Facultés Universitaires Notre-Dame de la Paix

Namur

Faculté des Sciences

Contribution à l'étude de la réflectance et du confinement des modes dans les systèmes optiques stratifiés

Dissertation présentée en vue de l'obtention du grade de Docteur en Sciences

Cédric Vandenbem

2006

Facultés Universitaires Notre-Dame de la Paix
Faculté des Sciences
Rue de Bruxelles 61, B-5000 Namur, Belgium

Contribution à l'étude de la réflectance et du confinement des modes dans les systèmes optiques stratifiés

par Cédric Vandenbem

Résumé : Ce travail prolonge les études du changement de réflectivité des systèmes optiques stratifiés sous des contraintes mécanique et électrique. D'abord, nous quantifions le déplacement de la bande interdite photonique suite à une modification de l'angle d'incidence. Il en dérive une technologie bio-inspirée. Ensuite, c'est un champ électrique externe qui contrôle les propriétés de réflexion et de polarisation d'une multicouche construite à partir de cristaux liquides. Enfin, nous distinguons deux manières de confiner l'énergie électromagnétique. Ce travail s'attache à comprendre la nature des modes qui se propagent à la surface des milieux stratifiés. Par ailleurs, il montre que l'association de matériau gauche et de matériau droit pour former un guide d'onde permet de réduire la vitesse de la lumière de plusieurs ordres de grandeur.

Contribution to the study of the reflectance and the mode confinement in optical stratified systems

by Cédric Vandenbem

Abstract : This work extends the studies of change in reflectance in optical stratified systems under mechanical and electrical constraints. In the first part, we quantify the shift of the photonic bandgap following, a modification in the angle of incidence. We define the tools for the design of bio-inspired Bragg mirrors. In the second part, we adjust the reflection properties of a multilayer stack made of liquid crystals with an external electric field. Furthermore, we examine two distinct ways of producing light confinement. First, we contribute to the understanding of the nature of electromagnetic modes propagating at the surface of stratified media. Second, we show that a waveguide made of left- and right-handed materials can reduce the speed of light by several orders of magnitudes.

Dissertation doctorale en Sciences Physiques (Ph. D. thesis in Physics)
Laboratoire de Physique du Solide (Profs. J.P. Vigneron et Ph. Lambin)
Promoteur (Advisor) : Prof. Jean Pol Vigneron

Remerciements

Daniel Pennac, dans son livre "Merci suivi de Mes italiennes", imagine le monologue d'un lauréat primé, contraint aux remerciements officiels. Il nous livre ainsi une variation autour du mot "merci". Que la force des mots suivants[1] trouve écho auprès de chacun de vous, croisé pendant ce parcours.
"- Eh bien, c'est celui-là que je voulais remercier ! C'est celle-là ! Les libérateurs de lumières ! C'est elle, c'est lui qui m'ont attiré ici ! Ah ! il fallait que je les rencontre ces deux-là, ne serait-ce qu'une fois dans ma vie. Oh ! bon Dieu, qui que vous soyez, tous les deux, merci à vous !
- Chaque fois que vous avez ouvert ma porte, merci ! Chaque fois que vous vous êtes servis, merci ! Chaque fois que vous avez vidé (*il se désigne lui-même*) ce foutu minibar jusqu'à sa dernière goutte de lumière, merci ! Vraiment, merci !".

Libérateur de lumière à part entière, c'est le Professeur Jean Pol Vigneron, promoteur de ces travaux doctoraux. La confiance témoignée tout au long de ces années m'a permis d'apprivoiser, de manière autonome, les différents problèmes comme les états de surface. Confiance renouvelée pour me laisser une liberté totale dans la collaboration avec le Professeur Jean-Marie Vigoureux. Enfin, sa porte a toujours été ouverte pour partager quelque expérience précédente et aiguiller ainsi mes recherches.

La thèse, c'est aussi vivre au sein d'une équipe, et le LPS forme une très belle équipe ! Ce sont ces moments de discussions scientifiques et -quelquefois-moins scientifiques qui libèrent la lumière. Ma gratitude va plus particulièrement au Professeur Philippe Lambin qui me dirigea vers ses travaux antérieurs sur la fonction diélectrique de surface, incontournable pour la théorie descriptive. Ses interrogations ont ainsi modifié mon approche des modes de surface. Je ne peux pas oublier le Docteur Olivier Deparis -merci entre autre à sa citerne !- et la Docteure Stavroula Foteinopoulou avec qui collaborer est un enrichissement ! Je tiens à remercier les personnes qui nous aident tantôt pour la logistique, l'administratif, tantôt pour les ressources informatiques. Et surtout, c'est un plaisir renouvelé que de venir "bosser" au bureau. Cela commence avec les petites discussions autour du café matinal, se termine dans des soirées parfois très longues en passant par

[1] D. Pennac, *Merci suivi de Mes italiennes*, 2nd. Ed. (Gallimard, Paris, 2006), p. 284

les réunions techniques !!! Si la motivation est restée constante, c'est en partie grâce à ces exutoires !

Et cette aventure n'aurait pas eu le même cachet sans quelques noyaux durs ! Je pense particulièrement à celui de Chicago ou celui de licence. Je me dois, ici, de citer aussi Cédric, Benoît et Xavier. A quand la prochaine rencontre ?

Je remercie tout autant mes premiers libérateurs de lumière pour m'avoir apporté et avoir entretenu un regard aussi curieux que critique.

Tous m'ont toujours apporté ce soutien indicible.

Je conclus en remerciant le Fonds National de la Recherche Scientifique pour son soutien financier sans qui ce travail n'aurait pas été possible.

Table des matières

Introduction **1**

Contexte du travail 1

Plan de la dissertation 6

1 Propriétés optiques des multicouches périodiques **9**

1.1 Modèle de Kronig-Penney électromagnétique 10

1.2 Structures de bandes photoniques 14

1.3 Films de cristaux photoniques 20

2 Multicouches diélectriques comme réflecteurs **25**

2.1 Technologie inspirée de la nature 26

2.2 Longueur d'onde dominante en réflexion 27

2.3 *Chrysochroa vittata* et sa copie artificielle 31

2.3.1 Prédictions du modèle 31

2.3.2 Validation du modèle 33

2.3.3 Designs bio-inspirés 35

3 Modes de surface des multicouches diélectriques **37**

3.1 Modes de surface en électromagnétisme 38

3.1.1 Relation de dispersion TE 39

3.1.2 Relation de dispersion TM 41

3.2 Modes de surface des milieux homogènes 41

3.2.1 Phonon-polaritons 42

3.2.2 Plasmon-polaritons 45

3.3 Modes de surface des milieux stratifiés 46

3.3.1 Description effective des multicouches 48

3.3.2 Etude des modes de surface 55

4 Cristaux liquides **71**
4.1 Propagation des ondes dans les milieux anisotropes 72
4.2 Cristaux anisotropes 73
4.3 Cristaux liquides 74
4.3.1 Transition de phases 74
4.3.2 Effets électrooptiques dans les cristaux liquides nématiques 75

5 Multicouches anisotropes **79**
5.1 Méthode des matrices de transfert anisotropes 80
5.2 Structures de bandes de multicouches uniaxiales 85
5.2.1 Axes optiques dans le plan xy 85
5.2.2 Axes optiques dans le plan perpendiculaire aux couches . . 93

6 Guide d'onde à modes lents **99**
6.1 Géométrie du système 100
6.2 Calcul des modes guidés 103
6.3 Modes guidés 108
6.3.1 Guides d'onde et matériaux gauches 108
6.3.2 Modes avant et arrière 110
6.4 Modes lents 115
6.4.1 Lumière lente 115
6.4.2 Mode de cavité 117

Conclusion **123**

A Les équations de Maxwell pour les milieux stratifiés **131**
A.1 Equations de Maxwell 131
A.2 Matrices de transfert 135
A.2.1 Equations de Maxwell pour un milieu stratifié 135
A.3 Films photoniques 139
A.3.1 Matrice de transfert totale d'un film photonique 139
A.3.2 Relations de dispersion 140
A.3.3 Réflectance et transmittance 141
A.3.4 Déphasage 145
A.3.5 Densité de modes 145
A.4 Cristaux photoniques 146

A.4.1 Matrice de transfert d'une période 147
A.4.2 Ondes de Bloch 148

Introduction

Contexte du travail

Modeler et contrôler la lumière est le Graal des opticiens depuis les travaux de J. Clerk Maxwell en 1873 [1]. Ces quatre équations fondamentales qui gouvernent la propagation des ondes lumineuses ont doté l'électromagnétisme de l'arsenal mathématique. Le défi suivant fut d'imaginer des matériaux qui interdisent la propagation électromagnétique ou qui l'autorisent pour certaines fréquences. Localiser la lumière dans des régions spécifiques était encore un autre défi. De nombreuses avancées technologiques en ont profité : les fibres optiques ont révolutionné les télécommunications, certaines spectroscopies optiques sont devenues incontournables pour la recherche fondamentale. Quant aux lasers, ils sont entrés à grands pas en médecine tout comme en industrie.

Une révolution majeure dans le domaine fut la mise en évidence des bandes interdites, régions fréquentielles où aucune onde électromagnétique ne peut se propager. Elles furent découvertes au travers des expériences de diffraction des rayons-X sur les structures cristallines [2]. En prolongement à ces travaux, L. Brillouin étudia la propagation d'ondes dans des milieux périodiques et plus particulièrement dans des milieux homogènes présentant une faible perturbation régulière [3]. Il rechercha la dispersion en fréquences du système et démontra la présence de discontinuités dans les relations de dispersion qu'il rapprocha des bandes interdites.

En 1950, la propagation des ondes électromagnétiques dans les milieux stratifiés interpelle [4, 5]. Construits à partir de l'alternance de couches de constante diélectrique différente, ces milieux présentent une répétition dans une seule direction, perpendiculaire à la direction d'empilements des couches. Ces matériaux sont connus sous plusieurs noms comme les miroirs de Bragg ou les multicouches

diélectriques périodiques. Ils furent très vite appréciés pour leurs propriétés réfléchissantes extraordinaires liées à la bande interdite provenant de la périodicité. Les empilements diélectriques sont aussi utilisés comme revêtements antiréflexion, autrement dit ces films réduisent la réflectivité d'une surface. Sous d'autres conditions, les miroirs de Bragg sont employés comme filtres ne réfléchissant que certaines fréquences du spectre électromagnétique. L'industrie verrière fabrique encore de nos jours les multicouches pour toutes ces applications.

Ces calculs de 1950 ont changé notre regard sur la nature de manière surprenante car, depuis toujours, elle a su tirer parti de la haute réflectivité des multicouches. Pour de nombreux insectes [6], cette propriété devient même une stratégie pour le mimétisme mais surtout pour la reconnaissance intra-espèce. Par exemple, le ventre de certains buprestes dont la structure stratifiée est réalisée à partir de chitine, change de couleur suite à une modification de l'angle d'incidence [7]. Les écailles et la peau de certains poissons [8] formées de miroirs de Bragg expliquent leur couleur argentée.

Les multicouches furent l'objet d'études plus systématiques vers la fin des années 70 [9, 10] en travaillant par analogie à la physique de l'état solide. Sans ne plus y prêter attention, leurs débouchés ont envahi notre quotidien. Afin d'obtenir l'effet laser, on entoure le milieu amplificateur par deux miroirs de Bragg, profitant ainsi de leur haute réflectivité [11]. L'association des deux multicouches produit une cavité de Fabry-Pérot qui sélectionne la fréquence à amplifier. Cette étape franchie, on remplace les miroirs de part et d'autre du milieu amplificateur, le feed-back vient alors de la diffusion de Bragg induite par un réseau de diffraction unidimensionnel placé près de la jonction p-n. Dans ces lasers, appelés en anglais Distributed Feedback Lasers (DFB), la multicouche est exploitée pour réfléchir préférentiellement la fréquence laser [12].

Toutes ces applications ne furent pas envisageables sans le développement de la croissance des films. L'attrait de ces multicouches relève de leur relative facilité de fabrication. Les milieux stratifiés croissent artificiellement en utilisant des techniques variées comme l'épitaxie, la déposition chimique ou l'évaporation sous haut-vide. La maîtrise de ces techniques permet d'ajuster, avec grande précision, l'épaisseur des couches déposées.

En parallèle toutes les conditions étaient à présent réunies pour découvrir les états de surface des systèmes optiques stratifiés [10, 13]. Réduire la taille

des structures en profitant du confinement des ondes évanescentes représente un enjeu capital. Ces modes non radiatifs entrent dans le cadre de l'optique de champ proche. Ils dominent les phénomènes optiques se produisant sur des distances plus petites que la longueur d'onde. Dans ce régime, les propriétés électromagnétiques résultent de la taille, de la forme ainsi que de l'environnement du matériau. Une option repose sur la propagation des polaritons de surface sur des matériaux comme les métaux ou les cristaux ioniques [14]. Les polaritons de surface sont des modes qui proviennent du couplage d'une onde électromagnétique avec les excitations collectives des cristaux. Le couplage dans l'infrarouge est un désavantage pour les cristaux ioniques tandis que la limitation pour les métaux vient des pertes liées au matériau lui-même. Une autre option subsiste à partir des systèmes optiques stratifiés. L'existence possible des modes de surface sur un film de taille finie a été découverte à la fin des années 70.

Depuis lors, peu d'études ont porté sur l'origine physique et les propriétés des états de surface portés par les miroirs de Bragg [15, 16, 17, 18]. Outre le guidage d'ondes, quelques applications intéressantes des modes de surface ont toutefois germé. La grande sensibilité des modes de surface au milieu environnant en fait de très bons senseurs. Une simple mesure de réflectance permettrait de caractériser des films minces [19]. On peut profiter du mode d'interface existant entre deux multicouches pour créer des filtres à bande passante très étroite [20]. Dans ce cas, nécessité est d'associer deux empilements de même période mais de face terminale opposée. Une telle structure se justifie pour la sélection de fréquences précises dans le domaine des télécommunications. Ces multicouches trouvent des applications dans l'émission thermique cohérente [21] dont les dispositifs thermo-photovoltaïques sont un débouché. Au lieu d'exciter des plasmon- ou phonon-polaritons de surface sur un réseau de diffraction, l'association d'un cristal ionique et d'un miroir de Bragg développe des ondes d'interface qui améliorent l'émission thermique. Celle-ci présente des pics très étroits dans des directions bien définies.

