niveau moyen pour un début de première primaire mais à un niveau faible en comparaison à des enfants de fin de première primaire. Il réussit parfaitement les soustests relatifs au traitement des nombres arabes lorsqu'il s'agit des unités, des dizaines et des particuliers. En revanche, la comparaison de deux nombres dizaine-unité est basée systématiquement sur le choix de celui qui comporte le plus grand chiffre, même si ce dernier est en position d'unité (par exemple, 32 - 28). Les soustests relatifs au code verbal oral sont moyennement réussis: Philippe produit quelques erreurs dans l'épreuve de jugement de grammaticalité et dans la comparaison de nombres. Le transcodage est bon pour les nombres inférieurs à vingt, à l'exception du chiffre 5 qui est écrit en miroir.

Les difficultés majeures de Philippe apparaissent dans les épreuves de dénombrement et dans celles de calculs. En effet, lorsqu'il doit dérouler sa chaîne numérique verbale pour dénombrer une collection, Philippe produit, à plusieurs reprises, une réponse fausse. Ses erreurs ne viennent pas d'une énonciation incorrecte de la chaîne numérique mais d'une difficulté à coordonner l'énonciation de la chaîne et le pointage des éléments de la collection. Par ailleurs, son appréhension globale de la quantité n'est pas toujours exacte. Ainsi, devant une collection de cinq animaux, Philippe déclare qu'il y en a quatre mais peut rectifier sa réponse lorsqu'on lui demande de compter en "mettant son doigt sur chaque animal". Enfin, dans la planche hétérogène comportant trois animaux d'un type et deux d'un autre type, Philippe tente d'additionner trois et deux sur ses doigts et arrive à un total de quatre. Malgré ces nombreuses erreurs, Philippe montre une bonne maîtrise du principe de cardinalité, du principe de non-pertinence de l'ordre et de celui de l'abstraction de la qualité des objets comptés. Les deux épreuves testant l'utilisation fonctionnelle du comptage sont parfaitement réussies elles aussi. En résumé, Philippe maîtrise les principes du dénombrement et présente donc des compétences normales pour son âge mais sa performance est faible à déficitaire suite notamment à des difficultés de mise en œuvre de la coordination pointage-énonciation.

Cette difficulté de dénombrement perturbe également Philippe dans les activités évaluant les opérations logiques sur les nombres. Ainsi, dans la tâche de sériation, il compte quatre arbres sur une image qui en comporte cinq. Dans la tâche de classification, le critère numérique lui apparaît directement comme étant pertinent, mais, là aussi, il éprouve certaines difficultés liées notamment au fait qu'il ne se souvient plus du cardinal typique des groupes

déjà formés ("ma carte a cinq dessins, je dois donc la mettre dans le tas ... attends ... (recompte le tas des quatre puis recompte le tas des cinq) ... ah oui, ici"). Enfin, dans la tâche d'inclusion aussi, ses difficultés de dénombrement perturbent son travail: Philippe doit introduire un certain nombre de jetons dans une enveloppe. Quatre jetons sont visibles sur la table, il les dénombre et arrive à un total de cinq ! Malgré ces difficultés, Philippe montre des capacités normales de sériation, de classification et d'inclusion numérique. Les épreuves de conservation numérique sont également bien réussies et une justification logique est donnée dans les deux situations. En revanche, la décomposition additive n'est pas réussie. Philippe ne peut penser qu'en termes de combinaisons équivalentes $n + n$. Ainsi, il perçoit bien que six peut être décomposé comme trois et trois, mais ne peut produire que d'autres décompositions, fausses, du type n et n (deux et deux, puis quatre et quatre).

Comme le suggérait déjà la tâche de décomposition additive, l'arithmétique est l'autre lieu de difficulté pour Philippe. Mais là aussi, une hétérogénéité apparaît dans le profil. Philippe réussit toutes les opérations avec support imagé sauf une pour laquelle il compte sur ses doigts et produit une erreur de dénombrement. Les calculs en chiffres, par contre, sont extrêmement mal réussis. Philippe est incapable de comprendre les énoncés de calculs lacunaires et ceux de soustractions (même si cet énoncé est lu à haute voix). Seules quelques additions simples sont résolues. Dans ce dernier cas, il répond rapidement à quelques petits calculs et à des calculs du type $n + 0$, tente une stratégie de comptage du tout sur les doigts pour quelques autres, mais échoue lamentablement lorsque la somme est supérieure à dix ... faute d'un nombre de doigts suffisant pour représenter l'ensemble des éléments du problème. Enfin, les problèmes verbaux sont mieux réussis. Il obtient ici un score 6/8, ce qui est bien supérieur à sa performance dans les calculs identiques présentés sous forme de chiffres (score de 2/8). Philippe a donc besoin de se référer à une réalité concrète pour mettre en œuvre des stratégies de résolution des calculs.

