



Università degli Studi di Palermo
Dipartimento di Matematica e Informatica
DOTTORATO DI RICERCA IN MATEMATICA
E SCIENZE COMPUTAZIONALI

**SEMINARIO DOTTORANDI
ALGEBRA E GEOMETRIA**

BOOK OF ABSTRACTS

Palermo, 18 Novembre 2022

PROGRAMMA, Venerdì 18 Novembre 2022

- ore 14:30 - Accomando Sara, *Sul T -ideale dell'algebra di matrici 3×3 con superinvoluzione ortosimplettica osp*;
- ore 15:05 - Dioguardi Burgio Alessandro e Galici Mario, *Gruppi toroidali, campi numerici non totalmente reali, e funzioni periodiche*;
- ore 16:10 - Mancini Manuel, *Rappresentabilità debole delle azioni per le categorie delle algebre di Leibniz e di Poisson*;
- ore 16:45 - La Rosa Gianmarco, *Isotopismi di algebre di Leibniz nilpotenti*.

Sul T-ideale dell'algebra di matrici 3×3 con superinvoluzione ortosimplettica *osp*

Sara Accomando¹

¹Dipartimento di Matematica e Informatica, Università degli Studi di Palermo,
Via Archirafi, 34, 90123, Palermo, Italy
E-mail: sara.accomando@unipa.it

Nell'ambito delle algebre con identità polinomiali, uno dei problemi ancora aperti consiste nella determinazione di una base finita per un generico T-ideale dell'algebra libera. Per far ciò, si ricorre spesso all'analisi di successioni ad esso associate in grado di fornirci alcune informazioni riguardanti la sua struttura.

Dalla teoria di Kemer, di particolare interesse risulta lo studio del T-ideale delle identità dell'algebra di matrici.

La mia ricerca è stata indirizzata allo studio del T-ideale dell'algebra di matrici 3×3 dotata di superinvoluzione ortosimplettica *osp*. In letteratura sono presenti risultati analoghi per l'algebra di matrici 3×3 priva di strutture aggiuntive [1], dotata di involuzione [2], con una $\mathbb{Z}_2$ - gradazione [1] e dotata di involuzione trasposta graduata [3].

In questo seminario saranno presentati i risultati ottenuti per l'algebra in oggetto, le problematiche ancora in corso di studio e gli obiettivi futuri.

Riferimenti bibliografici

- [1] F. Benanti, "On the cocharacter sequence of 3×3 matrices", *Comm. Algebra* **24(13)** (1996), pp. 4263-4279.
- [2] F. Benanti, M. G. Campanella, "On the *-cocharacter sequence of 3×3 matrices", *Linear Algebra and its Applications* **312** (2000), pp. 101-114.
- [3] Cruz, dos Santos, Vieira, "Identities and cocharacters of the algebra of 3×3 matrices with non-trivial grading and transpose graded involution", *Linear Algebra Appl.* **652** (2022), pp. 173-195.
- [4] D. La Mattina, "On the graded identities and cocharacters of the algebra of 3×3 matrices", *Linear Algebra Appl.* **384** (2004), pp. 55-75.

Gruppi toroidali, campi numerici non totalmente reali, e funzioni periodiche

Alessandro Dioguardi Burgio¹
Mario Galici²

¹Dipartimento di Matematica e Informatica, Università degli Studi di Palermo,
Via Archirafi, 34, 90123, Palermo, Italy
E-mail: alessandro.dioguardiburgio@unipa.it

²Dipartimento di Matematica e Informatica, Università degli Studi di Palermo,
Via Archirafi, 34, 90123, Palermo, Italy
E-mail: mario.galici@unipa.it

In questo seminario mostriamo i legami tra i gruppi toroidali $\mathcal{T}$, i campi numerici non totalmente reali K , e le funzioni meromorfe periodiche, sfruttando una rappresentazione di $\mathcal{T}$ come Jacobiana generalizzata $\mathfrak{J}_L(\mathcal{C})$ di un'opportuna curva ellittica $\mathcal{C}$. Nel dettaglio esamineremo il caso cubico e quello quartico.

In questi casi, mostriamo le relazioni tra il polinomio minimo di un opportuno elemento primitivo di K e i parametri che definiscono la Jacobiana generalizzata $\mathfrak{J}_L(\mathcal{C})$ corrispondente al gruppo toroidale associato all'anello degli interi di K . Inoltre, per un tale gruppo toroidale, esibiamo esplicitamente la rappresentazione analitica e quella razionale del suo anello degli endomorfismi, di cui la prima restituisce una nuova rappresentazione (complessa) dell'anello degli interi di K .

Inoltre, per il caso cubico, diamo una descrizione esplicita della m -torsione di $\mathcal{T}$ nella corrispondenza geometrica di $\mathcal{T}$ con $\mathfrak{J}_L(\mathcal{C})$.

Riferimenti bibliografici

- [1] A. Andreotti and F. Gherardelli, "Seminario di Geometria", *Pubblicazioni del Centro di Analisi Globale, Firenze* (1973).
- [2] F. Capocasa, F. Catanese, "Periodic meromorphic functions", *Acta Mathematica* (1991), pp. 27-68.
- [3] P. Cousin, "Sur les fonctions triplement périodiques de deux variables", *Acta Mathematica* **33** (1910), pp. 105-232.
- [4] A. Di Bartolo, G. Falcone, "The periods of the generalized Jacobian of a complex elliptic curve", *Advances in Geometry* **15** (2015), no. 1, pp. 127-131.
- [5] D. Vallières, "Connected abelian complex Lie groups and number fields", *Journal de Théorie des Nombres de Bordeaux* **24** (2012), no. 1, pp. 201-229.

