

Sciences et technologies: vers des examens moins calculatoires?

Eric Deleersnijder, le 11 mai 2024

***Résumé.** Nombre d'examens relatifs à des cours de sciences et technologies obligent les étudiant-es à exécuter beaucoup de calculs dans des conditions qui sont très éloignées de celles du "monde professionnel". C'est pourquoi on propose de rédiger des questions d'examens dont les réponses seraient nettement moins calculatoires. On expérimentera cette approche dans le cadre du cours de Physique des fluides (LPHYS1213) — sans pour autant pénaliser celles et ceux qui préféreraient traiter les questions de manière traditionnelle. A des fins d'illustrations, un problème d'examen typique de ce cours est résolu d'une façon peu calculatoire et d'une manière qui l'est nettement plus.*

Introduction. Les cours relevant des sciences et technologies développent généralement des approches quantitatives. Il semble donc naturel que les examens relatifs à ces cours exigent des calculs symboliques ou numériques substantiels. Cette philosophie est rarement remise en question tant elle semble frappée au coin du bon sens. Pourtant les conditions dans lesquelles les étudiant-es doivent effectuer des calculs lors des examens sont très éloignées de celles du monde professionnel. Dans ce celui-ci, on peut tirer parti de nombreuses aides informatiques, on travaille souvent en groupe et les résultats obtenus font généralement l'objet de vérifications indépendantes.

A mon humble avis, il faudrait tenter de soumettre aux étudiant-es des examens moins calculatoires. L'accent serait alors mis sur la rédaction de raisonnements pertinents — et donc sur la compréhension "physique" des systèmes étudiés. A l'évidence, je ne peux imposer à personne d'explorer les forces et faiblesses de cette approche — une démarche qui, de toute manière, ne serait nullement novatrice. Néanmoins, je souhaite la mettre en pratique dans les prochains examens concernant la seconde partie du cours de *Physique des fluides* (LPHYS1213), dont je suis le responsable. On y introduit la dynamique des écoulements géophysiques et environnementaux ainsi que les processus de transport (réactif) associés.

Proposition. Pour les deuxième et troisième sessions d'examens de l'année académique 2023-2024, la deuxième partie de l'examen de physique des fluides sera rédigée selon la philosophie évoquée ci-dessus. Cela ne signifie pas qu'aucun calcul ne sera attendu: il sera possible de fournir des réponses parfaitement valables en ayant recours à moins de calculs que par le passé. Les examens resteront composés exclusivement de problèmes (typiquement deux ou trois problèmes); il n'y aura donc aucune "question de théorie".

Soulignons qu'un examen moins calculatoire n'est probablement pas plus aisé à aborder qu'un examen calculatoire.

Cette "expérimentation pédagogique" ne devra pas pénaliser les étudiant-es concerné-es. Ainsi, celles et ceux qui opteraient pour des réponses calculatoires "à l'ancienne" ne perdront

pas de points pour autant que leurs développements mathématiques soient corrects et qu'ils répondent aux questions posées.

A l'aube de l'année académique 2023-2024, je tirerai les conclusions de cette "expérience pédagogique" et indiquerai si la nouvelle façon d'interroger deviendra la norme pour le cours susmentionné ou si elle sera abandonnée au profit d'un retour à l'approche qui a prévalu jusqu'ici.

Exemple. Pour rendre plus concrète la philosophie développée ici, je propose ci-après un court problème (dont la réponse devrait être relativement concise) qui pourrait être posé à un examen ainsi qu'une réponse peu calculatoire ("nouvelle manière") et une réponse plutôt calculatoire ("ancienne manière").

Problème à résoudre. On envisage les conséquences d'un rejet abrupt dans un lac d'une substance qui se dissout dans l'eau et devient alors un "traceur". On note M la masse injectée. Aux échelles spatio-temporelles concernées par cette étude, le lac peut être vu comme une masse d'eau limitée par une frontière imperméable fixe. On ne possède aucune autre information quant à l'hydrodynamique (vitesse de l'eau, diffusion turbulente) du lac, si ce n'est que l'on peut invoquer l'approximation de Boussinesq. Si le traceur est passif, montrez qu'à tout instant postérieur au moment du rejet la masse de traceur contenue dans le lac sera égale à la masse de traceur injectée. Si, à l'instar d'un radioélément, le traceur se décompose selon un processus de premier ordre avec un taux de décomposition constant, évaluez la masse du traceur présent à tout instant dans le lac.

