UN MODELE MACROECONOMIQUE SIMPLE POUR L'ALLOCATION UNIVERSELLE

Marc GERMAIN

Working Paper n° 8608

Economie et Société
Département des Sciences Economiques
3, Place Montesquieu — B-1348 LOUVAIN-LA-NEUVE (Belgique)

D/1986/3082/08

INTRODUCTION

Le point de départ de ce travail est un article de Ph. Van Parijs et R. van der Veen [1] (en abrégé PVV), dans lequel ces auteurs développent un petit modèle simple pour étudier, d'une part, les conditions de faisabilité d'une transition vers le communisme (c.à.d. vers une distribution selon les besoins) au sein du capitalisme, et d'autre part, la relation qui lie cette transition avec l'extension du "règne de la liberté" [2]. Au coeur de ce modèle et de la discussion qui suit, intervient une allocation universelle (abrégée AU), financée par la taxation et définie comme "an unconditional grant paid out on a regular basis to every individual, irrespective of age, employment status, marital status, labour or capital income, etc" [3].

Le but de la présente étude est d'abord de reprendre le modèle de PVV et d'en améliorer les fondements microéconomiques. Le comportement du modèle est ensuite discuté, en insistant sur l'évolution des variables jugées les plus importantes (dont l'AU). De façon plus précise, ce travail se compose de 3 sections.

La première section montre que la fonction d'offre de travail du modèle de PVV peut prendre des valeurs négatives. Partant de l'idée qu'une offre de travail négative n'a pas de sens d'un point de vue économique, un modèle est élaboré selon une démarche analogue à celle de PVV, mais avec une offre de travail agrégée partout positive.

La deuxième section dérive la courbe de l'allocation universelle en fonction de taux de taxation croissants. L'évolution du stock de capital au cours du temps est aussi étudiée pour différentes valeurs du taux de taxation.

Enfin, dans la section 3, on cherche d'abord à déterminer les taux de taxation correspondant à des politiques qui, selon des critères différents, viseraient à donner à tous un revenu mimimum garanti sous forme d'une allocation universelle. Ensuite, sera dégagée une condition suffisante d'extension du "règne de la liberté", telle que cette notion est définie par PVV dans leur article précité.

SECTION 1 : L'OFFRE GLOBALE DE TRAVAIL

Soit une société de N individus, où chaque individu i ($i \in \{1,2,\ldots,N\}$) dispose d'un revenu x_i, provenant de 3 sources différentes :
- du travail fourni,
- du capital possédé,
- de l'AU.

Formellement :

$$x_i = wl_i(1-t) + r(1-s)\,K_i(1-t) + G \qquad (1)$$

où
- w est le salaire,
- l_i la fraction du temps disponible pendant laquelle l'individu i travaille,
- t le taux de taxation linéaire ($0 \leq t \leq 1$),
- r la rémunération brute du capital et s le taux d'épargne,
- K_i le capital détenu par i ($0 \leq K_i$)
- G l'AU ($0 \leq G$).

L'individu i est supposé choisir son temps de travail de façon à maximiser son utilité U_i, sous la contrainte (1),

$$U_i = (1 - l_i)x_i - d_i l_i \qquad (2)$$

où d_i mesure la désutilité du travail pour l'individu i. La maximisation de (2) par rapport à l_i sous la contrainte (1) fournit :

$$l_i = \frac{w(1-t) - d_i - r(1-s)K_i(1-t) - G}{2w(1-t)} \qquad (3)$$

c.à.d., l'offre de travail individuelle de i, selon PVV.

L'offre globale de travail est obtenue par sommation des offres individuelles, ce qui donne

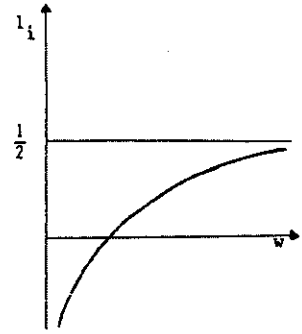
$$L = \sum_{i=1}^{N} l_i = \sum_{i=1}^{N} \frac{w(1-t) - d_i - r(1-s)K_i(1-t) - G}{2w(1-t)} \qquad (4)$$

$$= \frac{Nw(1-t) - N\bar{d} - r(1-s)\bar{K}(1-t) - NG}{2w(1-t)}$$

où $-\bar{d} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} d_i$ mesure la désutilité moyenne du travail (> 0)

$-\bar{K} = \sum_{i=1}^{N} K_i$ est le stock de capital.