En quoi est-il primordial de réduire la taille des composantes ? L'usage des données digitales repose sur deux technologies. Le traitement de ces données se réalise au niveau électronique. Par contre, pour le transfert, et surtout sur des longues distances, le guidage des photons au travers des fibres optiques est le moyen le plus efficace. La technologie digitale est donc à la frontière de deux sciences et requiert une interface entre l'électronique et l'optique. La vitesse de

l'ensemble dépend de celle du transmetteur le plus lent, ici l'électron. D'où le challenge est de glisser vers le "tout optique". Le facteur limitatif est la taille, la physique dépendant fortement de la longueur d'onde des radiations. Travailler dans le visible implique des dimensions qui sont proches du micromètre.

Malgré de nombreuses études sur les réseaux unidimensionnels, l'intérêt pour la propagation des ondes électromagnétiques dans des structures à trois dimensions apparaît seulement à partir de 1987, donnant naissance au domaine des cristaux photoniques [22]. Ces derniers sont des structures qui présentent un arrangement périodique de matériaux possédant un indice de réfraction différent. Ils généralisent aux deux autres dimensions les miroirs de Bragg avec l'apparition d'une bande interdite photonique complète, c'est-à-dire d'une région spectrale vide de modes électromagnétiques. Le développement des cristaux photoniques, initialement, partait de deux idées indépendantes. La première fut de supprimer toute émission spontanée [23] tandis que la seconde, inspirée par les travaux de P. W. Anderson [24] sur la localisation électronique, chercha une localisation semblable pour les photons [25]. Depuis, les cristaux photoniques restent un domaine en plein essor dans lequel la propagation des ondes électromagnétiques peut être contrôlée [26], autorisant des phénomènes comme la super-réfraction [27] (encore dénommée effet super-prisme), la réfraction négative [28].

Suite à l'avènement des cristaux photoniques, "l'ingénierie des structures de bandes" est négociée dans les multicouches. C'est en utilisant des matériaux qui présentent des propriétés intrinsèques particulières que cette ingénierie a surtout été facilitée. Un exemple ? Les matériaux anisotropes. L'emploi de cette anisotropie peut améliorer la largeur des gaps mais aussi les déplacer dans la structure de bandes. Dans les cristaux photoniques unidimensionnels, dès que les axes optiques des différentes couches sont désalignés, on observe une redistribution de la densité d'états [29, 30]. Dans ces conditions, il est possible de rechercher la plus large gamme spectrale pour laquelle la bande interdite est complète [31] ou de "geler" les modes électromagnétiques [32], c'est-à-dire de produire des modes dont l'énergie est complètement convertie dans la direction parallèle aux surfaces des couches. Tous ces mécanismes sont encore plus attrayants lorsque le milieu anisotrope est un cristal liquide où l'opportunité nous est offerte d'ajuster dynamiquement les bandes interdites avec un champ électrique [33, 34]. Le contrôle de l'émission spontanée [35] en serait une application prometteuse. Les cristaux

liquides ne restent pas les seuls matériaux utilisés pour créer des structures ajustables à souhait. Dorénavant, des systèmes réglables par l'intensité lumineuse sont également réalisés à partir de matériaux Pockels.

Un autre axe de recherche a relancé les études sur les multicouches : les matériaux gauches [36]. Ils font partie de la classe très large des métamatériaux, objets qui acquièrent leurs propriétés électromagnétiques par l'arrangement plutôt que par les caractéristiques inhérentes des matériaux qui les composent. A ce titre, les cristaux photoniques peuvent être qualifiés comme tels. Soulignons que le terme métamatériau est particulièrement usité lorsque la structure résultante possède des propriétés qui ne se trouvent pas dans des milieux naturels. Pour que la structure affecte la propagation de l'onde électromagnétique, la taille des éléments doit être plus petite que la longueur d'onde. Plus précisément, c'est cette restriction qui autorise une description de la structure en terme d'un indice de réfraction effectif.

J. Pendry, quant à lui, a proposé un matériau fait de fins fils conducteurs présentant une fréquence plasma dans les micro-ondes [37]. Ceci contraste avec les métaux pour lesquels la fréquence plasma tombe généralement dans le domaine visible du spectre électromagnétique. Postérieurement, il a répété l'opération pour obtenir un matériau avec une perméabilité magnétique négative pour certaines fréquences [38]. Un arrangement périodique de boucles ouvertes métalliques concentriques favorise une telle réponse. En combinant les deux idées, la première fabrication d'un matériau gauche avec une constante diélectrique et une permittivité négatives simultanément a été démontrée [39]. Bien que l'intérêt pour les matériaux gauches soit apparu depuis cette réalisation expérimentale, l'étude théorique de l'interaction d'une onde électromagnétique avec de telles substances est achevée à la fin des années 60 [36]. Cette étude prédit, entre autre, que la radiation Cherenkov est renversée, que l'effet Doppler est inversé et que la réfraction est négative. Effectivement, rayon réfracté et rayon incident se situent du même côté de la normale à l'interface.

On combine, alors, matériaux gauches et matériaux droits pour construire une multicouche. Se forme ainsi un nouveau type de bande interdite associée à un indice de réfraction moyen nul [40, 41]. Néanmoins, comme il ne trouve pas son origine dans les diffusions de Bragg, ce gap photonique est invariant vis-à-vis d'un changement d'échelle. Il ne dépend donc pas de la périodicité. Et si une

bande interdite de Bragg est détruite par un désordre important, le gap d'indice nul lui résiste. De tels systèmes stratifiés supportent des modes d'interface entre le milieu gauche et le milieu droit ainsi que des modes confinés à l'intérieur d'une couche de la période [41]. In fine, à l'image des miroirs de Bragg construits à partir de couches anisotropes, des bandes interdites complètes sont concevables dans les structures contenant des matériaux gauches [41, 42].

En regard de cette dynamique novatrice, cette dissertation doctorale tente d'éclaircir les propriétés de réflectivité des miroirs de Bragg. Dans un deuxième temps, ce travail s'inscrit dans une compréhension des modes de surface d'une multicouche diélectrique. Bien que fondamentale, l'étude de la nature de ces modes facilite la mise en place d'applications et de méthodes visant à réduire les pertes d'énergie associées à la surface. Ces deux études décrivent d'une part, les systèmes optiques stratifiés comme réflecteurs et d'autre part, comme méta-matériaux. Ultérieurement, nous insisterons sur l'aspect "ingénierie des relations de dispersion" en les rendant ajustables à l'aide des cristaux liquides. L'aspect réflecteur des multicouches est à nouveau exploré. En associant dans un guide d'onde une lame droite et une lame gauche, il devient définitivement possible de maîtriser le confinement de la lumière.

Plan de la dissertation

Avant d'exposer les résultats originaux, nous souhaitons reprendre les principales propriétés des systèmes optiques stratifiés. C'est pourquoi, doivent être détaillées les structures de bandes des cristaux photoniques à une dimension. En effet, elles fournissent des informations clés sur la propagation des ondes électromagnétiques dans la structure. Nous poursuivons avec la différence entre les modes radiatifs et non radiatifs, c'est-à-dire des modes qui présentent un profil oscillant, ou non, en-dehors de la multicouche. Ces définitions sont nécessaires pour situer le cadre dans lequel les modes de surface sont susceptibles d'émerger. Enfin, sont comparées les particularités des miroirs de Bragg d'extension finie et infinie.

Par la suite, nous cherchons à quantifier le déplacement du pic de réflexion dans le spectre électromagnétique. Cette spécificité empruntée de la nature permet de créer des multicouches dont la coloration change avec l'angle d'incidence.

Le modèle, basé sur des miroirs de Bragg semi-infinis, est testé sur un échantillon naturel, l'abdomen d'un coléoptère *Chrysochroa vittata*, et sur sa copie artificielle.

Le chapitre 3 porte sur les modes de surface. Le calcul de la relation de dispersion des modes entre deux milieux homogènes sert à les caractériser sur des matériaux comme les métaux et les cristaux ioniques. De là, l'objectif est de développer l'analogie entre ces modes de surface et ceux existant sur les multicouches. Nous en profitons, enfin, pour étudier leur dispersion en fonction de la terminaison du cristal photonique unidimensionnel. A ce stade de la dissertation, nous aurons traité uniquement des multicouches diélectriques.

Les deux chapitres suivants entament l'analyse des cristaux photoniques unidimensionnels incluant des matériaux anisotropes. Le chapitre 4 présente succinctement les cristaux liquides. Nous en profitons pour intégrer la notion d'anisotropie dans les équations de Maxwell afin de convenir des notations employées. Ce chapitre fournit un modèle qui établit le lien entre l'orientation de l'axe optique et la tension aux bornes du cristal liquide. Primo, dans le chapitre 5, nous décrivons la méthode des matrices de transfert. Celle-ci est développée en tenant compte de l'anisotropie des matériaux. Secundo, nous comparons les structures de bandes et les spectres de réflectance afin de dégager les principales caractéristiques du système considéré. Notre analyse se concentre surtout sur la polarisation des champs entrants et sortants.

Le but du dernier chapitre est d'étudier le guide d'onde construit à partir de l'empilement de matériaux gauche et droit. Un travail important a, par ailleurs, été réalisé sur la caractérisation des modes : détermination de la condition de résonance et calcul des flux d'énergie à l'intérieur du système. Deux applications sont envisagées pour ce dispositif. D'un côté, le guide d'onde permet de coupler des modes qui se dirigent soit vers l'avant, soit vers l'arrière. Du reste, nous focalisons notre attention sur des modes avec des vitesses de déplacement très faibles.

A chaque étape, des expériences de réflectance sont simulées afin d'étayer la discussion mais également pour offrir une piste de confrontation à ce travail théorique.

Chapitre 1

Propriétés optiques des multicouches périodiques

Les milieux stratifiés périodiques, aussi appelés multicouches périodiques ou plus récemment cristaux photoniques unidimensionnels, forment une classe particulière des milieux stratifiés pour lesquels les matériaux diélectriques sont assemblés de manière alternée. La propagation des ondes électromagnétiques dans ces matériaux est un sujet d'intérêt vu le large potentiel d'applications possibles. Il est connu que la lumière connaît des réflexions de Fresnel à chaque interface diélectrique formant ainsi une discontinuité dans l'indice de réfraction. Un milieu stratifié périodique est considéré comme un réseau régulier d'interfaces diélectriques. Comme résultat de ce grand nombre de réflexions même si sur chaque interface individuelle leur valeur peut être très faible, il est possible de réaliser des dispositifs présentant des réflectivités très élevées.

Dans ce chapitre, nous traitons de la propagation des ondes électromagnétiques dans le milieu périodique le plus simple, milieu qui consiste en l'alternance de deux couches d'indice de réfraction différent. Nous insistons, plus particulièrement, sur les structures de bandes d'un système stratifié périodique constitué de deux couches diélectriques par maille. Les structures de bandes sont les relations de dispersion qui définissent les bandes permises et les bandes interdites photoniques. Après analyse, l'analogie avec le modèle de Kronig-Penney [43] pour les structures électroniques unidimensionnelles devient évidente. Les structures de bandes permettent de dégager les principales caractéristiques des cristaux photoniques. Enfin, sont abordées les différences entre le film infini et fini. Dans le

dernier cas, l'étude se porte sur les objets formés par la répétition d'un groupe de deux couches diélectriques homogènes, constituant n périodes. Ces structures sont également qualifiées de pseudo-périodiques.

1.1 Modèle de Kronig-Penney électromagnétique

Un cristal photonique unidimensionnel est formé de la répétition infinie d'une période, elle-même constituée de l'assemblage de deux couches planes. La période a est définie par une première couche de matériau de réponse optique $\epsilon_1(\omega)$, $\mu_1(\omega)$ tandis que la seconde couche est spécifiée par une constante diélectrique $\epsilon_2(\omega)$ et une perméabilité magnétique $\mu_2(\omega)$ [FIG. 1.1].

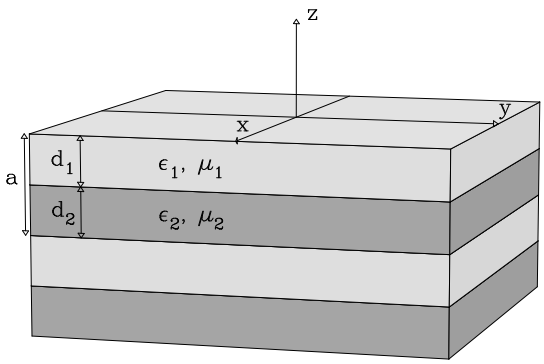


FIG. 1.1 – Géométrie des cristaux photoniques étudiés. La période a est constituée de deux couches d'épaisseur d_1 et d_2. La réponse électromagnétique de chaque couche est donnée par la constante diélectrique ϵ_j et la perméabilité magnétique μ_j pour $j = 1, 2$. L'axe Oz correspond à la direction de stratification de la multicouche.