Réponse peu calculatoire. Les frontières du domaine d'intérêt, le lac, sont imperméables. Ainsi, aucune particule de traceur ne peut les traverser. Par ailleurs, le traceur supposé passif ne subit aucune réaction. Donc, le traceur n'est ni produit ni détruit localement. En conséquence, la masse de traceur présente dans le lac doit rester égale à la masse injectée, M .

Supposons maintenant que le traceur ne soit pas passif et décroisse selon un processus du premier ordre caractérisé par le taux de décomposition constant λ . Comme cette réaction se déroule avec le même taux de décroissance en tout point et à tout instant, la masse de ce traceur contenu dans le lac, $m(t)$, satisfait l'équation différentielle $dm/dt = -\lambda m$. Sans perte de généralité, on peut supposer que l'injection de traceur a lieu au temps $t = 0$, de sorte que $[m(t)]_{t=0} = M$. Par conséquent, à tout instant $t \geq 0$, la masse de traceur décroît exponentiellement selon $m(t) = Me^{-\lambda t}$. Le temps caractéristique associé est $1/\lambda$.

Réponse calculatoire. Soient t et \mathbf{x} le temps et le vecteur-position d'un point quelconque appartenant au domaine d'intérêt Ω , qui est supposé fixe. La concentration $C(t, \mathbf{x})$ du traceur (définie comme une fraction de masse) est régie par l'équation de transport réactif

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\lambda C - \nabla \cdot (C\mathbf{v} - \kappa_t \nabla C) \quad (1)$$

où $\mathbf{v}(t, \mathbf{x})$ et $\kappa_t(t, \mathbf{x})$ désignent respectivement la vitesse du fluide et la diffusivité turbulente; la constante positive λ est le taux de décomposition du traceur. Ce paramètre est nul si le traceur est passif et est strictement positif si le traceur subit un processus de décroissance du

premier ordre. Par ailleurs, la condition d'imperméabilité de la frontière Γ du domaine d'intérêt s'écrit

$$[(C\mathbf{v} - \kappa_t \nabla C) \cdot \mathbf{n}]_{\mathbf{x} \in \Gamma} = 0 \quad (2)$$

où le vecteur unitaire \mathbf{n} est normal à la frontière du domaine et pointe vers l'environnement de celui-ci.

A l'instant t , la masse de traceur présent dans le lac vaut

$$m(t) = \rho_* \int_{\Omega} C(t, \mathbf{x}) d\Omega \quad (3)$$

où la constante ρ_* est la masse volumique de référence du mélange fluide étudié (approximation de Boussinesq). Sans perte de généralité, on peut supposer que l'injection de traceur a lieu au temps $t = 0$, de sorte que

$$[m(t)]_{t=0} = M \quad (4)$$

On intègre (1) sur le domaine. Chacun des termes de cette équation conduit à

$$\underbrace{\int_{\Omega} \frac{\partial C}{\partial t} d\Omega}_{\text{car } \Omega \text{ est fixe}} = \frac{d}{dt} \int_{\Omega} C d\Omega = \frac{d}{dt} \underbrace{\int_{\Omega} C d\Omega}_{\substack{=m/\rho_* \\ \text{voir (3)}}} = \frac{1}{\rho_*} \frac{dm}{dt} \quad (5)$$

$$\int_{\Omega} \lambda C d\Omega = \lambda \underbrace{\int_{\Omega} C d\Omega}_{\substack{=m/\rho_* \\ \text{voir (3)}}} = \frac{\lambda m}{\rho_*} \quad (6)$$

$$\underbrace{\int_{\Omega} \nabla \cdot (C\mathbf{v} - \kappa_t \nabla C) d\Omega}_{\text{théorème de la divergence}} = \int_{\Gamma} \underbrace{(C\mathbf{v} - \kappa_t \nabla C) \cdot \mathbf{n}}_{=0, \text{ voir (2)}} d\Gamma = 0 \quad (7)$$

En combinant (5)-(7), il vient

$$\frac{dm}{dt} = -\lambda m \quad (8)$$

En tenant compte de la condition initiale (4), la solution de (8) vaut

$$m(t) = M e^{-\lambda t} \quad (9)$$

Si le traceur est passif, alors $\lambda = 0$ de sorte que $m(t) = M$. Par contre si le traceur subit un processus de décroissance du premier ordre (avec un taux de décomposition constant), alors $m(t) = M e^{-\lambda t}$. Dans ce cas, la masse de traceur contenu dans le lac décroît exponentiellement. Le temps caractéristique associé est $1/\lambda$.