Or, il est aisé de montrer que l'allure de l_i en fonction du salaire est la suivante :



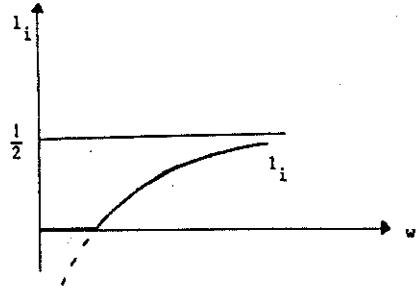
La solution retenue par PVV permet donc des offres de travail individuelles négatives, ce qui économiquement n'a pas de sens. Cette situation provient de l'oubli de la prise en compte de la contrainte :

$$l_i \geq 0 \qquad (5)$$

dans le calcul d'optimisation de l'individu i. Tenant compte de (5), la quantité de travail optimale offerte par i devient

$$l_i = \max\left(0, \frac{w(1-t) - d_i - r(1-s)K_i(1-t) - G}{2w(1-t)}\right) \qquad (6)$$

d'où le nouveau graphe de l_i en fonction de w :



Se présente alors le problème de l'agrégation des offres individuelles de travail définies par (6) : est-il encore possible de trouver une expression simple et élégante de l'offre globale de travail L, à la place de l'expression (4) ? Les lignes suivantes tentent de répondre à cette question.

Comparée à celle de PVV, la fonction d'utilité de l'individu i est légèrement modifiée :

$$U_i = x_i^{\alpha} (1 - l_i)^{1-\alpha} . \qquad (7)$$

Le paramètre d_i disparaît; tous les individus sont supposés avoir la même élasticité de l'utilité au revenu ($x_i/U_i \cdot \partial U_i/\partial x_i = \alpha$)[4]. Par contre, les sources de revenu restant les mêmes, l'expression (1) est conservée :

$$x = wl(1-t) + (r-\delta)k(1-t) + G \qquad (8)$$

où δ mesure le taux de dépréciation du stock de capital [5].

La maximisation de la fonction d'utilité sous contrainte de l'équation du revenu, fournit la solution suivante, dans le cas d'un individu possédant k actions :

$$l(k) = \max\left(\alpha - \frac{(1-\alpha)[(r-\delta)(1-t)k + G]}{w(1-t)} , 0 \right) . \qquad (9)$$

Un individu ne fournira une quantité positive de travail que si sa part de capital, k, ne dépasse pas un certain seuil. Plus précisément, l(k) sera positive, si

$$k \leq \frac{\alpha w(1-t) - (1-\alpha)G}{(1-\alpha)(r-\delta)(1-t)} = \Theta . \qquad (10)$$

Afin de calculer l'offre agrégée de travail, on supposera que la propriété du capital se répartit parmi la population suivant une exponentielle décroissante [6]; le nombre d'invidus possédant k unités de capital vaudra donc

$$n(k) = Ae^{-Bk} , \quad k \geq 0 \qquad (11)$$

où A et B sont 2 constantes à déterminer. Pour calculer celles-ci, il suffit d'imposer que n(k) satisfasse les 2 relations suivantes :

$$\bar{K} = \int_0^{\infty} kn(k)dk \tag{12}$$

$$N = \int_0^{\infty} n(k)dk \tag{13}$$

ce qui implique :

$$n(k) = \frac{N}{\bar{k}} e^{-k/\bar{k}} \tag{14}$$

où par définition, $\bar{k} = \bar{K}/N$.

On peut maintenant calculer l'offre <u>agrégée</u> de travail. En effet :

$$L = \int_0^{\infty} l(k)n(k)dk \tag{15}$$

$$= \int_0^{\theta} l(k)n(k)dk \tag{16}$$

puisque pour $k \geq \theta$, $l(k) = 0$ (cfr la relation(10)).

Substituant (9) et (14) dans (16), on obtient après intégration l'expression de l'offre de travail globale :

$$L = N\left[\alpha - \frac{(1-\alpha)G}{w(1-t)} - \frac{(1-\alpha)(r-\delta)}{w}\,\bar{k}\,e^{-\theta/\bar{k}}\right]. \tag{17}$$

Cette dernière relation sera utilisée par la suite, au sein d'un petit modèle macroéconomique très simple, que l'on va s'atteler à présenter dans la section 2.

SECTION 2 : EVOLUTION DE L'A.U. EN FONCTION DU TAUX DE TAXATION

La technologie est à coefficients fixes et peut être caractérisée par les relations :

$$\bar{Y} = \frac{\bar{K}}{v} = q\bar{L} \qquad (18)$$

où - $\bar{Y}$ est la production de pleine capacité,
- $\bar{K}$ le stock de capital,
- $\bar{L}$ l'emploi nécessaire à pleine capacité,
- $\frac{1}{v}$ et q sont respectivement la productivité du capital et du travail.