La propagation des ondes électromagnétiques dans un milieu périodique ressemble au mouvement des électrons dans un solide cristallin. Le modèle de Kronig-Penney [43], utilisé pour la théorie des bandes en physique de l'état solide, est mathématiquement identique pour la propagation d'ondes électromagnétiques dans un milieu stratifié périodique. Par conséquent, plusieurs concepts de la physique de l'état solide, tels que les ondes de Bloch ou les zones de Brillouin peuvent être employés. Un milieu stratifié périodique est également appelé réseau à une

dimension, invariant suivant la translation d'une période a

$$\epsilon(z+a) = \epsilon(z) \tag{1.1}$$
$$\mu(z+a) = \mu(z). \tag{1.2}$$

En annexe, nous démontrons que les champs obéissent à une équation d'onde qui varie suivant la polarisation [Eqs. (A.9) et (A.15)]. Pour la suite, les calculs sont développés pour la polarisation TE. Ainsi, dans la première couche homogène de la période, l'amplitude transverse du champ électrique correspond à la somme de deux ondes progressives se propageant dans deux directions opposées :

$$E_x^{(1)} = A_1 \exp\left[i\, k_{1,z}\, (z - z_1)\right] + B_1 \exp\left[-i\, k_{1,z}\, (z - z_1)\right]. \tag{1.3}$$

L'abscisse z_1 détermine l'origine de la première couche [Fig. 1.2]. Dans la seconde couche de la période, l'amplitude du champ électrique s'écrit de manière analogue

$$E_x^{(2)} = A_2 \exp\left[i\, k_{2,z}\, (z - z_2)\right] + B_2 \exp\left[-i\, k_{2,z}\, (z - z_2)\right]. \tag{1.4}$$

La composante normale du vecteur d'onde de la couche j, pour $j = 1, 2$, est donnée par

$$k_{j,z} = \left[\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \epsilon_j(\omega)\mu_j(\omega) - k_y^2\right]^{1/2}. \tag{1.5}$$

Les conditions de raccord à l'interface $z = z_2$, qui stipulent la continuité des composantes tangentielles du champ magnétique et du champ électrique [Eq. (A.10)], fournissent un système de deux équations

$$A_1 \exp\left(i\, k_{1,z}\, d_1\right) + B_1 \exp\left(-i\, k_{1,z}\, d_1\right) = A_2 + B_2 \tag{1.6}$$
$$\frac{k_{1,z}}{\mu_1} A_1 \exp\left(i\, k_{1,z}\, d_1\right) - \frac{k_{1,z}}{\mu_1} B_1 \exp\left(-i\, k_{1,z}\, d_1\right) = \frac{k_{2,z}}{\mu_2} A_2 - \frac{k_{2,z}}{\mu_2} B_2. \tag{1.7}$$

La périodicité spatiale autorise l'utilisation du théorème de Bloch afin d'énumérer les modes propres électromagnétiques en fonction d'un paramètre k_z, défini comme le nombre d'onde de Bloch. Ce dernier paramètre est restreint à un intervalle fini, la première zone de Brillouin, car le cristal possède une symétrie translationnelle discrète selon la direction z. Comme la maille primitive possède un vecteur $a\, \mathbf{e_z}$, le vecteur de la maille réciproque est défini par $(2\pi/a)\, \mathbf{e_z}$. Dès

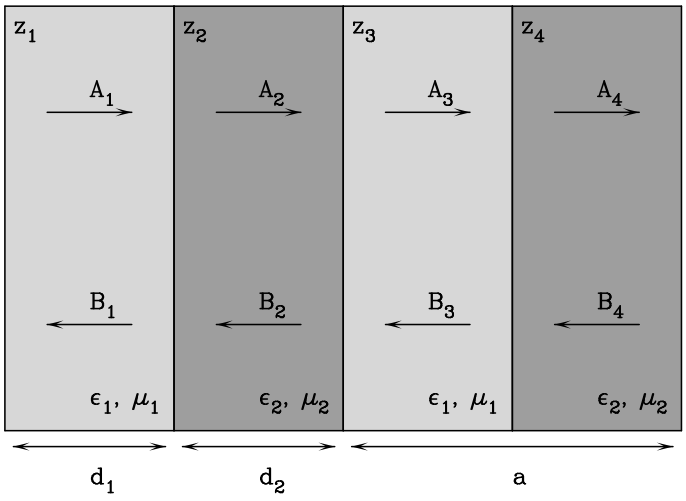


FIG. 1.2 – Le théorème de Bloch ramène les frontières du système étudié à une seule période de deux couches. Les coefficients A et B à prendre en compte dans l'expression des conditions frontières concernent trois couches successives. L'origine des couches est déterminée par l'abscisse z_j pour $j = 1, \ldots, 4$.

lors, la première zone de Brillouin est délimitée par

$$-\frac{\pi}{a} < k_z \leq \frac{\pi}{a}. \tag{1.8}$$

De plus, la composante normale du champ électrique correspondant à une valeur de ce paramètre subit un changement de phase constant lors d'une translation d'une période du réseau

$$E_x(z+a) = E_x(z) \exp(i\, k_z\, a). \tag{1.9}$$

En appliquant, à la fois, les conditions de continuité des champs à l'interface située en $z = z_3$ et le théorème de Bloch, un nouveau système de deux équations apparaît

$$A_2 \exp(i\, k_{2,z}\, d_2) + B_2 \exp(-i\, k_{2,z}\, d_2) = (A_1 + B_1)\ \exp(i\, k_z\, a) \tag{1.10}$$

$$\frac{k_{2,z}}{\mu_2} A_2 \exp(i\, k_{2,z}\, d_2) - \frac{k_{2,z}}{\mu_2} B_2 \exp(-i\, k_{2,z}\, d_2) = \left(\frac{k_{1,z}}{\mu_1} A_1 - \frac{k_{1,z}}{\mu_1} B_1\right) \exp(i\, k_z\, a). \tag{1.11}$$

Les conditions de continuité fournissent un système d'équations linéaire et

homogène [Eqs (1.6), (1.7), (1.10) et (1.11)]. De manière à obtenir des solutions non triviales, le déterminant du système doit s'annuler. La relation de dispersion, reliant le nombre d'onde de Bloch k_z à la fréquence angulaire ω et à la composante parallèle du vecteur d'onde k_y s'écrit

$$k_z(\omega, k_y) = \frac{1}{a} \arccos\left[\cos\left(k_{1,z} d_1\right)\, \cos\left(k_{2,z} d_2\right) - f\, \sin\left(k_{1,z} d_1\right)\, \sin\left(k_{2,z} d_2\right)\right]. \quad (1.12)$$

Le facteur f est la seule quantité qui dépend de la polarisation

$$[\mathrm{TE}] : f = \frac{\mu_2^2(\omega)\, k_{1,z}^2 + \mu_1^2(\omega)\, k_{2,z}^2}{2\mu_1(\omega)\, k_{1,z}\, \mu_2(\omega)\, k_{2,z}}, \quad (1.13)$$

$$[\mathrm{TM}] : f = \frac{\epsilon_2^2(\omega)\, k_{1,z}^2 + \epsilon_1^2(\omega)\, k_{2,z}^2}{2\epsilon_1(\omega)\, k_{1,z}\, \epsilon_2(\omega)\, k_{2,z}}. \quad (1.14)$$

L'interprétation physique est différente suivant la valeur de l'argument de la fonction cosinusoïdale réciproque (arccos). Pour le régime où l'argument est inférieur à l'unité, le nombre d'onde de Bloch k_z est réel. Les ondes de Bloch sont propagatives. La dernière équation [Eq. (1.12)] fournit la relation de dispersion des bandes permises. Les bords de bande sont, quant à eux, déterminés par l'égalité de l'argument avec l'unité. Lorsque l'argument est supérieur à l'unité, il est impossible de vérifier la relation de dispersion des modes de Bloch avec un paramètre k_z réel. Nous sommes dans une bande photonique interdite ou encore un gap photonique.

Signalons toutefois, que dans les gaps, aucun mode électromagnétique n'est permis. Par mode électromagnétique, nous entendons ici un mode propagatif étendu. Néanmoins, comment se comporte une onde pour laquelle la fréquence appartient à une bande interdite ? Pour tous les modes, aucun vecteur d'onde purement réel n'existe à cette fréquence. Par contre, certains auteurs n'hésitent pas à définir un nombre d'onde de Bloch complexe [10, 44]. Dans ce cas, l'onde de Bloch est évanescente et présente une décroissance exponentielle. Ce qui implique une réflexion totale de la lumière incidente sur le cristal. Par ailleurs, la partie imaginaire du nombre d'onde de Bloch fournit une idée sur la longueur de pénétration de l'onde dans le cristal.

Bien que les modes évanescents soient des solutions des équations de Maxwell, ils ne satisfont pas les conditions frontières liées à la symétrie de translation. Pour un cristal parfaitement infini, il est impossible de les exciter. Pourtant, si un

défaut apparaît dans la structure photonique, des modes évanescents peuvent se dégager dans la bande interdite. Le terme "défaut" regroupe toutes perturbations de la structure périodique comme, par exemple, l'ajout ou le retrait d'une entité diffusante ou encore le clivage du cristal.

1.2 Structures de bandes photoniques

Pour le moment, considérons une onde qui se propage uniquement selon la direction z, croisant ainsi les plans de la multicouche à incidence normale. Dans ce cas, la composante parallèle du vecteur d'onde k_y s'annule, telle que seule la composante normale du vecteur d'onde de Bloch k_z est importante.

Les structures de bandes reliant la fréquence angulaire ω au nombre d'onde de Bloch k_z [FIG. 1.3] sont une première représentation des modes. Ces relations de dispersion sont établies pour un paramètre k_y fixé.

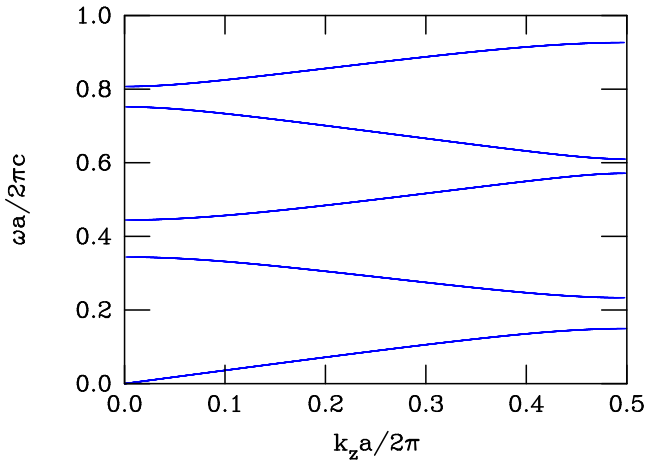


FIG. 1.3 – Structure de bandes photonique à incidence normale. Le calcul est développé pour une alternance de deux couches de constantes diélectriques $\epsilon_1 = 2.25$ (Verre) et $\epsilon_2 = 13.00$ (GaAs). Les matériaux sont considérés comme non magnétiques ($\mu_1 = \mu_2 = 1$). La période a est constituée de deux couches d'épaisseur identique ($d_1 = d_2 = a/2$).

Les relations de dispersion des milieux homogènes sont des droites dont le coefficient angulaire est inversement proportionnel à l'indice de réfraction du milieu. En introduisant une périodicité dans le système, nous assistons à un repli des relations de dispersion. En effet, nous avons vu que tous les modes permis

sont étiquetés à l'intérieur de la première zone de Brillouin. Dès qu'un contraste d'indices apparaît, les bandes interdites se forment toujours dans un cristal photonique unidimensionnel. Ces gaps se dessinent entre chaque bande permise en bord de zone de Brillouin ou en son centre. A nouveau, par analogie à la physique de l'état solide, les premières composantes de Fourier de la constante diélectrique, $\epsilon^{(j)}$ avec $j = -1, 0, 1$, permettent de caractériser la première bande interdite [10] (sa largeur $\Delta\omega_{gap,1}$ et sa fréquence centrale ω_1)

$$\frac{\Delta\omega_{gap,1}}{\omega_1} = \frac{\epsilon^{(1)} + \epsilon^{(-1)}}{\epsilon^{(0)}}. \tag{1.15}$$

Ainsi, pour une multicouche infinie dont la période est uniquement composée de deux couches, le rapport de la largeur de la première bande interdite à sa fréquence centrale s'écrit

$$\frac{\Delta\omega_{gap,1}}{\omega_1} = \frac{4a\,|\epsilon_1 - \epsilon_2| \sin\left(\pi \frac{d_1}{a}\right)}{(\epsilon_1 d_1 + \epsilon_2 d_2)}. \tag{1.16}$$

Immédiatement, dans la dernière relation, nous confirmons que, pour des systèmes homogènes ($d_1 = 0$, $d_2 = 0$ ou encore $\epsilon_1 = \epsilon_2$), les gaps disparaissent.

L'arrangement périodique de matériaux entraîne donc l'apparition de bandes interdites. Ces dernières sont importantes pour deux raisons. La première, comme nous l'avons déjà indiqué, est que la lumière est totalement réfléchie pour une fréquence appartenant au gap. C'est d'ailleurs pour cette qualité de réflecteur que les cristaux photoniques sont appréciés. Le second attrait réside dans la modification des relations de dispersion à l'approche des bandes interdites. En effet, dans ces régions de la zone de Brillouin, la loi entre la fréquence et le vecteur d'onde n'est plus linéaire, ce qui constitue une autre différence par rapport aux milieux homogènes. Ce n'est qu'aux grandes longueurs d'onde ($\mathbf{k} \to 0$ et $\omega \to 0$) que les relations de dispersion sont linéaires. L'onde électromagnétique ne sonde plus la structure du cristal. Au contraire, la lumière voit le miroir de Bragg comme un milieu diélectrique homogène. Autrement dit, les variations d'indices de réfraction sont négligeables à l'échelle de la longueur d'onde.

Jusqu'à présent, seuls les modes de la multicouche périodique qui ne possèdent pas de composante parallèle du vecteur d'onde ($k_y = 0$) ont été considérés. Ce qui nous amène à discuter des modes ayant une incidence oblique. Nous en venons à

tracer les structures de bandes photoniques qui relient la fréquence ω au nombre d'onde parallèle k_y [FIG. 1.4].

