De l’exponentielle au point d’inflexion : chronique d’une cloche annoncée

(24/11/2020)

Aujourd’hui, une part importante de la population se réjouit d’avoir compris la différence entre une croissance linéaire et une croissance exponentielle. C’est la satisfaction du philosophe : le plaisir des mathématiques qui s’immisce dans notre quotidien à la faveur d’une épidémie – maigre compensation devant le drame que vivent les victimes, leurs familles, les soignants débordés, les centaines de milliers de personnes plongées dans la précarité, nos aînés isolés, et, en bout de liste, nos enfants temporairement privés d’une jeunesse insouciante. Dans ce contexte, la croissance vertigineuse de l’exponentielle a de quoi donner des sueurs froides. Il semble donc opportun de profiter de l’impulsion pour populariser le concept, plus rassurant, de point d’inflexion.

D’abord, il est utile de savoir qu’entre la droite, qui correspond à une croissance linéaire, et l’exponentielle, il existe une infinité de courbes connues des mathématiciens. Parmi celles-ci, il en est une infinité qui, localement, ressemblent à s’y méprendre à une exponentielle, mais qui n’en sont pas. C’est le cas des courbes décrivant, en fonction du temps, le nombre de cas positifs lors d’une épidémie, ou le nombre d’admissions à l’hôpital, ou encore le nombre de morts, courbes qui ne sont jamais des exponentielles pour la simple et bonne raison que le réservoir de l’épidémie, à savoir l’ensemble des individus susceptibles d’être infectés par le virus, n’est pas infini.

Attardons-nous sur ces courbes qui ressemblent localement à une exponentielle, et, plus précisément, parmi elles, à celles qui présentent un point d’inflexion, c’est-à-dire un changement de concavité. On peut dire d’une courbe qu’elle a une concavité vers le haut si elle a le profil d’un bol posé naturellement sur une table, c’est-à-dire prêt à recevoir son contenu. À l’inverse, elle aura une concavité vers le bas si elle a le profil d’un bol retourné – comme on le range dans une armoire pour éviter qu’il prenne la poussière.

L’exponentielle est une courbe remarquable qui a une concavité vers le haut tout au long de sa vie. A contrario, les courbes qu’on évoque pour décrire l’évolution naturelle d’une épidémie ont la particularité de changer de concavité à un moment donné ; elles passent d’une concavité vers le haut, qui correspond à leur régime de croissance exponentielle, à une concavité vers le bas, à laquelle nous associons sans peine la forme de cloche si caractéristique de l’épidémie. L’endroit où a lieu ce changement de concavité s’appelle le point d’inflexion. Il ne s’agit pas du sommet de la courbe, où la phase de croissance s’arrête pour se muer en décroissance, non ; au point d’inflexion, la croissance atteint au contraire son taux maximum pour se mettre ensuite à ralentir, permettant à la courbe qui continue de croître mais de plus en plus lentement, d’amorcer sa course vers son propre maximum – qu’elle atteindra donc plus tard.

En regardant les graphes dynamiques publiés par Sciensano, nous observons que lors de la première vague du nouveau coronavirus, le point d’inflexion pour les admissions à l’hôpital a été atteint autour du 24 mars. Ce qui a fait dire aux épidémiologistes et virologues qu’il fallait attendre une dizaine de jours pour ressentir les effets des mesures drastiques qu’en suivant leurs conseils, le gouvernement avait décidées à la mi-mars. Nous avons certes des difficultés à comprendre les fondements scientifiques de la relation de causalité établie entre ces mesures et le changement de concavité dans la courbe des admissions. Mais nous devons reconnaître que n’étant pas spécialistes,

nous n’avons pas toutes les clés de compréhension d’une situation somme toute complexe.

Jetons maintenant un œil à ce que l’on appelle la deuxième vague du virus. À l’allure de la courbe des admissions à l’hôpital, nous pouvons situer le point d’inflexion autour du 23 octobre. Même s’il faut encore attendre plusieurs jours avant d’atteindre le sommet pour les admissions, et davantage pour que le nombre total de patients hospitalisés amorce sa décrue, le point d’inflexion marque la fin de la croissance exponentielle des nouvelles hospitalisations. Au-delà de cette information rassurante, la question est aujourd’hui de savoir si le profil observé de la courbe est celui de l’évolution naturelle de l’épidémie, ou s’il a été influencé par les mesures décidées successivement par nos gouvernements au cours des dernières semaines. Nous proposons au lecteur de répondre par lui-même à cette question à travers un petit exercice ludique en trois étapes.

(a) S’il est confirmé au 23 octobre, se peut-il que ce changement de concavité soit dû aux mesures prises le 30 octobre et entrées en vigueur le 2 novembre ? Justifiez.
(b) Se peut-il que ce changement de concavité soit dû aux mesures prises les 23, 24 et 27 octobre et entrées en vigueur le 26 pour les premières, et le 30 pour les dernières ? Conseil : tracez une ligne du temps.
(c) Se peut-il que ce changement de concavité soit dû aux mesures prises le 16 octobre et entrées en vigueur le 19 octobre (pour rappel, il s’agit entre autres de la fermeture de l’Horeca) ? Indice : n’oubliez pas de tenir compte de l’enseignement des experts au sujet du délai de l’impact des mesures sur la courbe des admissions.

Reconnaissons que les chiffres relatifs à l’évolution de l’épidémie étaient objectivement inquiétants à la mi-octobre et qu’il est plus facile de claironner la découverte d’un point d’inflexion une fois qu’il a fait son apparition, que de diriger l’action publique en plein régime de croissance exponentielle. Il n’en reste pas moins que l’inflexion observée de la courbe des admissions à l’hôpital ne semble être le résultat ni du semi-confinement et du verrouillage des commerces "non-essentiels", ni du congé scolaire prolongé, ni de la fermeture des universités, des théâtres et des salles de sport, ni du couvre-feu, ni des restrictions de regroupement dans l’espace public ou des bulles de quatre/trois/deux/un, ni même de la fermeture des bars et des restaurants ; mais, plutôt, de l’évolution naturelle de l’épidémie.

Martin Buysse (UCLouvain)
Raphaël Lefevere (Université de Paris)