Les producteurs sont supposés répartir la production selon un certain ordre de priorités : en premier lieu, ils rémunèrent le travail. Ensuite, ils investissent. Enfin, avec le restant, ils rémunèrent les actionnaires.
Formellement :

$$\begin{aligned} Y &= wL + r\bar{K} \\ &= wL + (r\bar{K} - I) + I \end{aligned} \qquad (19)$$

où - Y est la production effective ($Y \leqslant \bar{Y}$)
- L l'emploi effectif et wL la rétribution du travail,
- I l'investissement,
- $(r\bar{K} - I)$ le montant des dividendes distribués.

Quelques hypothèses simplificatrices sont maintenant énoncées :

1) le capital se détériore à un taux δ. En outre, comme on exclut toute croissance du stock de capital, les investissements des entrepreneurs sont contraints par la dépréciation du capital [8] :

$$I \leqslant \delta\bar{K} \quad . \qquad (20)$$

2) Les entrepreneurs ont pour politique de maximiser la production d'une part, et de maximiser les investissements d'autre part, sous les contraintes respectives $Y \leqslant \bar{Y}$ et (20).

3) $1/v$ et q sont constants au cours du temps [9].

4) A taux de taxation nul, on suppose qu'il existe un niveau de salaire w_o ($< q$) qui assure : (a) l'équilibre entre l'offre de travail (L) et l'emploi à pleine capacité de production ($\bar{L}$); (b) un niveau d'investissement suffisant pour amortir le capital déprécié; (c) une certaine rémunération des actionnaires. L'identité (20) devient :

$$\bar{Y} = w_o\bar{L} + (r_o - \delta)\bar{K} + \delta\bar{K} \tag{21}$$

tandis que (17) et (18) implique

$$\bar{L} = \frac{\bar{K}}{qv} = N\left[\alpha - \frac{(1-\alpha)(r_o-\delta)}{w_o}\bar{k}e\left\{-\frac{1}{\bar{k}}\frac{w_o}{r_o-\delta}\right\}\right] \tag{22}$$

où, suite à (21)

$$r_o = (\bar{Y} - w_o\bar{L})/\bar{K} \tag{23}$$

Comment doit évoluer le salaire nominal à taux de taxation croissant, pour que la pleine utilisation des capacités de production continue d'être assurée ?

Pour $t > 0$, l'égalité entre l'offre et la demande de travail devient :

$$\bar{L} = N\left[\alpha - \frac{(1-\alpha)G}{w(1-t)} - \frac{(1-\alpha)(r-\delta)}{w}\bar{k}\left(1 - e^{-\Theta/\bar{k}}\right)\right] \tag{24}$$

où $$\Theta = \frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{w}{r-\delta} - \frac{G}{(1-t)(r-\delta)} \tag{25}$$

$$r = (\bar{Y} - w\bar{L})/\bar{K} = (q-w)\bar{L}/\bar{K} = (q-w)/qv \tag{26}$$

$$G = (\bar{Y} - I)t/N = \bar{k}(1-\delta v)t/v\ . \tag{27}$$

L'équation (24) ne permet pas d'expliciter analytiquement w en fonction de t et des variables exogènes α, δ, $\bar{k}$, v, q. Il faut donc procéder numériquement [10]. Le problème consiste à trouver, pour une série de valeurs de t, les racines de l'équation

$$f(w,t) = L(w,t) - \bar{L} \tag{28}$$

où $L(w,t)$ n'est rien d'autre que le membre de droite de (24). Comme il est possible de réécrire (28) sous la forme

$$w = \Psi(w,t) \tag{29}$$

on a utilisé la méthode dite d'"itération" afin de résoudre l'équation (29) [11], et ce pour des valeurs croissantes de t qui respectent l'inégalité

$$r - \delta \geq 0 \ . \tag{30}$$

La partie croissante de la figure 1 de l'annexe (page A.2) fournit l'évolution du salaire nominal d'équilibre entre offre et demande de travail. Si, comme indiqué,le taux de taxation augmente, la part des salaires nominaux ($w\bar{L}$) dans le revenu disponible après amortissement ($\bar{Y} - \delta\bar{K}$) s'accroit au dépend de la part des dividendes ($(r-\delta)\bar{K}$), jusqu'au moment où celle-ci disparaît, c.à.d. quand

$$w = w_s = q(1-\delta v) \ . \tag{31}$$

Quelle est la valeur de t correspondant à w_s ? Il suffit d'observer que quand w tend vers w_s, r tend vers δ et Θ tend vers l'infini. La substitution de ces grandeurs limites dans (24) permet d'expliciter la borne supérieure du domaine des valeurs de t qui satisfont la contrainte (30):

$$t_s = \frac{1}{\alpha} - \frac{1-\alpha}{\alpha} \frac{\bar{L}}{N-\bar{L}} \ . \tag{32}$$

Quant à l'AU, son évolution sur le domaine $[0,t_s]$ est linéaire, comme le suggère l'expression (27) (cfr. en annexe le graphe de G en fonction de t, page A.3).