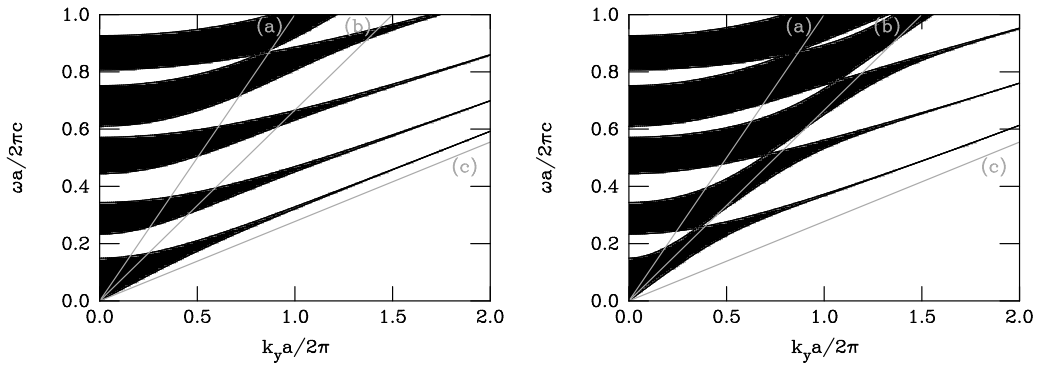


FIG. 1.4 – Structures de bandes photoniques en fonction du nombre d'onde parallèle k_y. Les paramètres de la multicouche périodique sont identiques à ceux choisis pour FIG. 1.3. Les droites en trait plein représentent les droites de lumière du vide (a), de la couche de constante diélectrique $\epsilon_1 = 2.25$ (b) et de la couche de constante diélectrique $\epsilon_2 = 13.00$ (c). Les deux polarisations TE et TM sont dessinées à la figure (A) et à la figure (B), respectivement. Les zones noires illustrent les bandes permises.

La principale différence entre l'incidence normale et l'incidence oblique est qu'il n'existe pas de gap photonique complet pour le dernier cas lorsque tous les k_y sont analysés. C'est une caractéristique des cristaux photoniques unidimensionnels car, dans la direction oblique, l'onde électromagnétique ne traverse plus un milieu diélectrique périodique nécessaire à la diffusion cohérente de la lumière. Donc, aucun gap complet ne peut s'ouvrir.

Aussitôt que l'incidence de l'onde est normale, les deux polarisations sont dégénérées. Pour un angle d'incidence nul, le champ électrique est orienté dans le plan xy. Les deux polarisations sont soit x, soit y. Comme ces deux modes ne diffèrent que par une symétrie de rotation, intrinsèque au cristal, les modes sont confondus. Par contre, pour l'incidence oblique, la symétrie est rompue et la dégénérescence est levée.

Aux courtes longueurs d'onde latérales (k_y grand), la largeur des bandes permises diminue. Remarquons, en premier lieu, que l'intervalle de fréquences de chaque bande permise est déterminé par la différence de fréquences au bord ($k_z = \pi/a$) et au centre ($k_z = 0$) de la zone de Brillouin [FIG. 1.5].

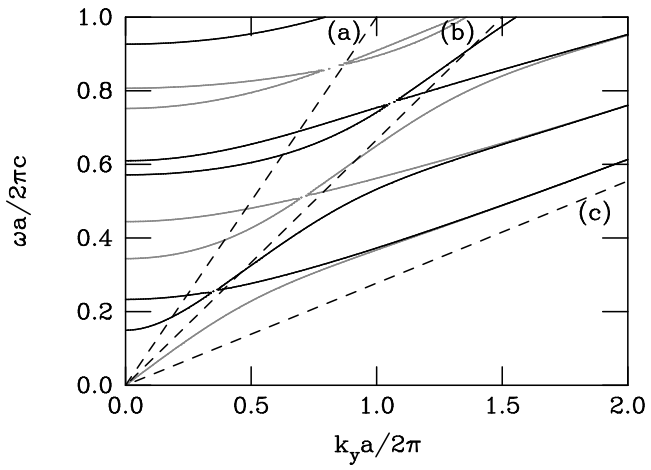


FIG. 1.5 – Structure de bandes du cristal photonique décrit en FIG. 1.3 montrant la dépendance de la largeur de bandes avec le nombre d'onde latéral k_y. Les courbes en gris correspondent aux bandes pour lesquelles le nombre d'onde de Bloch s'annule ($k_z = 0$) tandis que les courbes noires représentent les modes en bord de zone de Brillouin ($k_z = \pi/a$). Les droites en tirets sont les droites de lumière du vide (a), de la couche de constante diélectrique $\epsilon_1 = 2.25$ (b) et de la couche de constante diélectrique $\epsilon_2 = 13.00$ (c). La polarisation TM est retenue.

Dès que la fréquence passe sous la droite de lumière du milieu de faible indice de réfraction [droite (b) sur FIG. 1.5], les ondes décroissent exponentiellement dans la couche associée à cet indice. L'accroissement du nombre d'onde latéral donne lieu à une diminution progressive de la pénétration des champs dans la couche de faible densité optique. La lumière est alors confinée dans les couches les plus réfringentes qui ressemblent à des guides d'ondes isolés les uns des autres. Notons aussi que le guidage des ondes s'explique par le phénomène de réflexion totale. Les variations du vecteur de Bloch k_z, qui modifient la phase relative des champs entre les couches d'indice élevé, sont sans effet sur la fréquence du mode. Quand le couplage entre des plans voisins est faible, chaque couche guide son propre mode indépendamment de celui du voisin. En physique de l'état solide, le système analogue est celui des liaisons fortes dans l'approximation du couplage faible [44, 45].

Pour un nombre d'onde latéral important, les ondes électromagnétiques se propagent dans les couches d'indice de réfraction élevé. Par conséquent, la vitesse des ondes équivaut à $c/\sqrt{\epsilon_2}$. Les relations de dispersion sont donc des droites qui sont toutes parallèles à la droite de lumière de la couche la plus réfringente.

Notons, enfin, que ces droites se situent toutes au-dessus de cette droite de lumière indiquant que les ondes électromagnétiques ne sont jamais évanescentes dans les couches de constante diélectrique ϵ_2.

Dernière manière de représenter les relations de dispersion des cristaux photoniques : tracer les iso-fréquences dans le plan des composantes du vecteur d'onde (k_y, k_z) [FIG. 1.6]. Les caractéristiques les plus importantes de la propagation à deux dimensions des ondes de Bloch sont résumées dans ce diagramme d'iso-fréquence ou diagramme des vecteurs d'onde [10, 26, 46]. Ces courbes sont analogues aux surfaces d'iso-énergie en physique de l'état solide [44]. Les diagrammes sont symétriques en k_y, périodiques en k_z selon le théorème de Bloch et également symétriques en k_z. En effet, pour chaque k_z, un nombre d'onde de valeur $-k_z$ existe correspondant à une onde de Bloch se propageant dans la direction opposée. Le diagramme révèle aussi la position des bandes interdites. En outre, il prédit la direction de la vitesse de groupe au travers de la relation suivante

$$\mathbf{v}_g = \nabla_{\mathbf{k}} \omega(\mathbf{k}) \tag{1.17}$$

montrant que la vitesse de groupe est normale à la courbe d'iso-fréquence et pointant dans la direction des fréquences élevées.

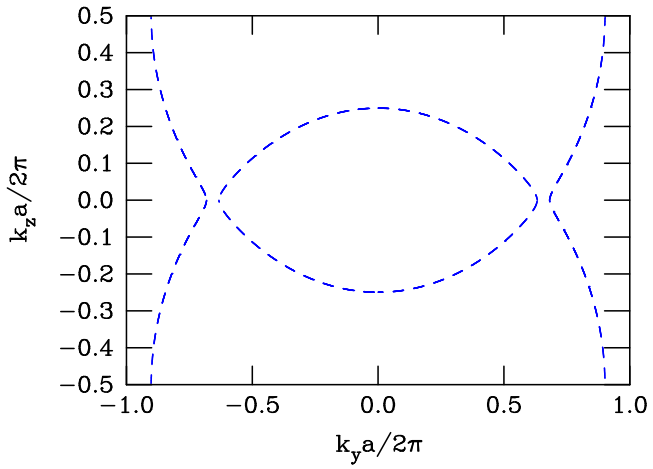


FIG. 1.6 – Iso-fréquence du cristal photonique décrit en FIG. 1.3 dans le plan $(k_y a/2\pi, k_z a/2\pi)$. Le calcul a été réalisé pour une fréquence réduite valant 0.5. La polarisation TM est retenue.

Il est d'une importance capitale en optique de prédire quelle onde sera excitée

à l'intérieur de la structure pour une onde incidente arbitraire. Le diagramme de vecteurs d'onde est l'outil le mieux adapté. En superposant les diagrammes de chaque milieu et en imposant la conservation des composantes tangentielles à l'interface, l'ensemble des ondes se propageant de part et d'autre de l'interface peut être identifié. C'est ainsi que, depuis 1983, la réfraction négative a été reportée sur des multicouches [46]. Ces diagrammes peuvent aussi expliquer l'effet superprisme selon lequel la direction de propagation des ondes varie très sensiblement avec l'angle d'incidence [27].

A la limite des grandes longueurs d'onde ($\lambda >> a$), les relations de dispersion sont semblables à celles d'une onde électromagnétique dans un milieu biréfringent [FIG. 1.7]. La biréfringence apparaît naturellement dans des cristaux formés par des molécules longues ou de forme non sphérique. La biréfringence peut aussi résulter de la stratification qui détruit l'isotropie optique. Il est évident que la réponse optique est différente selon que le champ électrique est parallèle ou perpendiculaire aux interfaces. Vu que les couches peuvent dépasser l'échelle moléculaire de plusieurs ordres de grandeurs, ce phénomène est appelé biréfringence de forme [10, 47, 48].

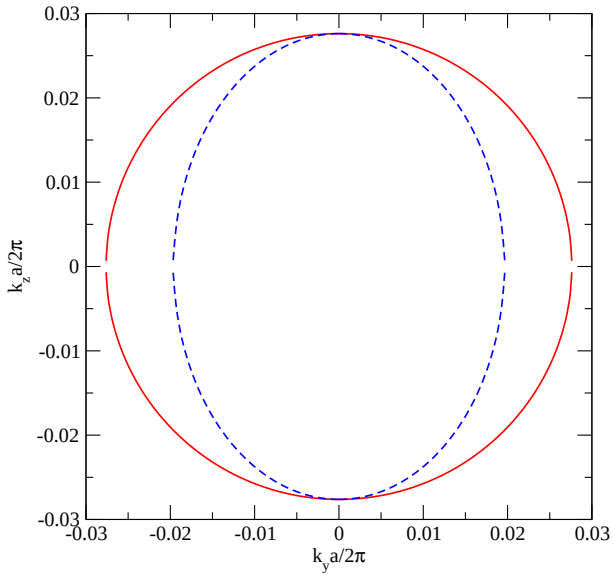


FIG. 1.7 – Iso-fréquence du cristal photonique décrit en FIG. 1.3 dans le plan $(k_y a/2\pi, k_z a/2\pi)$. Le calcul a été réalisé pour une fréquence réduite valant 0.01 ($\lambda = 100a$). Les polarisations TM et TE sont illustrées respectivement à l'aide de la courbe en tirets et de la courbe en trait plein.

Dans le cas limite $\lambda >> a$ et en négligeant les termes d'ordre élevé, l'approximation de la relation de dispersion des modes de Bloch [Eq. (1.12)] se réduit aux relations de dispersion d'un cristal uniaxe

$$[\text{TE}] : \frac{k_z^2}{\epsilon_\parallel} + \frac{k_y^2}{\epsilon_\parallel} = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2, \tag{1.18}$$

$$[\text{TM}] : \frac{k_z^2}{\epsilon_\parallel} + \frac{k_y^2}{\epsilon_\perp} = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \tag{1.19}$$

avec

$$\epsilon_\parallel = \frac{d_1\epsilon_1 + d_2\epsilon_2}{d_1 + d_2}, \tag{1.20}$$

$$\frac{1}{\epsilon_\perp} = \frac{d_1/\epsilon_1 + d_2/\epsilon_2}{d_1 + d_2}. \tag{1.21}$$

La réponse d'une multicouche à un champ électrique parallèle à sa surface ($\epsilon_\parallel$) rappelle la mise en parallèle de deux capacités. Pour un champ normal aux couches ($\epsilon_\perp$), la réponse est analogue à un arrangement en série de deux capacités. Les ondes TE sont donc formellement semblables aux ondes ordinaires des cristaux uniaxes alors que les ondes TM correspondent aux ondes extraordinaires. Nous remarquons que l'anisotropie est toujours négative ($\epsilon_\perp < \epsilon_\parallel$). Enfin, la biréfringence de forme a déjà été observée expérimentalement sur une multicouche de AlAs et GaAs [49].

1.3 Films de cristaux photoniques

Le modèle de Kronig-Penney électromagnétique permet la description des milieux stratifiés infinis. Cependant, ce modèle n'est pas réaliste parce qu'il ne rend pas compte entièrement des échantillons existants. En effet, nous ne pouvons pas envisager de structures infinies autrement que conceptuellement. Dorénavant, nous étudions les films de cristaux photoniques qui sont formés par la répétition de deux couches homogènes constituant n "périodes". L'étude est plus compliquée car le film photonique est entouré par un milieu environnant caractérisé par une constante diélectrique et une perméabilité magnétique. Dans la suite de ce chapitre, nous considérons ce milieu comme étant l'air.

Ce système est de symétrie plus faible car l'invariance par translation est

brisée par la présence des surfaces externes. C'est pourquoi, ces structures sont qualifiées de pseudo-périodiques. En revanche, de telles multicouches autorisent les études de réflectance et transmitance. Néanmoins, l'analyse des structures de bandes faite dans le cadre du modèle de Kronig-Penney facilite l'interprétation des propriétés optiques des films d'extension finie. Ceci est d'autant plus vrai que l'épaisseur du film est grande.

La présence de milieu environnant entraîne une classification des modes électromagnétiques. Les modes sont répertoriés selon le profil des champs dans l'air. Nous distinguons deux cas importants en fonction de la valeur du nombre d'onde dans l'air suivant z

$$k_{air,z} = \left[\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - k_y^2\right]^{1/2}. \tag{1.22}$$

Si la fréquence des modes ω se situe au-dessus de la droite de lumière d'équation ck_y [droite (a) sur FIGs. 1.4 et 1.5], la composante normale du vecteur d'onde dans l'air est un nombre réel (radicand positif). Les ondes sont oscillantes de sorte que l'énergie électromagnétique est transportée dans tout le milieu sans difficulté. Les opticiens parlent souvent de la région radiative. Les modes électromagnétiques dans cette région ne sont pas à proprement parler des modes guidés de la structure. Ils subissent un amortissement issu des pertes radiatives dans le milieu entourant le film de cristal photonique. Ces modes possèdent intrinsèquement un temps de vie fini. De plus, ils sont facilement étudiés au moyen d'une expérience de réflectance qui suppose la présence d'une onde progressive à l'extérieur du film.

