

Etude efficace de la transmission extraordinaire à travers une plaque perforée à l'aide d'une méthode des moments accélérée

Jonathan Dessy¹, Laurent Paucot¹, Denis Tihon^{1,2}, Modeste Bodehou³, Christophe Craeye¹

¹ICTEAM, UCLouvain, Louvain-la-Neuve, Belgique

²ECAM, Bruxelles, Belgique

³URPHORAN, LETIA/EPAC, Université d'Abomey-Calavi, Abomey-Calavi, Bénin
jonathan.dessy@uclouvain.be

Résumé — Cet article propose une étude de la transmission extraordinaire d'une onde plane à travers une plaque perforée à l'aide de la méthode des moments. Cette méthode requiert l'assemblage d'un système d'équations linéaires sous forme matricielle. Bien que la matrice puisse être calculée dans le domaine spatial ou spectral, il est bien connu que son temps de calcul peut être relativement long. Dans ce travail, il est proposé d'accélérer le temps de calcul de la matrice grâce à une technique hybride combinant les approches spatiale et spectrale. Cette technique permet d'évaluer rapidement la dépendance à l'angle d'incidence de la transmission extraordinaire d'une onde plane à travers une plaque perforée.

1. Introduction

Les structures périodiques font l'objet de recherches intensives depuis de nombreuses années dans diverses applications. Parmi celles-ci, on retrouve notamment les réseaux d'antennes à commande de phase [1], les métasurfaces [2], et les surfaces sélectives en fréquence [3]. Dans tous les cas, la périodicité de la structure permet d'introduire des conditions aux limites périodiques, et donc de limiter l'analyse numérique à une période élémentaire, ce qui représente un avantage significatif. Cela peut par exemple être réalisé avec la méthode des moments, laquelle permet d'inclure pleinement les effets du couplage [4, 5, 6]. Bien que cette méthode soit précise, elle est relativement gourmande en temps car le calcul de la matrice d'impédance nécessaire à l'assemblage du système d'équations linéaires s'exprime comme une série lentement convergente. Beaucoup de travaux ont étudié ce phénomène et ont proposé des techniques d'accélération. La plupart des techniques se focalisent sur l'accélération du calcul de la fonction de Green périodique en espace libre et sont résumées dans [7] et [8].

Cet article se concentre sur l'utilisation efficace de la méthode des moments pour l'analyse de la transmission d'une onde plane à travers une plaque perforée. Dans ce travail, le temps de calcul de la matrice d'impédance est réduit grâce à une combinaison d'approches spectrale et spatiale qui considère simultanément la fonction de Green périodique et son interaction avec les fonctions de base et de test. La méthode a été introduite dans [9] pour le cas d'une structure imprimée et s'appuie sur une technique

exploitée dans [10] pour le calcul efficace de la fonction de Green périodique en espace libre. En résumé, les fonctions de test sont artificiellement décalées verticalement afin d'accélérer la convergence de la série dans le domaine spectral, tandis qu'une correction dans le domaine spatial est introduite. Des explications additionnelles ainsi que le formalisme mathématique complet sont détaillés dans [9]. Dans le présent article, la méthode est exploitée pour simuler le phénomène de transmission extraordinaire d'une onde plane à travers une plaque perforée comme introduit dans [11] pour le cas d'une incidence normale. Il est important de préciser que la méthode présentée permet d'obtenir rapidement la réponse d'une structure périodique pour de nombreux déphasages différents imposés dans les conditions aux limites périodiques. Dans ce qui suit, la technique d'accélération permet donc d'évaluer de manière efficace la dépendance angulaire de la transmission extraordinaire de l'onde à travers la plaque.