D'autre part, il est intéressant de noter que pour des taux de taxation croissants, le nombre d'individus au travail (T) tend vers sa valeur limite, N. En effet

$$T(t) = \int_0^{\Theta(t)} \frac{N}{\bar{k}} e^{-k/\bar{k}} \, dk$$

$$= N - Ne^{-\theta(t)/\bar{k}} \qquad (33)$$

tend vers N quand t tend t_s. Au moment où $t = t_s$, tout le monde travaille et y consacre la même fraction de son temps $\bar{l} = \bar{L}/N$.

Comment le modèle évolue-t-il pour des taux de taxation supérieurs à t_s ? On admettra momentanément que les entrepreneurs refusent de payer un salaire plus élevé que w_s. Par ailleurs, étant donné que le revenu du capital a disparu, les individus se comporteront tous de la même façon. Dans ce contexte, le problème d'optimisation individuel devient :

$$\max \quad U = x^{\alpha}(1-l)^{1-\alpha} \qquad (32)$$

sous la contrainte que

$$x = (1-t)w_s l + G \qquad (33)$$

ce qui donne comme solution pour l'offre de travail individuel,

$$l = \alpha - \frac{(1-\alpha)G}{w_s(1-t)} \quad . \qquad (34)$$

Quant à l'AU, elle est financée entièrement par le revenu du travail :

$$G = tw_s \frac{L}{N} = tw_s l \quad . \qquad (35)$$

Substituant (35) dans (34), on peut expliciter l en fonction de t :

$$l = \frac{\alpha(1-t)}{1-\alpha t} \qquad (36)$$

pour $t_s \leq t \leq 1$. C'est donc une fonction décroissante de t. Ensuite, substituant (36) dans (35), on trouve G en fonction de t sur le même domaine de variation [12] :

$$G = w_s \frac{\alpha(1-t)t}{1-\alpha t} \quad . \qquad (37)$$

Il est aisé de montrer que le taux de taxation qui maximise G (ce qui permet de situer l'emplacement du sommet de la courbe G en fonction de t) est donné par l'expression suivante :

$$t_{Gmax} = \max \left(t_s, t_G = \frac{1-\sqrt{1-\alpha}}{\alpha}\right) \tag{38}$$

où t_G s'obtient par l'annulation de la dérivée de (37) par rapport à t. En outre,

$$t_s \lesseqgtr t_G \tag{39}$$

selon que

$$1 - \sqrt{1-\alpha} \lesseqgtr \bar{l} \ . \tag{40}$$

A la question de savoir si par une augmentation du salaire nominal au delà de w_s les entrepreneurs peuvent maintenir la pleine utilisation des capacités de production, il faut répondre par la négative. En effet, soit $w\ (> w_s)$ un niveau de salaire qui permettrait la pleine utilisation de $\bar{K}$, alors, (34) et (35) deviennent :

$$1 = \bar{l} = \frac{\bar{L}}{N} = \alpha - \frac{(1-\alpha)G}{w(1-t)} \tag{41}$$

et

$$G = w\bar{l}t \ . \tag{42}$$

Substituant (42) dans (41), on doit avoir

$$\bar{l} = \alpha - \frac{(1-\alpha)\bar{l}t}{1-t} \tag{43}$$

ce qui ne tient pas pour $t > t_s$.

Dans le cadre de la description du comportement du modèle pour $t \geq t_s$, il est nécessaire de s'interroger sur l'évolution du stock de capital au cours du temps. En effet, étant donné l'ordre de priorité de la répartition du revenu décrit p.6 et l'hypothèse (2) p.6 , l'existence d'une

rémunération du capital positive implique que $I = \delta\bar{K}$ et donc que $\dot{\bar{K}} = 0$ [13], ce qui est vrai tant que $t \leq t_s$.
Soit maintenant un taux de taxation $\tilde{t} > t_s$. Comme $l(\tilde{t}) < \bar{l} = \bar{L}/N$, la production effective Y sera inférieure à celle de pleine capacité $\bar{Y}$, et l'investissement I vaudra :

$$I = Y - w_s L = (q - w_s)L$$

$$= (q - w_s)N \frac{a(1-\tilde{t})}{1-a\tilde{t}} \qquad (37)$$

en utilisant (36). Or, l'évolution de $\bar{K}$ obéit à l'équation différentielle suivante :

$$\dot{\bar{K}} = I - \delta\bar{K} \qquad (38)$$

d'où en y substituant (37), puis posant $\bar{k} = \bar{K}/N$, on trouve

$$\dot{\bar{k}} = (q-w_s)\frac{a(1-\tilde{t})}{1-a\tilde{t}} - \delta\bar{k} \ . \qquad (39)$$