D'un autre côté, dès que la fréquence ω se situe sous la droite de lumière, le radicand devient négatif et $k_{air,z}$ est un nombre imaginaire pur. Les états présentent alors une décroissance exponentielle qui tend à s'annuler dès que l'onde s'éloigne de la surface du film. C'est la région non-radiative. Ces modes maintenant leur énergie au cours du temps présentent des temps de vie infinis dans des matériaux non dissipatifs. De tels modes sont observés à partir d'expériences de spectroscopie par réflexion totale atténuée (acronyme anglais ATR). Les champs évanescents qui accompagnent le phénomène de réflexion totale sur une surface plane [50, 51] transfèrent de l'énergie aux modes sans trop modifier leur fréquence.

A l'intérieur du milieu stratifié, les ondes possèdent un caractère oscillant ou évanescent suivant la fréquence et la couche considérée. La droite de lumière du matériau constituant la couche marque la frontière entre les deux comportements

[droites (b) et (c) sur FIGs. 1.4 et 1.5]. Superposé à ce comportement des ondes dans chaque couche de la période, les ondes électromagnétiques peuvent présenter un caractère évanescent ou oscillant, caractère qui est global, suivant que la fréquence appartient à une bande photonique interdite ou à une bande photonique permise, respectivement.

Il est alors possible de distinguer quatre types de comportements d'onde dans des films de cristaux photoniques construits à partir de matériaux diélectriques homogènes et non dispersifs [FIG. 1.8]. Les modes (a), situés dans une bande permise, ont un caractère oscillant dans le milieu entourant le film et à l'intérieur du film. Les modes (b) sont radiatifs dans l'air mais sont globalement évanescents dans la structure multicouche. Les états (c) appartiennent à une bande permise du cristal mais sont évanescents à l'extérieur du film. Enfin, le dernier type de modes, les modes (d), développent une évanescence à l'intérieur et à l'extérieur du film. La densité d'énergie est donc concentrée à l'interface des milieux. Ce sont, s'ils satisfont aux conditions de raccord, les modes de surface électromagnétiques de la multicouche.

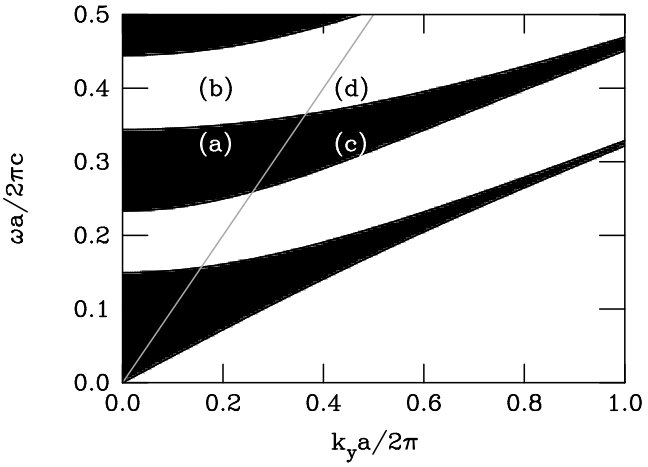


FIG. 1.8 – Répartition dans le plan (ω, k_y) des modes d'un film de cristal photonique. Les zones en noir correspondent aux bandes permises du cristal. La droite est la droite de lumière qui marque l'évanescence ou non des ondes dans le milieu environnant.

Pour un film mince homogène d'indice de réfraction différent de celui du vide, les modes évanescents dans le film se situent sous la droite de lumière du matériau. Cette droite est elle-même inférieure à la droite de lumière du vide.

Ce qui implique qu'une onde évanescente dans le film présente automatiquement une décroissance exponentielle dans le milieu environnant. Dès lors, des modes présentant une évanescence dans le film mais avec une onde oscillante à l'extérieur sont une particularité des cristaux photoniques.

La classification des régions faite précédemment décrit le comportement des ondes électromagnétiques. Cependant, elle ne fournit pas d'information sur l'existence des modes électromagnétiques. L'existence et la localisation en fréquence de chaque mode dépend de la solution détaillée des équations de Maxwell, incluant les conditions de raccord aux interfaces qui diffèrent selon la polarisation. En appliquant la méthode des matrices de transfert [Annexe A], il est possible de retrouver les modes électromagnétiques des milieux stratifiés [5, 10].

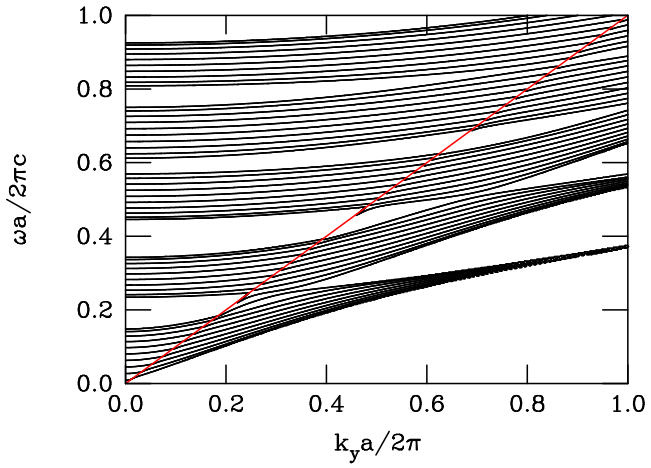


FIG. 1.9 – Relation de dispersion du film de cristal photonique constitué de 10 périodes identiques. Les caractéristiques de la période sont identiques à celles de FIG. 1.3 de la page 14. Le milieu entourant le film photonique est le vide dont la droite de lumière est représentée en trait plein. La polarisation retenue est TM.

Enfin, la résolution des équations de Maxwell montre qu'il existe exactement p modes dans chaque région où $k_z a$ varie de $m\pi$ à $(m+1)\pi$ [zones (a) et (c) de FIG. 1.8], et pas ailleurs [10]. Par exemple, pour une multicouche possédant 10 périodes, les relations de dispersion se présentent sous la forme de groupements de 10 modes [FIG. 1.9]. Physiquement, la multicouche peut être vue comme un système de p guides d'onde interagissant. Chaque guide supporte un certain nombre d'états. Dès que tous ces guides sont placés l'un près de l'autre, la présence d'un guide affecte les états de chaque guide individuel. Une telle interaction conduit au

dédoublement de chacun des p états dégénérés. Chaque mode d'un guide d'onde individuel est par conséquent dédoublé en une bande de p états non dégénérés. A la limite où p devient très grand, les p modes électromagnétiques remplissent la région $k_z a$ comprise entre $m\pi$ et $(m+1)\pi$. Ceci mène immédiatement aux bandes photoniques permises de la structure infinie.

Chapitre 2

Multicouches diélectriques comme réflecteurs

L'arrangement périodique de matériaux, tel que nous le trouvons dans les cristaux photoniques, conduit à une répartition des modes photoniques en modes permis et modes interdits. Cette classification influence inévitablement le spectre de réflectance. Ainsi, les ondes électromagnétiques de fréquence appartenant à une bande interdite ne peuvent se propager dans le cristal, n'ont d'autre alternative que d'être totalement réfléchies. Dans le domaine visible du spectre électromagnétique, l'industrie verrière a amplement utilisé cette propriété pour créer des vitres présentant des couleurs variées et pouvant même atteindre une très grande pureté. Vu l'invariance d'échelle des équations de Maxwell [22], l'idée de bandes interdites peut être étendue à tout le spectre électromagnétique. Les télécommunications utilisent les multicouches comme filtres sélectifs dans le domaine infrarouge. C'est pourquoi il est important, pour des réalisations technologiques, d'identifier les principales caractéristiques de la bande interdite.

Nous proposons, dès lors, un modèle basé sur les cristaux photoniques unidimensionnels semi-infinis afin de concevoir des réflecteurs artificiels qui reproduisent des changements de coloration avec l'angle d'incidence. Cette approche est inspirée de multicouches trouvées dans des spécimens biologiques. A la fois, la longueur d'onde dominante réfléchie et la largeur du gap peuvent être estimées et les calculs exacts des réflectances corroborent ces prédictions. L'utilité de l'approche est démontrée en modélisant un échantillon biologique, la carapace abdominale du bupreste *Chrysochroa vittata* [7], et un échantillon artificiel qui

reproduit l'aspect visuel de l'insecte. Les échantillons naturels nous enseignent que les effets recherchés proviennent du déséquilibre existant entre les épaisseurs des deux couches formant la maille unitaire.

2.1 Technologie inspirée de la nature

Parmi les insectes, il est fréquent de rencontrer des empilements périodiques de couches diélectriques qui produisent des couleurs vives et métalliques par réflexion de la lumière [6]. L'aspect métallique des surfaces découle de la réflexion strictement spéculaire de la lumière tandis que la pureté de la couleur est une résultante directe d'un filtre fréquentiel très sélectif.

Une autre propriété s'avère intéressante : la couleur du système optique stratifié change avec l'angle d'incidence quand celui-ci parcourt un intervalle allant de l'incidence normale à l'incidence rasante.

Cette particularité a été observée, par exemple chez les buprestes (coléoptères), parmi lesquels nous pouvons reconnaître le *Chrysochroa vittata*. Sur les élytres, qui sont des ailes antérieures, dures et cornées, qui recouvrent au repos les ailes postérieures des insectes coléoptères à la façon d'un étui, une couleur verte métallique apparaît qui passe au bleu sous des angles élevés. L'abdomen de l'insecte reflète du rouge à l'incidence normale et du vert-bleu à l'incidence rasante. Ces couleurs trouvent leur origine dans la structure même des écailles qui consistent en un milieu stratifié périodique réalisé à partir de couches d'air et de chitine. Ce miroir de Bragg agit donc comme un réflecteur sélectif dépendant de l'angle pour la lumière visible. Les caractéristiques remarquables de ce cristal photonique unidimensionnel naturel sont issues des fines couches d'air régulièrement espacées qui agissent comme une perturbation périodique du milieu homogène. Celui-ci est fait de chitine et son indice de réfraction est proche de 1.56. Par conséquent, les couleurs produites par réflexion sur le milieu stratifié dépendent de la distance entre les couches perturbatrices mais varient peu avec leur nature. En exploitant ce principe des films minces, les couleurs changeantes du *Chrysochroa vittata* ont été reproduites sur un réflecteur bio-inspiré [7]. A l'inverse, un autre type de coléoptère, *Hoplia coerulea*, réfléchit une lumière bleue métallique qui passe légèrement au violet sous des incidences rasantes [52]. Est-il donc possible de quantifier le changement de couleur avec l'angle d'incidence ?

En répondant à cette question, la conception de matériaux stratifiés artificiels avec des effets colorés choisis est alors facilitée [53].

Dans le cas des structures multicouches naturelles, nous trouvons plusieurs combinaisons de matériaux et de paramètres géométriques résultant de millions d'années d'adaptation. Pour les multicouches artificielles, les matériaux peuvent être choisis parmi une grande variété de candidats comme les diélectriques, les semi-conducteurs, les métaux ou encore les polymères. Cependant, la décision est restreinte par la combinaison de matériaux. Dans le cas présent, nous associons donc deux matériaux qui sont compatibles, en accord avec les contraintes imposées par le processus de fabrication. Les paramètres des matériaux comme l'indice de réfraction ne peuvent être variés de manière arbitraire. Par contre, les épaisseurs des couches sont des paramètres qui sont contrôlables de manière continue, et ce, sur un intervalle large. Les structures biologiques sont, quant à elles, très variées au niveau de la morphologie mais très limitées par rapport au choix de l'indice de réfraction [6]. En effet, les matériaux utilisés dans les structures biologiques possèdent des indices de réfraction variant de 1.00 (air) à 1.83 (guanine). En exploitant les différentes morphologies utilisées par la nature et le grand nombre de matériaux à notre disposition, nous espérons produire des structures dont les propriétés dépassent celles trouvées dans la nature.

2.2 Longueur d'onde dominante en réflexion

La définition des principales caractéristiques du spectre de réflexion est la première étape dans la conception de réflecteurs. Si le design reste simple, le spectre de réflectance présente un pic unique dans la gamme visible lorsque l'angle d'incidence varie. Le changement de couleur est dicté par le déplacement du pic de réflexion identifié par une longueur d'onde dominante. Cette longueur d'onde est considérée comme le premier outil pour la conception des réflecteurs. La largeur spectrale du pic de réflexion, influençant la pureté de la couleur, est reliée à la bande interdite associée au cristal photonique unidimensionnel. Le rapport de la largeur à la fréquence centrale de la bande interdite est le deuxième élément employé dans notre démarche. En utilisant ces deux notions, les caractéristiques des spectres de réflectance peuvent être prédites par des formules simples.