2. Exemple numérique

2.a. Méthode des moments

On considère une plaque métallique d'épaisseur infinitésimale composée de fentes. La structure est illustrée à la Figure 1, avec comme périodicité $a = b = 24.17$ mm, et comme longueur et largeur de fentes $w_x = 10.5$ mm et $w_y = 2.42$ mm. La structure est inspirée de [11] qui étudie le phénomène de transmission extraordinaire des ondes. La plaque est illuminée par une onde plane de polarisation TM_z (dont le champ magnétique est parallèle à la plaque) se propageant selon la direction $\hat{u} = \sin \theta \cos \phi \hat{x} + \sin \theta \sin \phi \hat{y} + \cos \theta \hat{z}$ où θ et ϕ sont respectivement la colatitude et la longitude dans un système de coordonnées sphériques conventionnel. On s'intéresse à la valeur de la transmittance associée au mode de Floquet fondamental en fonction de la fréquence pour différents angles d'incidence. La transmittance se définit comme le rapport entre la puissance de l'onde transmise et celle de l'onde incidente, et peut être obtenue en modélisant la plaque à l'aide d'un courant magnétique équivalent situé dans la fente et défini comme $\mathbf{M} = \mathbf{E} \times \hat{z}$ où $\mathbf{E}$ correspond au champ électrique dans la fente. La méthode des moments consiste à exprimer ce courant équivalent comme une somme pondérée de fonctions de base et à imposer la continuité des champs au niveau de la fente. La fente est maillée avec 89 fonctions de base de type Rao-

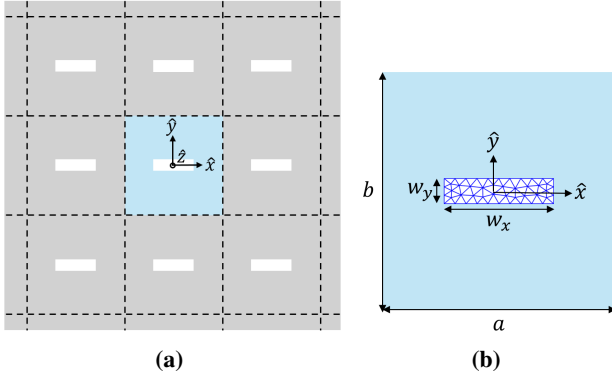


FIGURE 1. Plaque métallique composée de fentes : (a) structure infinie et (b) cellule de référence maillée.

Wilton-Glisson (RWG) [12], comme montré à la Figure 1b. Cela conduit à un système d'équations linéaires qui peut s'écrire comme suit :

$$\frac{2}{\eta^2} \mathbf{Z} \mathbf{x} = \mathbf{w}, \quad (1)$$

où η est l'impédance de l'air, $\mathbf{x}$ est le vecteur d'inconnues comprenant les coefficients de la décomposition de $\mathbf{M}$ en fonctions de base, et où les entrées de la matrice d'impédance $\mathbf{Z}$ et du vecteur d'excitation $\mathbf{w}$ sont données par

$$Z_{mn} = \frac{1}{ab} \sum_{p=-\infty}^{+\infty} \sum_{q=-\infty}^{+\infty} \tilde{\mathbf{F}}_t^m(-k_x^p, -k_y^q) \cdot \tilde{\mathbf{G}}(k_x^p, k_y^q) \cdot \tilde{\mathbf{F}}_b^n(k_x^p, k_y^q), \quad (2)$$

$$w_m = \int_{-b/2}^{b/2} \int_{-a/2}^{a/2} \mathbf{F}_t^m(x, y) \cdot \mathbf{H}_i(x, y) dx dy. \quad (3)$$