L'intégration par séparation de variable de cette équation nous fournit le profil de $\bar{k}$ en fonction de τ, le temps :

$$\bar{k}(\tau) = qv\frac{a(1-\tilde{t})}{1-a\tilde{t}} + \left(\bar{k}_o - qv\frac{a(1-\tilde{t})}{1-a\tilde{t}}\right)e^{-\delta\tau}$$

$$= \bar{k}_{\tilde{t}} + \left(\bar{k}_o - \bar{k}_{\tilde{t}}\right)e^{-\delta\tau} \qquad (40)$$

où $\bar{k}_o = \bar{k}(0)$ et $\bar{k}_{\tilde{t}} = \bar{k}(\infty)$.

L'évolution de $\bar{k}$ est donnée par la figure 4 en annexe. Le stock de capital décroît donc vers une valeur où offre et demande de travail s'équilibrent à nouveau, et ce au niveau de salaire w_s.

Quant à l'AU, elle vaut en $t = \tilde{t}$ suivant (37)

$$G_{\tilde{t}} = w_s\frac{a(1-\tilde{t})\tilde{t}}{1-a\tilde{t}} \ . \qquad (41)$$

Cette expression ne dépend pas de τ, donc G reste constante au cours du temps.

SECTION 3 : A.U., communisme et règne de la liberté.

Selon PVV, une politique qui voudrait donner à tous un revenu garanti sous forme d'une AU, peut suivre 4 principes distincts [14] :

1) maximiser la production totale sous la contrainte que l'AU atteigne un niveau minimum (critère "productiviste"),
2) maximiser le niveau absolu de l'AU (critère "rawlsien"),
3) maximiser le niveau relatif de l'AU, ce qui revient selon PVV à maximiser le taux de taxation sous contrainte que l'AU atteigne un niveau minimum (critère "marxien"),
4) maximiser l'égalité (que PVV approxime par le rapport G/Y) sous la contrainte que l'AU ne descende pas en dessous d'un niveau minimum (critère "égalitariste").

Dans le cadre du présent modèle, quels sont les taux de taxation correspondant aux différents critères ci-dessus ? Soit G^* le niveau minimum de l'AU choisi par les autorités (cfr. la figure 2 en annexe pour une interprétation graphique de ce qui suit).

1) critère "productiviste" : comme le présent modèle n'autorise que stationnarité ou décroissance, on remplacera le 1er critère de PVV par un critère de stationnarité : maintenir le niveau de la production sous la contrainte que l'AU atteigne G^*. Le taux de taxation correspondant s'obtient à partir de la relation (27)

$$t_1^* = \frac{v}{\bar{k}(1-\delta v)} G^* \tag{42}$$

2) critère "rawlsien" : comme déjà calculé p.10,

$$t_2^* = \max\left(1 - \frac{1-\alpha}{\alpha}\,\frac{\bar{I}}{1-\bar{I}}\ ;\ \frac{1-\sqrt{1-\alpha}}{\alpha}\right) \tag{43}$$

3) critère "marxien" : par inversion de la relation (37), on trouve

$$t_3^* = \frac{\alpha(G^*+w_s) + \sqrt{\alpha^2(G^*+w_s)^2 - 4w_s\alpha G^*}}{2\alpha w_s} \tag{44}$$

4) critère "égalitariste" : le modèle ne permet pas de déterminer un taux correspondant à ce critère, car pour tout $t \geq t_s$, l'égalité entre les individus est atteinte. Or, ce critère ne présente d'intérêt que dans le cadre de situations où l'inégalité subsiste.

Suivant PVV on appelle "communiste" une société qui se conforme au principe distributif : "De chacun selon ses capacités à chacun selon ses besoins" [15]. Dans le présent modèle, seule la propriété du capital différencie les individus. Par conséquent, les 3 derniers principes ci-dessus permettent d'atteindre le communisme.

Par ailleurs, PVV définit l'expansion du "règne de la liberté", comme une extension du temps libre couplée avec extension de la qualité du travail [15]. Le modèle développé dans ces pages laisse de côté la qualité du travail, aussi se contentera-t-on d'étudier les possibilités de l'expansion du règne de la liberté à travers l'extension du seul temps libre. Première remarque, parmi les principes définis ci-dessus, c'est le critère de Marx qui autorise le plus grand règne de la liberté pour un niveau minimum de l'AU donné. En outre, par définition de ce critère, il n'est pas possible d'augmenter le temps libre en augmentant t, sans baisser G^*, à moins de modifier le vecteur des variables exogènes.
Par la suite, on supposera la présence d'un progrès technique qui augmente q et 1/v dans la même proportion, ce qui permet de produire plus avec le même couple $(\bar{K},\bar{L})$. Si les autorités choisissent le critère "marxien" au seuil G^*, elles appliqueront le taux de taxation $t = t_3^*$. Même si le stock de capital diminue au cours du temps, tant que $t_s < t_3^*$ [16], on a montré (p.11) que le niveau de l'AU restait constant. En effet, l'expression (37) appliquée à G^* donne

$$G^* = w_s \frac{(1-t_3^*)t_3^*}{1-\alpha t_3^*} \qquad (44)$$

G^* ne dépend pas du temps, mais bien de w_s qui dépend de q puisque

$$w_s = q(1 - \delta v)$$

$$= q - \delta qv \qquad (45)$$

où δqv est une constante.