Les réflecteurs que nous désirons réaliser sont inspirés de systèmes optiques

stratifiés biologiques pour lesquels l'indice de réfraction n'excède pas 1.8. Dans notre approche, nous remplaçons l'empilement périodique constitué d'un nombre fini de bicouches par un milieu semi-infini effectif d'indice de réfraction moyen $\bar{n}$. Ce remplacement est autorisé tant que nous restons dans la limite des grandes longueurs d'onde, limite où l'onde voit le cristal comme un matériau homogène. De cette manière, nous devons distinguer deux cas extrêmes : le champ électrique de l'onde incidente parallèle ou perpendiculaire aux plans des couches. Le premier cas est valable pour la polarisation TE pour tous les angles et pour la polarisation TM aux faibles angles. Le dernier cas décrit mieux la réponse de la multicouche pour la polarisation TM sous une incidence rasante. Cette analyse est la conséquence directe de la biréfringence de forme [Chap. 1, p. 20]. D'ailleurs, cette dernière permet d'identifier les valeurs des angles à partir desquelles le deuxième cas est le mieux adapté. Pour faciliter la description du design, nous introduisons le rapport des épaisseurs des deux couches $r = d_2/d_1$, l'indice de réfraction de la couche la moins réfringente n_1 (appelé aussi indice de base) et le contraste d'indices de réfraction $\eta = n_2/n_1$. Dès lors, les indices de réfraction moyens [Eqs. (1.20) et (1.21)] deviennent

$$\bar{n}_{\parallel} = n_1 \left(\frac{1 + r\,\eta^2}{1 + r} \right)^{1/2}, \tag{2.1}$$

$$\bar{n}_{\perp} = n_1 \left(\frac{1 + r}{1 + r/\eta^2} \right)^{1/2}. \tag{2.2}$$

Par simplicité, nous considérons des matériaux diélectriques sans perte et non dispersifs dans le spectre de longueurs d'onde d'intérêts. Cette dernière assertion est valable pour les matériaux étudiés.

Connaissant désormais l'indice de réfraction moyen $\bar{n}$ du cristal photonique semi-infini, la relation de dispersion d'une onde se propageant dans la structure est donnée par

$$\omega = k\,\frac{c}{\bar{n}}, \tag{2.3}$$

pour laquelle k représente la norme du vecteur d'onde.

Dès qu'un contraste d'indices de réfraction se manifeste entre les deux couches de la période, cette relation est perturbée à l'approche des bandes interdites photoniques. Selon le théorème de Bloch, seuls sont couplés les vecteurs d'onde qui diffèrent d'un écart de $2\pi/a$ du réseau réciproque unidimensionnel, où a défi-

nit la période du cristal photonique. Les vecteurs d'onde, pour lesquels le gap photonique s'ouvre, se situent en bord de zone de Brillouin

$$k_z = m\,\frac{\pi}{a}, \tag{2.4}$$

avec m un nombre entier tel que $m = 1, 2, 3, \ldots$

La composante normale du vecteur d'onde de la multicouche dépend du nombre d'onde parallèle k_y, quantité qui est conservée au passage de chaque interface, et de la fréquence angulaire de l'onde ω par la formule

$$k_z = \left[\left(\frac{\omega}{c}\,\bar{n}\right)^2 - k_y^2\right]^{1/2}, \tag{2.5}$$

issue de la relation de dispersion [Eq. (2.3)].

Pour un cristal photonique unidimensionnel terminé par une surface, nous pouvons relier une onde se propageant dans la structure et une onde incidente suite à la conservation de la composante parallèle du vecteur d'onde k_y. Dans l'air, pour une onde frappant la surface avec un angle d'incidence θ, le nombre d'onde parallèle s'écrit

$$k_y = \frac{\omega}{c}\sin\theta. \tag{2.6}$$

Finalement, en regroupant les trois dernières relations [Eqs. (2.4), (2.5) et (2.6)], nous obtenons la condition qui détermine le centre de la bande interdite en unités réduites

$$\frac{\omega a}{2\pi c} = \frac{m}{2\left(\bar{n}^2 - \sin^2\theta\right)^{1/2}}. \tag{2.7}$$

Traduite en termes de longueur d'onde, la relation devient

$$\lambda = \frac{2a\,\left(\bar{n}^2 - \sin^2\theta\right)^{1/2}}{m}. \tag{2.8}$$

Dans le spectre visible, les réflexions totales émergeant à ces fréquences fournissent les longueurs d'onde dominantes qui déterminent, à leur tour, la coloration de l'échantillon, selon les règles de colorimétrie établies par la Commission Internationale de l'Eclairage (CIE) [54]. Lorsqu'une seule valeur entière de m conduit à une longueur d'onde dominante, la coloration de la multicouche est rapidement déterminée. Cette formule générale montre aussi que le pic de réflexion se décale

vers le bleu à mesure que l'angle d'incidence augmente. C'est cet effet que nous désirons exploiter pour réaliser des réflecteurs bio-inspirés.

Afin de comparer des milieux stratifiés avec différents paramètres géométriques et différents types de matériaux, il est plus aisé de fixer la valeur de la longueur d'onde dominante à incidence normale et de régler les dimensions physiques du système selon. Plus précisément, l'unique paramètre géométrique à régler est l'épaisseur de la couche la moins réfringente vu que les autres dimensions en dépendent $d_2 = rd_1$ et $a = d_1(1+r)$. En substituant les valeurs des indices de réfraction moyens [Eqs. (2.1) ou (2.2)] dans la formule de la longueur d'onde dominante évaluée en $\theta = 0^\circ$ [Eq. (2.8)], nous déduisons l'épaisseur de la couche la moins réfringente

$$d_{1\parallel} = m\frac{\lambda_0}{2n_1}\frac{1}{\left[\left(1+r\eta^2\right)(1+r)\right]^{1/2}}, \tag{2.9}$$

$$d_{1\perp} = m\frac{\lambda_0}{2n_1}\left[\frac{1+r/\eta^2}{(1+r)^3}\right]^{1/2}. \tag{2.10}$$

L'orientation du champ électrique incident par rapport aux interfaces des couches imposent le choix de l'une ou l'autre définition. λ_0 est la longueur d'onde dominante en réflexion définie pour une incidence nulle, $\lambda_0 = 2a\bar{n}/m$. Maintenant, chaque design peut être comparé sur base de la "richesse spectrale" que nous spécifions par les quantités sans dimensions suivantes

$$\Theta_\parallel = \frac{\lambda_{\theta,\parallel}}{\lambda_0} = \left[1 - \frac{1+r}{1+r\eta^2}\frac{\sin^2\theta}{n_1^2}\right]^{1/2}, \tag{2.11}$$

$$\Theta_\perp = \frac{\lambda_{\theta,\perp}}{\lambda_0} = \frac{1+r}{\left[\left(1+r/\eta^2\right)\left(1+r\eta^2\right)\right]^{1/2}}\left[1 - \frac{1+r/\eta^2}{1+r}\frac{\sin^2\theta}{n_1^2}\right]^{1/2}. \tag{2.12}$$

La richesse spectrale est indépendante des dimensions physiques de la structure. En la multipliant par une valeur désirée de la longueur d'onde dominante à incidence normale, nous obtenons l'ensemble des longueurs d'onde parcouru par la longueur d'onde dominante dès que l'angle d'incidence est modifié.

Du point de vue de la sélectivité spectrale, plusieurs modèles de multicouches peuvent être analysés à partir de la largeur de la bande interdite. Au chapitre précédent (p. 15), nous avons expliqué qu'en ne retenant que les premiers termes de la décomposition de Fourier de la constante diélectrique, la largeur de la pre-

mière bande interdite normalisée par rapport à la fréquence centrale et évaluée à l'incidence normale s'écrit

$$\delta = \frac{\Delta\omega_{gap,1}}{\omega_1} = \frac{2}{\pi}\frac{(1+r)\,(1-\eta^2)\sin\left(\frac{\pi}{1+r}\right)}{1+r\eta^2}. \tag{2.13}$$

2.3 *Chrysochroa vittata* et sa copie artificielle

2.3.1 Prédictions du modèle

La structure biologique air/chitine considérée se retrouve dans l'écaille abdominale d'un bupreste, le *Chrysochroa vittata* [7]. Les mesures de réflectance effectuées sur l'échantillon révèlent une longueur d'onde dominante à l'incidence normale aux alentours de 640 nm. Pour la comparaison, nous prenons $\lambda_0 = 640$ nm pour tous les calculs. Nous avons retenu la polarisation TE de telle manière que la même définition de l'indice de réfraction moyen [$\bar{n}_{\|}$ dans Eq. (2.1)] est utilisée pour tous les angles. L'indice de base et le contraste d'indices de la biostructure sont, respectivement, égaux à $n_1 = 1$ et $\eta = 1.56$. Pour le système artificiel, le choix s'est porté sur le SiO_2 pour la couche de faible indice $n_1 = 1.70$ et le TiO_2 pour la couche la plus réfringente $n_2 = 2.7$. Bien qu'arbitraire, les contraintes des techniques de fabrication des films diélectriques nous imposent ce choix. Pour la multicouche artificielle, à la fois, l'indice de base et le contraste d'indices ($\eta = 1.8$) sont plus importants que ceux des écailles du *Chrysochroa vittata*.

La richesse spectrale [Eq. (2.11)], calculée pour différents angles d'incidence, et la largeur de la première bande interdite [Eq. (2.13)] sont déterminées pour les structures biologique ainsi qu'artificielle en fonction du rapport des épaisseurs des couches [Fig. 2.1]. Les épaisseurs des couches [Eq. (2.9)] sont réglées pour maintenir constante la longueur d'onde dominante à incidence normale ($\lambda_0 = 640$ nm) alors que le rapport des épaisseurs varie. En terme de longueurs d'onde, une richesse spectrale de 0.7 correspond à un déplacement de la longueur d'onde dominante jusqu'à la valeur de $640 \times 0.7 = 488$ nm. Les courbes révèlent aussi qu'au plus la couche de haut indice est fine (valeurs de r très faibles), au plus la richesse spectrale est étendue. On s'attend donc à un plus grand décalage vers le bleu du pic de réflexion à mesure que l'angle d'incidence augmente. Par ailleurs, un fort déséquilibre des épaisseurs des couches ($r >> 1$ ou $r << 1$) conduit à des

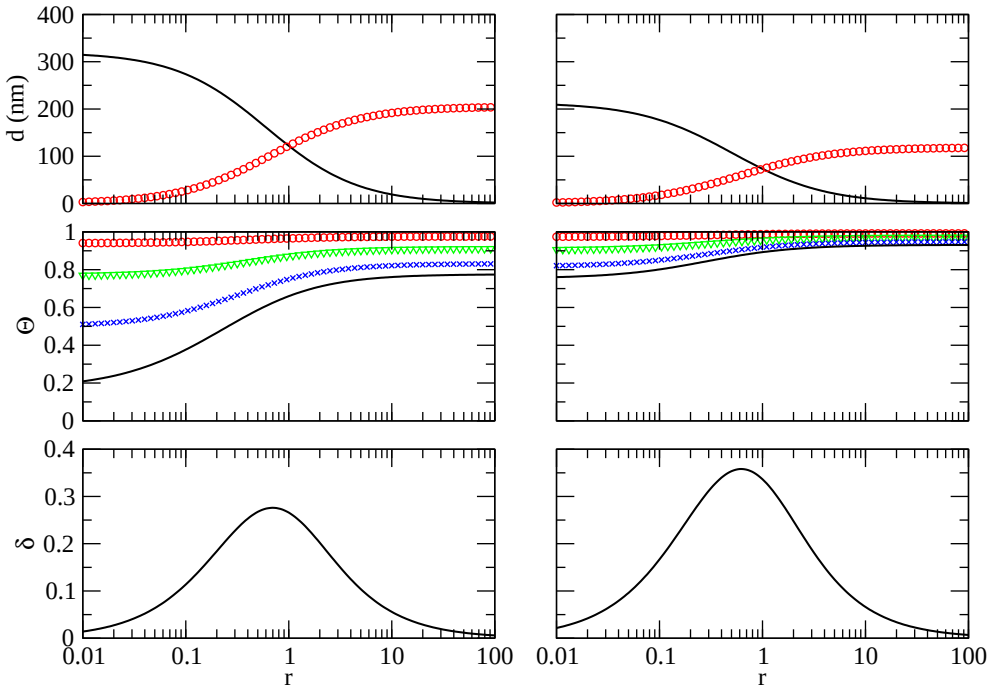


FIG. 2.1 – Epaisseur des couches d (haut : la courbe en trait plein et la courbe avec les cercles correspondent aux épaisseurs de la couche la moins réfringente d_1 et la plus réfringente d_2, respectivement), richesse spectrale Θ (milieu) et largeur de la première bande interdite normalisée δ (bas) en fonction du rapport des épaisseurs des couches r. A gauche se trouve le cas du *Chrysochroa vittata* ($n_1 = 1.0, n_2 = 1.56$) tandis qu'à droite la structure artificielle ($n_1 = 1.5, n_2 = 2.7$) est illustrée. Les résultats sont calculés en polarisation TE. La richesse spectrale est évaluée pour des angles d'incidence allant de 20° (courbe avec les cercles) à 80° (courbe en trait plein) par pas de 20°.

gaps étroits, améliorant la sélectivité spectrale.

La dépendance de la richesse spectrale, sous une incidence de 60°, et de la largeur de la bande interdite suivant le rapport des épaisseurs des couches est représentée pour différents contrastes d'indices et différentes valeurs de l'indice de base [FIG. 2.2]. Nous observons qu'une grande richesse spectrale peut être obtenue si l'indice de base et le contraste d'indices sont petits, et ce, indépendamment l'un de l'autre. En revanche, la bande interdite n'est en aucun cas influencée par l'indice de base mais uniquement par le contraste d'indices. En effet, une diminution du contraste d'indices implique une bande interdite plus étroite.