En résumé, Philippe a terminé une première année primaire sans pouvoir en retirer beaucoup de fruits. Comparés aux enfants du même âge, ses acquis en terme de calcul et de maîtrise des systèmes numériques sont faibles. Si on le compare maintenant aux enfants qui, comme lui, vont débiter une première primaire, des difficultés apparaissent surtout à deux niveaux: le dénombrement et l'arithmétique. Philippe semble en effet avoir bien compris les principes sous-jacents au dénombrement mais éprouver des difficultés dans la coordination énonciation-pointage. En ce qui concerne l'arithmétique, Philippe ne conçoit les décompositions d'un nombre qu'en parties égales. Dans les calculs, il reste dépendant de situations concrètes pour pouvoir mettre en œuvre des stratégies de calcul et est très peu performant lorsque les calculs sont présentés en chiffres. Enfin, les stratégies de calcul qu'il met en œuvre sont immatures et s'avèrent inadéquates pour les additions dont la somme dépasse dix. Un travail de remédiation à ces deux niveaux devrait donc être mis en place pour donner à Philippe toutes ses chances de réussir cette fois son année scolaire.

Quelques outils de remédiation

En rapport direct avec le Tedi-math, Cornet, Goerlich, Vanmuysen et Van Nieuwenhoven (2001) ont développé une série de jeu de remédiation (AD-MATH pour activités de développement des mathématiques). Quatre jeux sont actuellement disponibles (d'autres sont en cours d'élaboration ou de validation et visent le système en base 10, la décomposition additive, les opérations etc.). Ils peuvent se jouer en dyade avec le thérapeute ou bien en petits groupes. Ces jeux visent à développer une représentation du nombre au travers différentes

modalités sensorielles. Plus spécifiquement, il s'agit de jeux de reconnaissance de la quantité dans la modalité visuelle "rendez-moi mes pommes", tactile "vite l'hiver arrive", et auditive "attention le chasseur revient" ou encore "des sons plein les oreilles"..

Bibliographie

- Barrody, A.J. & Ginsburg, H.P. (1986). The relationship between initial meaningful and mechanical knowledge of arithmetic. In J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: the case of mathematics*. (pp. 75-112). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Clements, D.H. (1984). Training effects on the development and generalization of piagetien logical operations and knowledge of number. *Journal of Educational Psychology*, 76, 766-776.
- Cornet, M.C.; Goerlich, S.; Vanmuysen, A. & Van Nieuwenhoven, C. (2001). AD-Math: Activités de développement des mathématiques par le jeu. Editions du centre de psychologie appliquée, Paris, France.
- Fuson, K.C., Richards, J., & Briars, D.J. (1982) The acquisition and elaboration of the number word sequence. In C.J. Brainerd (Ed.) *Children's logical and mathematical cognition: Progress in cognitive development research* (pp. 33-92). New-York: Springer-Verlag.
- Fuson, K.C., Wearne, D., Hiebert, J., Murray, H.G., Human, P.G., Olivier, A.I., Carpenter, T.P. & Fennema, E. (1997). Children's conceptual structures for multidigit numbers and methods of multidigit addition and subtraction. *Journal of Research in Mathematics Education*, 28(2), 130-162.
- Gelman, R. & Gallistel, C.R. (1978). *The child's understanding of number*. Cambridge. MA: Harvard University Press.
- McCloskey, M., Caramazza, A. & Basili, A. (1985). Cognitive mechanisms in number processing and calculation: Evidence from dyscalculia. *Brain and Cognition*, 4, 171-196.
- Mix, K.S.; Huttenlocher, J. & Levine, S.C. (2002). Multiple cues for quantification in infancy: is number one of them ? *Psychological Bulletin*, 128(2), 278-294.
- Palmer, E. & Noël, M-P. (2002). Bases phylogéniques et ontogéniques des traitements numériques. In X. Seron & M. Pesenti (ed.). *Traité de sciences cognitives (Hermès). L'arithmétique cognitive*.
- Van Nieuwenhoven, C.; Grégoire, J. & Noël, M-P. (2001). Tedi-Math: un test diagnostique des compétences de base en mathématiques. Editions du centre de psychologie appliquée, Paris, France.