Prenant la différentielle totale de (44) avec G^* constant, on trouve

$$\frac{dt_3^*}{dw_s} = \frac{dt_3^*}{dq} = -\frac{(1-t_3^*)\, t_3^*\, (1-\alpha t_3^*)}{\alpha w_s (t_3^* - t_G)\left(t_3^* - \frac{1+\sqrt{1-\alpha}}{\alpha}\right)} \qquad (46)$$

qui est une expression positive tant que $t_3^* > t_{G\ max} > t_G = (1-\sqrt{1-\alpha})/\alpha$ (cfr. p.10). Le progrès technique permet donc d'accroître w_s et donc, à G^* constant d'accroître le taux de taxation correspondant au critère marxien, ce qui implique une diminution du temps de travail, puisque $dl/dt < 0$, en vertu de (36).

CONCLUSION

Dans le cadre de la problématique autour de l'allocation universelle, le but de ce travail était moins d'obtenir des résultats originaux que de décrire une démarche que pourraient suivre des modèles plus sophistiqués encore à construire. Cette démarche repose sur l'emprunt d'un modèle à la littérature (celui de PVV), dont on a d'abord amélioré quelque peu les fondements microéconomiques, au prix de l'une ou l'autre hypothèse supplémentaire.
Le modèle mis au point, son comportement a été étudié à travers l'évolution de 3 variables jugées importantes (le salaire, l'offre de travail et bien sûr l'AU) en fonction du taux de taxation t. La discussion a permis de mettre en lumière 2 zones dans le domaine de variation de t, zones qui déterminent autant de régimes possibles (stationnaire ou décroissant) pour le modèle.
Si cette discussion pouvait être approfondie dans le cadre de modèles plus sophistiqués, éventuellement élaborés à partir de celui qui a été construit dans ces pages, ce travail aurait alors sans doute atteint ses objectifs.

Aussi, pour terminer cette conclusion, différents prolongements possibles du présent article sont proposés :

1) étudier le comportement du modèle pour des valeurs différentes des paramètres exogènes (notamment α).
2) utiliser une autre distribution du capital (éventuellement plus proche de la distribution réelle), et/ou une autre fonction d'utilité.
3) introduire la possibilité de croissance de l'économie dans le modèle, plus précisément celle du stock de capital;
4) lever l'hypothèse que tous les individus ont la même élasticité de l'utilité au revenu (α). La fonction d'offre de travail individuelle devient alors une fonction de 2 variables, α et k. Pour calculer l'offre de travail aggrégée, il faut se donner au préalable une distribution des individus dépendant des 2 mêmes variables, $n(\alpha,k)$. Ensuite, par le calcul de l'intégrale double suivante, où A est le domaine de variation de α,

$$L = \int_A \int_0^{\theta(\alpha)} l(\alpha,k)n(\alpha,k)\, dk\, d\alpha$$

on trouve l'offre de travail aggrégée.

5) distinguer un secteur domestique et un secteur marchand et/ou distinguer 2 qualités de travail. Dans le 1er cas, les activités d'un individu se répartiraient en trois : travail dans le secteur marchand, travail domestique (pour lui-même), loisir. Seule la 1ère activité et le capital seraient taxables. Alors le nouveau modèle pourrait reposer sur le problème d'optimisation suivant :

$$\max \; U_i = x_{i1}^{\alpha} \, x_{i2}^{\beta} \, (1 - l_{i1} - l_{i2})^{1-\alpha-\beta} \qquad (48)$$

par rapport à l_{i1} et l_{i2} et sous les contraintes que :

$$x_{i1} = wl_{i1}(1-t) + (r-\delta)k_i(1-t) + G \qquad (49)$$

$$x_{i2} = q_2 l_{i2} \qquad (50)$$

où - l_{i1} mesure le temps de travail dans le secteur marchand,
- l_{i2} est le temps de travail domestique,
- q_2 la productivité du travail domestique,
- x_{i2} le revenu du travail domestique,
- β est l'élasticité de l'utilité au travail domestique,

et où les autres variables restent les mêmes que celles du modèle développé dans ce travail.