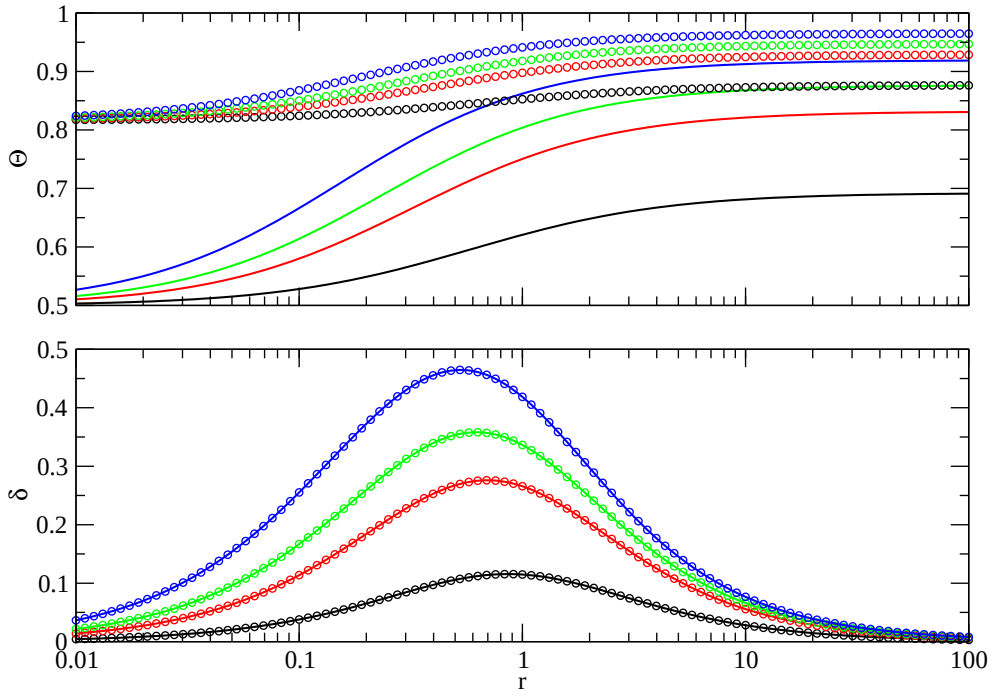
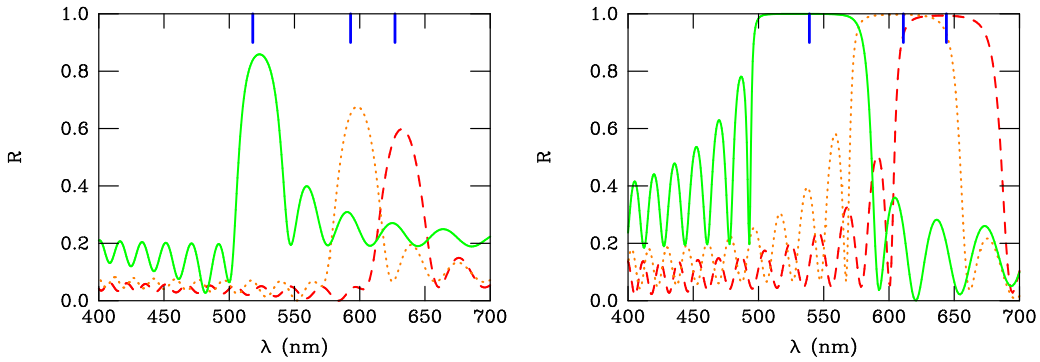


FIG. 2.2 – Richesse spectrale Θ (haut) et largeur du premier gap normalisée δ (bas) variant avec le rapport des épaisseurs des deux couches r. Les courbes en trait plein et avec des cercles sont associées, respectivement, à un indice de base n_1 de 1.0 et de 1.5. Pour chaque indice de base, allant de bas en haut sont illustrées différentes valeurs du contraste d'indices $\eta = 1.20, 1.56, 1.80, 2.20$. L'incidence de l'onde électromagnétique est fixée à 60°.

2.3.2 Validation du modèle

Afin de valider notre approche théorique basée sur des systèmes stratifiés semi-infinis, nous comparons les prédictions avec les spectres de réflectance d'une multicouche composée d'un nombre fini p de périodes. Dans ce but là, nous résolvons exactement les équations de Maxwell pour le milieu stratifié. Plus précisément, c'est la technique des matrices de transfert qui est employée [Annexe A]. Pour reproduire le spectre de réflectance de l'écaille du *Chrysochroa vittata* [FIG. 2.3 (A)], les paramètres de la multicouche sont des épaisseurs de couche $d_1 = 10$ nm et $d_2 = 194$ nm ainsi que des indices de réfraction $n_1 = 1.00$ et $n_2 = 1.56$. Le nombre de périodes p choisi équivaut à 20. En calculant le spectre de réflectance, le maximum se situe à 640 nm à l'incidence normale. Cette coloration rouge, établie selon les standards colorimétriques de la CIE [54], est effectivement observée sur la partie ventrale du coléoptère. De plus, le spectre calculé est confirmé par la

réflectance expérimentale [7]. Pour une incidence de 30°, la longueur d'onde dominante est localisée à environ 595 nm, donnant une contribution orangée. Enfin, pour une incidence rasante de 60°, la longueur d'onde est déplacée dans le vert avec une valeur de 520 nm. C'est ce qui est effectivement observé quand nous regardons le ventre du bupreste sous l'incidence rasante. Pour des angles de plus en plus obliques, la réflexion globale tend à être plus élevée que celle évaluée pour l'incidence normale, c'est un effet associé à la réflexion rasante qui atteint une valeur théorique de 100% à 90°.



(A) (B)

FIG. 2.3 – Réflectance en fonction de la longueur d'onde λ de la partie ventrale du *Chrysochroa vittata* (A) et de la structure bio-inspirée construite à partir de SiO_2 et de TiO_2 (B). Les courbes en tirets, en pointillés et en trait plein représentent, respectivement, l'incidence normale, l'incidence oblique de 30° et l'incidence oblique de 60°. La polarisation de la lumière est TE. Les lignes verticales correspondent aux longueurs d'onde dominantes en réflexion [Eq. (2.8)].

La deuxième multicouche correspond au réflecteur artificiel fabriqué avec du SiO_2 pour le matériau de bas indice et du TiO_2 pour le matériau de haut indice [FIG. 2.3 (B)]. Les épaisseurs de couche sont identiques à celles de la bio-structure, néanmoins nous inversons le rapport. C'est la couche la plus réfringente qui possède la plus faible épaisseur. A nouveau, la période est répétée 20 fois. Le spectre de réflectance de la structure bio-inspirée déposée sur un substrat de verre montre que, malgré le changement de matériaux, nous retrouvons des propriétés optiques similaires au bupreste qui consistent au déplacement de la bande interdite du rouge (640 nm à 0°) au vert (530 nm à 60°) en fonction de l'angle d'incidence. En outre, le pic de réflexion, pour cette structure, atteint le maximum (100 %) dès l'incidence normale. Cependant, les lobes latéraux issus des interférences de

Fabry-Pérot, ont une contribution plus importante que dans le cas de l'insecte.

Dans les deux cas, nous remarquons l'accord entre les valeurs de longueurs d'onde dominantes (lignes verticales) et la position des pics de réflexion. Les résultats fournis par le modèle simplifié s'écartent de 5% des valeurs exactes des spectres simulés des miroirs de Bragg finis.

2.3.3 Designs bio-inspirés

Dans le cas de l'empilement stratifié biologique comme celui trouvé sur la partie ventrale du *Chrysochroa vittata*, le modèle prédit un grand déplacement de la longueur d'onde dominante avec l'angle d'incidence, ayant comme résultat un changement spectaculaire de la couleur allant du rouge au vert [Fig. 2.3 (A)]. Ce modèle explique aussi comment le bupreste est capable d'obtenir une grande richesse spectrale et une grande sélectivité [Fig. 2.1]. En effet, un déséquilibre dans les épaisseurs de couches ($r = 19.4$), un contraste d'indice relativement faible ($\eta = 1.56$) ainsi qu'un indice de base peu élevé ($n_1 = 1$) sont les ingrédients nécessaires pour de telles propriétés. L'insecte obtient un indice de base semblable à celui de l'air en créant des irrégularités à la surface des couches de chitine. Cette situation rappelle le cristal photonique trouvé dans le cténophore *Beroë cucumis* [55], où une grande richesse spectrale est produite à partir d'un contraste d'indices faible. Bien qu'une richesse spectrale aurait pu être atteinte dans le cas du *Chrysochroa vittata* avec un rapport moindre des épaisseurs, la sélectivité spectrale aurait perdu de sa qualité. La géométrie de la multicouche naturelle semble être remarquablement optimisée pour fonctionner comme un filtre très sélectif de la lumière visible. Cette constatation est encore plus marquante quand nous considérons que l'insecte doit répondre simultanément aux différentes exigences soumises par la sélection naturelle. La carapace de l'insecte doit être légère mais relativement dure, elle doit protéger l'animal de l'eau tout en assurant une fonction optique. Notons que de faibles déplacements de la longueur d'onde dominante suivant l'angle d'incidence ont été découverts dans la *Hoplia coerulea* [52] qui arbore une couleur iridescente bleue-violette. La carapace de l'insecte est constituée d'une multicouche possédant un très faible contraste d'indices ($\eta = 1.16$). Cependant, dans ce cas-ci, l'indice de base est plus élevé que dans le cas du *Chrysochroa vittata* et, comme le modèle le prédit, la richesse spectrale diminue [Fig. 2.2]. Dans la *Hoplia coerulea*, le rapport des épaisseurs ($r = 0.33$)

est optimisé pour une sélectivité spectrale de bonne qualité et assure ainsi des valeurs du coefficient de réflexion suffisantes.

Dans le cas des multicouches artificielles, à moins de créer une structuration de la surface ou d'employer des matériaux poreux, l'indice de base est plus élevé que dans le cas de la structure air/chitine considérée ci-dessus. En effet, des valeurs d'indice de réfraction de l'ordre de 1.08 ont été atteintes récemment pour une couche faite de nanocylindres de SiO_2 déposés aléatoirement [56]. En prenant des couches homogènes de SiO_2 à la place de l'air comme matériel de bas indice, une pénalité sur la richesse spectrale est attendue [Fig. 2.2]. Une solution consisterait à compenser cela en diminuant le contraste d'indices, c'est-à-dire de remplacer le TiO_2 par un autre oxyde d'indice de réfraction plus petit. Toutefois, ce remplacement se ferait aux dépens de la valeur du pic de réflexion. De manière intéressante, dans le cas de l'assemblage SiO_2/TiO_2, nous pouvons retrouver une grande richesse spectrale en renversant le rapport des épaisseurs. La couche de haut indice est plus fine que celle de bas indice. Malgré cette modification, nous préservons la largeur de la bande interdite.

Chapitre 3

Modes de surface des multicouches diélectriques

Proches des bandes interdites, les relations de dispersion des milieux stratifiés ne sont plus de simples droites telles que nous pouvons les rencontrer dans les milieux homogènes. Ainsi, des propriétés optiques particulières telles que la réfraction négative ou l'effet superprisme ont été observées [46]. Nous pouvons donc affirmer que les systèmes optiques stratifiés sont des métamatériaux. Assurément, non seulement ils montrent des effets optiques qu'il est impossible d'observer dans la nature mais, dans ces systèmes, il est concevable de contrôler, par la géométrie de la structure, certaines propriétés que nous rencontrons fréquemment dans la nature.

C'est pourquoi, nous examinons désormais la partie non radiative des relations de dispersion, là où les champs présentent une décroissance exponentielle à l'extérieur du film photonique. L'intérêt se porte plus particulièrement sur les états de surface. Le clivage du cristal photonique induit une perturbation de la structure périodique à laquelle est associé un mode électromagnétique. Par ailleurs, dans les multicouches, les états de surface dépendent fortement de la géométrie du système et des matériaux utilisés pour construire la période [13, 15, 16, 17, 18].

En électromagnétisme, les états de surface sont des états dont l'amplitude des champs est maximale à l'interface et décroît exponentiellement de part et d'autre. Le confinement de l'énergie électromagnétique le long de l'interface est intéressant du point de vue technologique. Parfois, ce confinement de la lumière se fait sur des distances qui sont inférieures à la longueur d'onde. Avec cette optique des

surfaces, la miniaturisation des applications photoniques est surtout facilitée.

En premier lieu, nous établissons la relation de dispersion des états de surface régnant à l'interface de deux milieux semi-infinis. La relation de dispersion fournit alors les conditions d'existence de ces modes. Nous limitons la résolution des équations de Maxwell au cas retardé. A partir de là, des exemples de modes de surface sur des matériaux homogènes, comme les métaux et les cristaux ioniques peuvent être expliqués. Enfin, sont abordés les états de surface sur les multicouches diélectriques. La nouveauté est d'utiliser une théorie effective pour démontrer que les relations de dispersion "classiques" des modes de surface électromagnétiques s'adaptent aux cristaux photoniques unidimensionnels.

3.1 Modes de surface en électromagnétisme

La recherche de la relation de dispersion des modes de surface requiert la résolution des équations de Maxwell pour deux milieux semi-infinis [FIG. 3.1]. La séparation entre les deux milieux survient en $z = 0$. La direction normale à l'interface des milieux est fixée par l'axe Oz. De manière générale, les réponses optiques sont des fonctions de la variable z. Pour chaque milieu, la constante diélectrique est définie par ϵ_j et la perméabilité magnétique est donnée par μ_j avec $j = 1, 2$. Ces réponses optiques peuvent dépendre de la fréquence angulaire ω. Dès que les solutions des équations de Maxwell sont connues dans chaque milieu, il faut appliquer les conditions de raccord. Ce sont ces conditions de continuité au passage à l'interface qui vont préciser les relations de dispersion des modes d'interface. Notons que seuls les champs de forme évanescente sont retenus afin d'être en accord avec la définition des modes électromagnétiques de surface.

Pour établir les conditions d'existence des modes de surface, nous recherchons les ondes exponentiellement décroissantes dans chaque couche [solutions évanescentes des Eqs. (A.9) et (A.15)] et nous appliquons ensuite les conditions de continuité à l'interface.

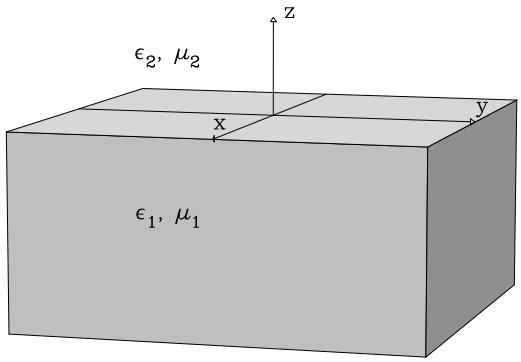


FIG. 3.1 – Milieux semi-infinis définis par une constante diélectrique ϵ_1 et une perméabilité magnétique μ_1 pour le premier et, ϵ_2 et μ_2, pour le second. L'interface entre les deux milieux se situe à l'abscisse $z = 0$. L'axe Oz spécifie la direction normale à l'interface.