Rappresentabilità debole delle azioni per le categorie delle algebre di Leibniz e di Poisson

Manuel Mancini¹

¹Dipartimento di Matematica e Informatica, University of Palermo,
Via Archirafi, 34, 90123, Palermo, Italy.
E-mail: `manuel.mancini@unipa.it`

È ben noto che, nella categoria semi-abeliana $\mathbf{LieAlg}_{\mathbb{F}}$ delle algebre di Lie su un campo $\mathbb{F}$ con $\text{char}(\mathbb{F}) \neq 2$, le azioni (o equivalentemente le estensioni spezzanti) sono rappresentate da derivazioni. Da un punto di vista categoriale, ciò significa che la categoria $\mathbf{LieAlg}_{\mathbb{F}}$ ha *azioni rappresentabili* e l'oggetto rappresentante, chiamato *l'attore*, è l'algebra di Lie delle derivazioni.

È stato provato che la nozione di categoria con azioni rappresentabili risulta essere abbastanza restrittiva. Ad esempio, se una varietà $\mathcal{V}$ di algebre non associative su un campo $\mathbb{F}$ ha le azioni rappresentabili, allora $\mathcal{V}$ deve essere la categoria $\mathbf{LieAlg}_{\mathbb{F}}$.

Recentemente G. Janelidze ha introdotto la nozione di categoria con *azioni debolmente rappresentabili*, la quale include una classe più ampia di categorie semi-abeliane.

Durante questa esposizione si dimostrerà che la categoria $\mathbf{LeibAlg}_{\mathbb{F}}$ delle algebre di Leibniz e la categoria $\mathbf{PoisAlg}_{\mathbb{F}}$ delle algebre di Poisson non commutative hanno azioni debolmente rappresentabili. In entrambi i casi si fornirà la costruzione esplicita di un attore debole $[X]$ di un oggetto fissato X e, dati due oggetti X, B , si darà una completa descrizione dei *morfismi agenti*

$$B \rightarrow [X]$$

i.e. dei morfismi che rappresentano le estensioni spezzanti di B tramite X .

L'esposizione si basa su un lavoro congiunto con Alan Cigoli (*Università degli Studi di Torino*) e Giuseppe Metere (*Università degli Studi di Palermo*).

Riferimenti bibliografici

- [1] F. Borceux, G. Janelidze and G.M. Kelly, "On the representability of actions in a semi-abelian category", *Theory and Applications of Categories* **14** (2005), no. 11, pp 244-286.
- [2] G. Janelidze, "Central extensions of associative algebras and weakly action representable categories" (2022), *Preprint available at arXiv:2206.02744*.
- [3] X. Garcia-Martínez, M. Tsishyn, T. Van Der Linden, and C. Vienne, "Algebras with representable representations", *Proc. Edinb. Math. Soc.* **64** (2021), no. 2, pp. 555-573.

Isotopismi di algebre di Leibniz nilpotenti

Gianmarco La Rosa¹

¹Dipartimento di Matematica e Informatica, Università degli Studi di Palermo,
Via Archirafi, 34, 90123, Palermo, Italy
E-mail: gianmarco.larosa@unipa.it

Due algebre di Leibniz $(L_1, [\cdot, \cdot])$ ed $(L_2, \{\cdot, \cdot\})$ sono *isotope* se esiste una terna (f, g, h) di mappe lineari invertibili $L_1 \rightarrow L_2$ tali che, per ogni $x, y \in L_1$, $\{f(x), g(y)\} = h([x, y])$. Ad esempio, se $f : L_1 \rightarrow L_2$ è un isomorfismo di algebre di Leibniz allora L_1 ed L_2 sono anche isotope e l'isotopismo è (f, f, f) . In [1] abbiamo approfondito lo studio delle algebre di Leibniz nilpotenti con ideale dei commutatori di dimensione 1 e l'integrazione globale delle algebre di Leibniz nilpotenti in *rack* di Lie. Mediante l'utilizzo dei moduli di Kronecker abbiamo individuato tre classi di algebre di questo tipo: le algebre di *Heisenberg* $\mathfrak{h}_{2n+1}^A$, le algebre di *Kronecker* $\mathfrak{k}_n$ e le algebre di *Dieudonné* $\mathfrak{d}_n$. Le ultime due classi costituiscono due classi di isomorfismo, una volta fissato $n \in \mathbb{N}$. Le classi di isomorfismo delle algebre di *Heisenberg*, invece, sono note solo per $n = 1$.

In questo lavoro vogliamo determinare le classi di isotopismo di tali strutture algebriche e abbiamo ottenuto dei risultati in questo senso per quelle 2-step nilpotenti. Inoltre, abbiamo anche determinato le classi di isotopismo dei rack di Lie globali che integrano tali algebre. L'obiettivo finale è quello di determinare se, a partire da due algebre di Leibniz nilpotenti L_1 ed L_2 isotopiche, i rack di Lie R_1 ed R_2 che integrano rispettivamente tali algebre sono a loro volta isotopici.

$$\begin{array}{ccc} (L_1, [\cdot, \cdot]) & \xrightarrow{\text{int.}} & (R_1, \cdot) \\ \text{isotopismo} \downarrow & & \downarrow \text{isotopismo(?)} \\ (L_2, \{\cdot, \cdot\}) & \xrightarrow{\text{int.}} & (R_2, \star) \end{array}$$

Basato su un lavoro congiunto con Gábor P. Nagy (Budapest University of Technology) e Manuel Mancini (Università degli Studi di Palermo).

Riferimenti bibliografici

- [1] G. La Rosa, M. Mancini, Two-step nilpotent Leibniz algebras, *Linear Algebra and its Applications* **637** (2022), no. 7, pp. 119 - 137.