Bien entendu, les prolongements qui viennent d'être proposés ne prétendent pas former un ensemble exhaustif.

Notes

1 : R. van der Veen et Ph. Van Parijs : "Capitalism, communism and the realm of freedom. A formal presentation", working paper n° 8501, Institut des sciences économiques, UCL, février 1985.

2 : Les définitions précises de ces notions de "communisme" et de "règne de la liberté" selon PVV sont reprises dans la section 4 de ce papier.

3 : op. cit., p.2.

4 : Les individus ne se différencient donc plus que par la propriété du capital (k_i), alors que chez PVV, ils se distinguaient en outre par leur propension à travailler (d_i). Aussi, omettra-t-on dorénavant l'indice i dans les expressions des variables revenu (x), offre individuelle de travail (l) et utilité (U), et formulera-t-on ces mêmes variables comme autant de fonctions de k, la propriété du capital.

5 : r-δ est le montant de la rémunération d'une unité de capital, avant taxe. On reviendra sur l'interprétation macroéconomique de ces termes dans la section 3.

6 : par commodité, on a choisi de traiter le problème en continu, et non en discret. La fonction n(k) est donc bien une fonction continue de k.

7 : modèle très inspiré de celui de PVV, dont il ne se différencie que par quelques détails.

8 : par ailleurs, les investissements sont exonérés d'impôts et ne peuvent être financés par l'endettement.

9 : cette hypothèse sera levée à la section 4, dans le cadre de la discussion sur l'extension du "règne de la liberté".

10 : ce qui suppose de donner au préalable des valeurs numériques aux paramètres exogènes. Ces valeurs sont données en annexe (page A.1).

11 : pour une présentation de cette méthode, voir p.ex. de R. Pennington : "Introductory computer methods and numerical analysis", Macmillan company, New York, 1965.

12 : voir les figures 2 et 3 en annexe.

13 : $\dot{\overline{K}}$ est la dérivée de $\overline{K}$ par rapport au temps.

14 : voir p. 19 et 20, l'article de R. Van der Veen et Ph. Van Parijs : "A capitalist road to communism", Theory and Society 15, juillet 86 (à paraître).

15 : cfr. la référence de la note 1, p. 1.

16 : Comme le suggère l'expression (32), t_s est une fonction de $\overline{K}$, puisque $\overline{L} = \overline{K}/qv$. En outre, comme $\overline{K}$ tend vers $\overline{K}_{t_3}^*$ (suivant(40)), t_s tendra en conséquence de (32) vers t_3^*.

ANNEXE

La résolution numérique de l'équation (24) et les figures des pages suivantes reposent sur les valeurs suivantes des paramètres exogènes :

$$\alpha = .2$$

$$q = 50$$

$$v = 2.5$$

$$\bar{k} = 15$$

$$\delta = .1$$

d'où $\bar{l} = \bar{k}/qv = .12$

En outre :

$$t_s = 1 - \frac{1-\alpha}{\alpha} \frac{\bar{L}}{N-\bar{L}} = 1 - \frac{1-\alpha}{\alpha} \frac{\bar{l}}{1-\bar{l}} = .4545...$$

$$w_s = q(1 - \delta v) = 37.5$$

$$t_{Gmax} = \max\left(t_s, \frac{1 - \sqrt{1-\alpha}}{\alpha} \right) = .528$$

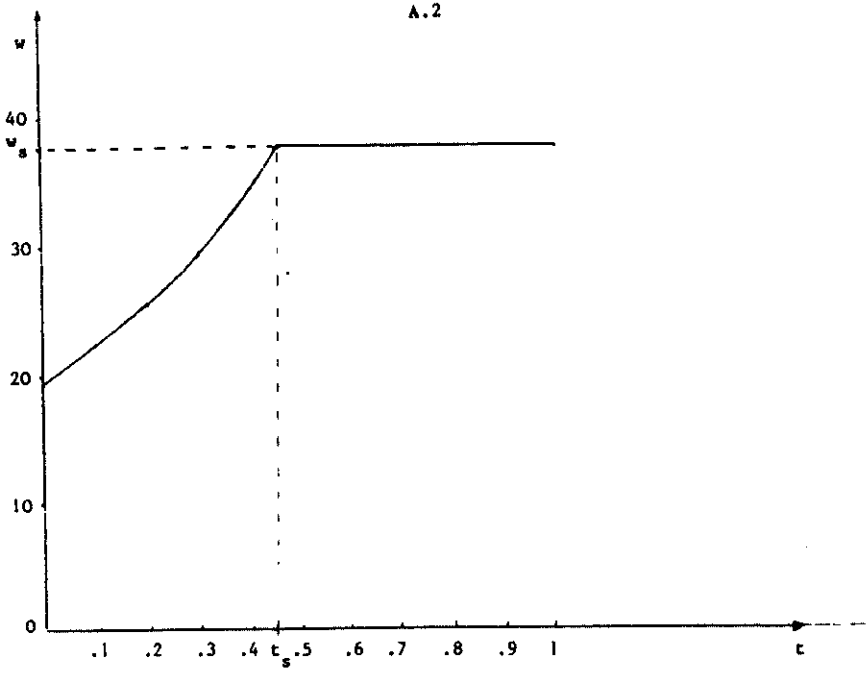


figure 1 : évolution du salaire nominal en fonction du taux de taxation.