Le tilde réfère au domaine spectral, et $\mathbf{F}_b^m$ et $\mathbf{F}_t^m$ désignent respectivement la m -ième fonction de base et de test. $\tilde{\mathbf{G}}$ est la transformée de Fourier de la fonction de Green en espace libre, et $\mathbf{H}_i$ correspond au champ magnétique incident. La matrice est exprimée sous forme de série sur les modes de Floquet $k_x^p = \psi_x/a + p2\pi/a$ et $k_y^q = \psi_y/b + q2\pi/b$ où ψ_x et ψ_y correspondent au déphasage entre cellules consécutives tel qu'imposé par l'onde plane incidente. Puisque l'onde incidente est plane, les entrées de $\mathbf{w}$ peuvent s'exprimer comme une transformée de Fourier des fonctions de test. Les entrées de $\mathbf{Z}$ peuvent aussi se calculer de manière assez directe puisque les fonctions de base, de test et la fonction de Green admettent une transformée de Fourier analytique. Pour l'implémentation de la méthode d'accélération dans le reste de ce travail, on considère un décalage vertical d'un dixième de longueur d'onde. Pour la contribution dans le domaine spatial, une quadrature de Gauss est utilisée pour l'intégration sur les triangles et la singularité apparaissant pour des couples de triangles très proches est traitée analytiquement suivant la procédure décrite dans [13]. Le code est implémenté en MATLAB R2023a sur un ordinateur équipé d'un processeur Intel Core i7 et de 32 GB de RAM.

2.b. Résultats

La transmittance de la plaque pour une incidence normale (correspondant à $\phi = 90^\circ$ et $\theta = 0^\circ$) calculée avec (2) ainsi qu'avec la technique d'accélération est montrée à la Figure 2a. On observe une très bonne correspondance entre les deux courbes, ainsi qu'un phénomène de transmission extraordinaire (transmission totale) à une fréquence de 11.34 GHz, comme prédit par [11]. Ensuite, on utilise la méthode rapide pour générer la transmittance pour diverses incidences obliques. Ici, on se limite au cas où $\phi = 90^\circ$ et on évalue la transmittance pour différents angles θ . Le résultat est visible à la Figure 2b. On peut conclure qu'on observe une fréquence de transmission extraordinaire pour chaque angle d'incidence, mais que la valeur de cette fréquence est sensible à l'angle d'incidence. On observe aussi que la largeur du pic de transmission extraordinaire (bande de fréquence) diminue à mesure que l'angle de colatitude augmente.

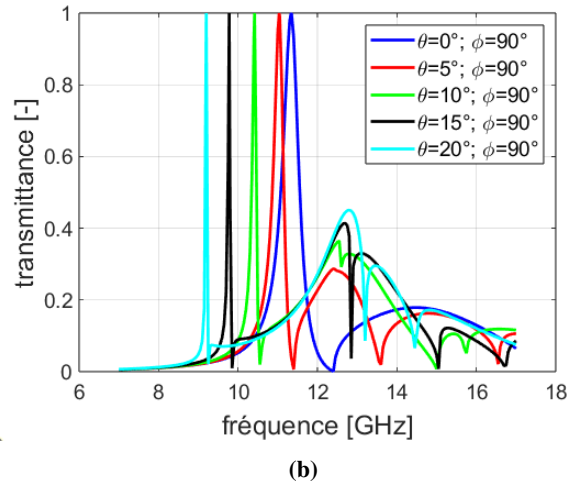
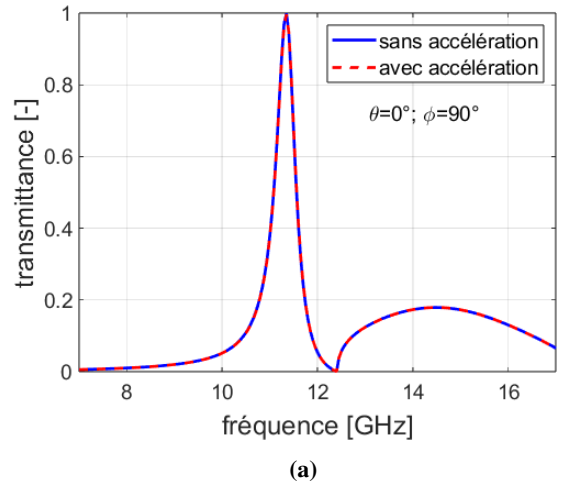


FIGURE 2. Transmittance pour (a) une incidence normale et (b) des incidences obliques.