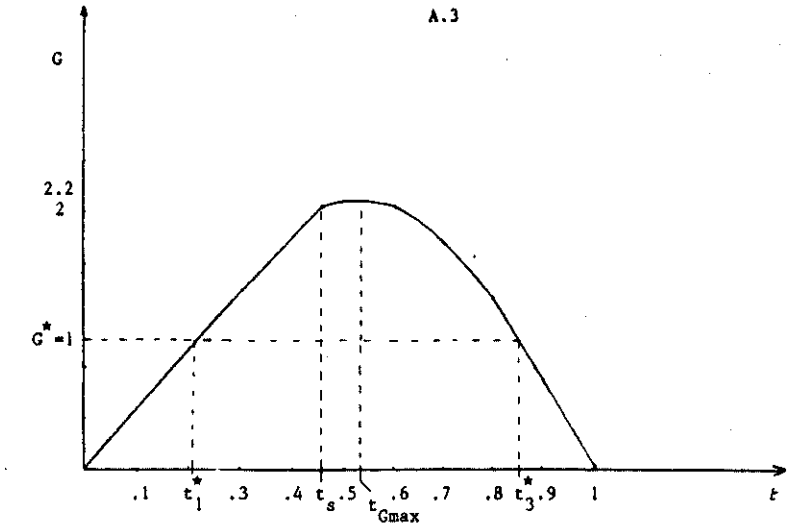


figure 2 : évolution de l'AU en fonction du taux de taxation

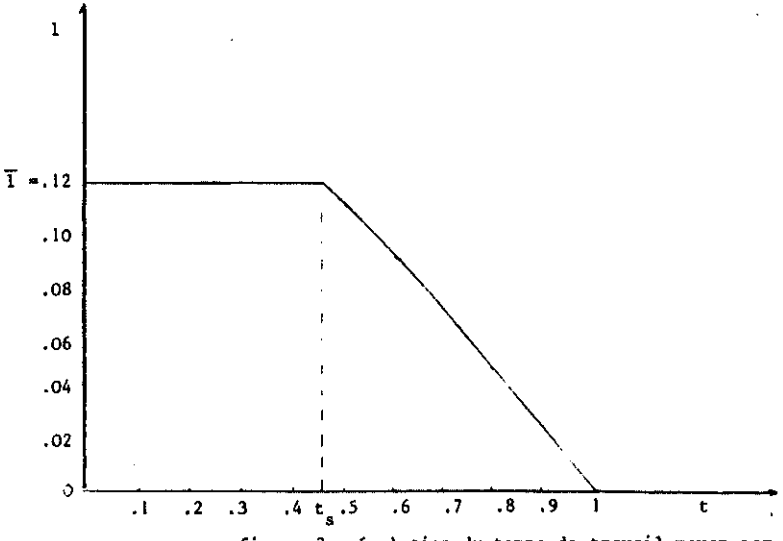


figure 3 : évolution du temps de travail moyen par individu en fonction du taux de taxation

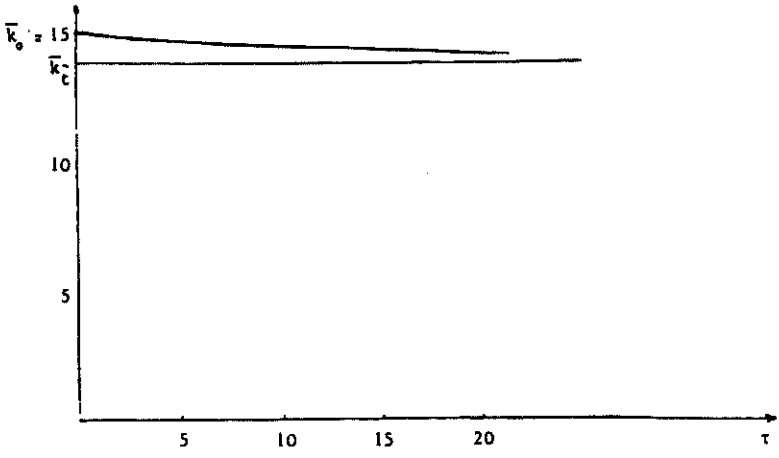


Figure 4 : évolution du stock de capital en fonction du temps