Pour cet exemple, le temps de calcul de la matrice pour chaque angle d'incidence à une certaine fréquence est passé de 80 ms à 2 ms grâce à la technique d'accélération. Cependant, cette technique nécessite un calcul

préalable commun à toutes les directions d'incidences qui doit être effectué pour chaque fréquence d'intérêt. Dans ce cas-ci, le calcul préalable prend environ 4.5 secondes. Comme expliqué dans [9], la méthode rapide a donc de l'intérêt lorsque le nombre d'angles à considérer est suffisamment grand pour que l'accélération obtenue dans le domaine spectral soit supérieure au temps de calcul effectué préalablement dans le domaine spatial.

3. Conclusion

Ce travail applique la technique d'accélération développée dans [9] au cas d'une plaque métallique composée de fentes et illuminée par une onde plane. Cette méthode permet de simuler de manière efficace la transmittance de l'onde à travers la plaque pour différentes directions de propagation de l'onde incidente. On observe que le phénomène de transmission extraordinaire apparaît à une certaine fréquence qui dépend de la direction d'incidence de l'onde. On peut également conclure que la bande passante du phénomène se réduit à mesure que l'on s'éloigne de l'incidence normale.

4. Remerciements

Cette activité est financée dans le cadre d'une bourse de recherche du Fonds de la Recherche Scientifique - FNRS. Elle s'inscrit également dans le cadre du projet Space4ReLaunch, soutenu par le SPW Economie Emploi Recherche de la Région wallonne, sous le numéro de subvention 2210181.

Références

- [1] D. Pozar and D. Schaubert, "Scan blindness in infinite phased arrays of printed dipoles," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 32, no. 6, pp. 602–610, Jun. 1984.
- [2] G. Minatti *et al.*, "Modulated metasurface antennas for space : Synthesis, analysis and realizations," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 63, no. 4, pp. 1288–1300, Apr. 2015.
- [3] B. A. Munk, "Frequency selective surfaces : Theory and design." Hoboken, NJ, USA : Wiley, 2000.
- [4] R. F. Harrington, "Field computation by moment methods." Piscataway, NJ, USA : Wiley-IEEE Press, 1993.
- [5] F. Capolino *et al.*, "Fundamentals of method of moments for artificial materials," in *Theory and Phenomena of Metamaterials*. Boca Raton, FL, USA : CRC Press, 2009, ch. 5, pp. 1–31.
- [6] R. Mittra *et al.*, "Techniques for analyzing frequency selective surfaces-A review," *Proc. IEEE*, vol. 76, no. 12, pp. 1593–1615, Dec. 1988.
- [7] G. Valerio *et al.*, "Comparative analysis of acceleration techniques for 2-D and 3-D Green's functions in periodic structures along one and two directions," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 55, no. 6, pp. 1630–1643, Jun. 2007.
- [8] N. Kinayman and M. I. Aksun, "Comparative study of acceleration techniques for integrals and series in electromagnetic problems," *Radio Sci.*, vol. 30, no. 6, pp. 1713–1722, Nov.-Dec. 1995.
- [9] J. Dessy *et al.*, "Efficient method of moments analysis of periodic metasurfaces combining spectral and spatial domain approaches," in *Proc. URSI Int. Symp. Electromagn. Theory*, Bologna, Italy, Jun. 2025, pp. 1–4.
- [10] R. Jorgenson and R. Mittra, "Efficient calculation of the free-space periodic Green's function," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 38, no. 5, pp. 633–642, May 1990.
- [11] F. Medina *et al.*, "Extraordinary transmission through arrays of electrically small holes from a circuit theory perspective," *IEEE Trans. Microw. Theory Techn.*, vol. 56, no. 12, pp. 3108–3120, Dec. 2008.
- [12] S. Rao *et al.*, "Electromagnetic scattering by surfaces of arbitrary shape," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 30, no. 3, pp. 409–418, May 1982.
- [13] D. Tihon and C. Craeye, "All-analytical evaluation of the singular integrals involved in the method of moments," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 66, no. 4, pp. 1925–1936, Apr. 2018.