3.1.1 Relation de dispersion TE

Dans la première couche homogène, l'équation d'onde [Eq. (A.9)] dépend des réponses optiques ϵ_1 et μ_1

$$\frac{\mathrm{d}^2 E_x^{(1)}}{\mathrm{d}z^2} + \left[\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \epsilon_1(\omega)\ \mu_1(\omega) - k_y^2\right] E_x^{(1)} = 0, \tag{3.1}$$

Pour des champs qui ne divergent pas à l'infini, l'amplitude, dans la première couche, s'écrit

$$E_x^{(1)} = A\ \exp\left(\kappa_{1,z}\ z\right) \tag{3.2}$$

avec $\kappa_{1,z}$ la composante normale du vecteur d'onde dont la partie réelle est toujours positive

$$\kappa_{1,z} = \left[k_y^2 - \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \epsilon_1(\omega)\ \mu_1(\omega)\right]^{1/2}. \tag{3.3}$$

La partie réelle est toujours positive car, pour des ondes évanescentes, la fréquence se situe sous la droite de lumière du milieu, déterminée par l'équation $ck_y/(\epsilon_1\mu_1)^{1/2}$.

Pour le second milieu, la propagation des ondes électromagnétiques obéit à

l'équation d'onde

$$\frac{\mathrm{d}^2 E_x^{(2)}}{\mathrm{d}z^2} + \left[\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \epsilon_2(\omega)\ \mu_2(\omega) - k_y^2\right] E_x^{(2)} = 0. \tag{3.4}$$

De nouveau, pour une onde qui présente son amplitude maximale à l'interface et qui ne diverge pas loin de celle-ci, la composante normale au plan d'incidence du champ électrique devient

$$E_x^{(2)} = B\ \exp\left(-\kappa_{2,z}\ z\right). \tag{3.5}$$

La quantité $\kappa_{2,z}$ désigne la composante normale à l'interface du vecteur d'onde, écrite de telle manière que la partie réelle est positive,

$$\kappa_{2,z} = \left[k_y^2 - \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \epsilon_2(\omega)\ \mu_2(\omega)\right]^{1/2}. \tag{3.6}$$

Les conditions de raccord [Eq. (A.10)] à l'interface d'abscisse $z = 0$ stipulant la continuité des composantes tangentielles du champ magnétique et du champ électrique fournissent un système très simple de deux équations

$$A = B \tag{3.7}$$

$$\frac{\kappa_{1,z}}{\mu_1(\omega)} A = -\frac{\kappa_{2,z}}{\mu_2(\omega)} B. \tag{3.8}$$

Immédiatement à partir de ce système, la condition d'existence des modes de surface entre deux milieux semi-infinis est précisée par

$$\frac{\kappa_{1,z}}{\mu_1(\omega)} + \frac{\kappa_{2,z}}{\mu_2(\omega)} = 0. \tag{3.9}$$

Les composantes normales des vecteurs d'onde étant des quantités positives, les perméabilités magnétiques, μ_1 et μ_2 doivent, pour certaines fréquences, être de signes opposés pour annuler la condition d'existence des modes de surface. Notons que cette relation est bien une relation de dispersion liant le vecteur d'onde à la fréquence. En effet, tous deux sont contenus dans les composantes normales des vecteurs d'onde $\kappa_{1,z}$ et $\kappa_{2,z}$.

3.1.2 Relation de dispersion TM

Pour la polarisation TM, poursuivre le même raisonnement que pour la polarisation TE mais réalisé à partir de la composante transverse du champ magnétique $H_x(z)$ [Eq. (A.15)], mène à la condition d'existence suivante pour les modes de surface

$$\frac{\kappa_{1,z}}{\epsilon_1(\omega)} + \frac{\kappa_{2,z}}{\epsilon_2(\omega)} = 0. \tag{3.10}$$

A l'instar du mode TE, les constantes diélectriques, ϵ_1 et ϵ_2, imposent l'existence des modes de surface. Seuls deux matériaux pour lesquels elles sont opposées en signe supportent des états de surface à leur interface. Dans la limite non retardée des équations de Maxwell où la vitesse de la lumière est traitée comme infinie, la relation de dispersion des modes de surface se transforme en une condition très simple

$$\epsilon_1(\omega) = -\epsilon_2(\omega). \tag{3.11}$$

Si un des milieux est le vide, les modes de surfaces apparaissent si

$$\epsilon_1(\omega) = -1. \tag{3.12}$$

3.2 Modes de surface des milieux homogènes

Connaissant les conditions d'existence des modes de surface des ondes électromagnétiques [Eqs. (3.9) et (3.10)] quelle que soit la polarisation, nous regardons si des matériaux homogènes peuvent supporter de tels modes. En premier lieu, la plupart des matériaux homogènes considérés sont non magnétiques. Par conséquent, les perméabilités magnétiques sont proches de l'unité ($\mu_1 = \mu_2 = 1$). Automatiquement, en polarisation TE, il est impossible d'obtenir une opposition de signes pour les perméabilités magnétiques [Eq. (3.9)]. Des ondes de surface ne peuvent pas se propager à l'interface de deux milieux homogènes en polarisation TE.

L'hypothèse selon laquelle les matériaux sont non magnétiques permet de simplifier la relation de dispersion des modes de surface pour la polarisation TM [Eq. (3.10)]. En reprenant les expressions des composantes normales des vecteurs

d'onde [Eqs. (3.3) et (3.6)], la relation de dispersion devient

$$k_y^2 = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \frac{\epsilon_1(\omega)\epsilon_2(\omega)}{\epsilon_1(\omega) + \epsilon_2(\omega)}. \tag{3.13}$$

Les modes de surface observés sur les matériaux homogènes sont des modes polarisés TM. Pour cette polarisation, l'existence des modes de surface vient de l'opposition de signes des constantes diélectriques, condition vérifiée par certains matériaux comme les métaux et les cristaux ioniques.

Les excitations collectives des matériaux induisent des dipôles électriques ou magnétiques. Ces dipôles peuvent facilement se coupler avec une radiation électromagnétique. Le couplage fort entre ces ondes électromagnétiques et les excitations collectives des matériaux est appelé polariton [14, 44]. En optique, il décrit le croisement entre la droite de lumière et un mode propre au milieu. La résonance photon-matériau change complètement le caractère de la propagation électromagnétique. Par résonance, nous entendons une condition pour laquelle les fréquences et les vecteurs d'onde sont approximativement égaux. Les polaritons possèdent un caractère mixte de vibrations matérielles des modes de polarisation ionique et immatérielles des modes de photons. En réalité, le couplage est implicite dans les équations de Maxwell et exprimé dans la fonction diélectrique du matériau.

3.2.1 Phonon-polaritons

Les phonon-polaritons émanent du couplage d'un photon avec les phonons, ces modes de vibration des atomes du réseau cristallin. L'interaction se matérialise aux fréquences infrarouges. Ces polaritons apparaissent dans les cristaux ioniques comme les halogénures alcalins (NaCl, LiF) ou les semi-conducteurs (GaAs).

La constante diélectrique de ces matériaux tient compte des fréquences de résonance des modes de vibrations longitudinale ω_{LO} et transverse ω_{TO}

$$\epsilon(\omega) = \epsilon(\infty)\frac{\omega^2 - \omega_{LO}^2}{\omega^2 - \omega_{TO}^2}. \tag{3.14}$$

La fonction diélectrique s'annule pour la fréquence associée au mode longitudinal, ce qui est utile à la définition du mode. Par contre, la fréquence transverse est un pôle de la constante diélectrique. La réponse électrique est négative si la

fréquence est comprise entre les deux fréquences de résonance. Une onde incidente sur le cristal ne se propage pas dans le milieu ionique à cette fréquence mais est complètement réfléchie.

La constante diélectrique peut être réécrite en tenant compte de la relation de Lyddane-Sachs-Teller

$$\frac{\omega_{LO}^2}{\omega_{TO}^2} = \frac{\epsilon(0)}{\epsilon(\infty)}, \tag{3.15}$$

où $\epsilon(0)$ est la constante diélectrique statique et $\epsilon(\infty)$ est la limite aux hautes fréquences, c'est-à-dire aux fréquences supérieures à ω_{TO} mais telles que la polarisation électronique suit le champ imposé mais pas la polarisation ionique. La constante diélectrique devient

$$\epsilon(\omega) = \epsilon(\infty) + [\epsilon(0) - \epsilon(\infty)] \frac{\omega_{TO}^2}{\omega_{TO}^2 - \omega^2}. \tag{3.16}$$

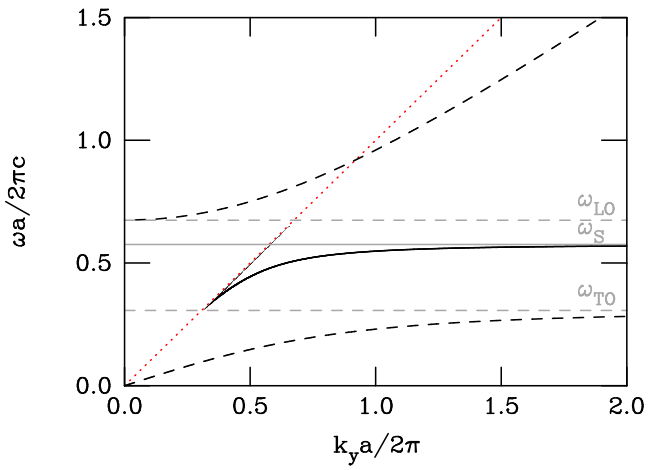


FIG. 3.2 – Relation de dispersion des phonon-polaritons du LiF semi-infini. Les courbes noires en tirets représentent la relation de dispersion des modes transverses retardés. Le phonon-polariton de surface correspond à la courbe noire solide. Dans le cas non retardé, cette courbe tend vers ω_s, droite solide en gris. La droite en pointillés est la droite de lumière du vide. Les différents paramètres du LiF sont $\epsilon(0) = 9.72$, $\epsilon(\infty) = 1.92$, $\omega_{TO} = 5.78 \times 10^{13}$Hz et $\omega_{LO} = 12.7 \times 10^{13}$Hz [14]. Le phonon-polariton de surface est calculé pour un film d'épaisseur a de 1 cm.

Pour un cristal ionique infini, les ondes électromagnétiques transverses se couplent avec les phonons optiques [FIG. 3.2]. Suite à ce couplage, la branche

$\omega = \omega_{TO}$ et la droite de lumière $\omega = k_y c$ subissent une "répulsion" au point de croisement. Près de la résonance transverse, les modes sont mixtes. Par contre, les phonon-polaritons ne reprennent leur caractère purement matériel ou photonique que pour des fréquences et des vecteurs d'onde loin de la région de résonance. Le comportement des modes est photonique aux faibles fréquences et faibles vecteurs d'onde. Pour ces valeurs, les modes se déplacent avec une vitesse déterminée par la constante diélectrique statique, de l'ordre de $\sqrt{\epsilon(0)}$. De la même manière, aux grandes fréquences, la courbe de dispersion des polaritons est parallèle à la droite de lumière de coefficient angulaire $\sqrt{\epsilon(\infty)}$. Il est important de noter que les phonons longitudinaux ne se couplent pas à l'onde électromagnétique, onde qui possède par nature un caractère uniquement transverse [Eqs. (A.1) et (A.2)].

Entre les deux fréquences de résonance ω_{TO} et ω_{LO}, la constante diélectrique devient négative. Dans ce cas, l'indice de réfraction est une quantité imaginaire. Les ondes électromagnétiques ne peuvent pas se propager dans le cristal. C'est pourquoi, nous ne retrouvons aucun mode de volume dans le gap ionique sur la relation de dispersion [Fig. 3.2]. Au contraire, dès que le cristal est clivé et présente une surface apparente, des phonon-polaritons de surface subsistent dans cet intervalle. En effet, sous la droite de lumière du vide, les ondes électromagnétiques développent un caractère exponentiel dans le vide environnant mais aussi dans le cristal. Les conditions de raccord des champs [Eq. (3.10)] vont influer sur l'existence du mode de surface et aussi sur leur relation de dispersion [Fig. 3.2]. Le phonon-polariton de surface s'approche, pour le cas non-retardé, de la fréquence angulaire

$$\omega_s = \omega_{TO} \left[\frac{\epsilon(0) + 1}{\epsilon(\infty) + 1} \right]^{1/2} . \tag{3.17}$$

Pour un cristal ionique entouré de vide, cette fréquence est racine de la relation de dispersion des modes de surface dans le cas non-retardé [Eq. (3.12)].

Une caractéristique importante des modes de surface est qu'ils induisent un champ électrique à l'extérieur du solide contrairement aux modes volumiques. Une particule chargée, extérieure à l'échantillon, peut les exciter. Nous pensons particulièrement aux électrons qui entrent en collision avec les modes optiques associés aux surfaces dans les spectroscopies par perte d'énergie.

3.2.2 Plasmon-polaritons

Les matériaux conducteurs, comme les métaux (Au, Ni, Ag,...), sont modélisés par un gaz d'électrons libres dont la densité de charges négatives mobiles compense la densité de charges positives fixes. Les coeurs ioniques des atomes du métal jouent le rôle des ions positifs du cristal ionique tandis que les électrons sont assimilés aux ions négatifs.

En poursuivant l'analogie, les modes transverses optiques des cristaux ioniques correspondent à un cisaillement qui n'entraîne aucune variation locale de densité de charges. Vu qu'un gaz n'oppose aucune résistance aux mouvements de cisaillement, la constante de rappel pour ces modes ω_{TO} s'annule. En revanche, les modes longitudinaux induisent des fluctuations de densité de charges, ce qui conduit à identifier la fréquence ω_{LO} à la fréquence d'oscillations longitudinales du plasma électronique ω_p. D'où, la constante diélectrique des métaux est donnée par

$$\epsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}. \tag{3.18}$$

La fréquence d'oscillation du plasma électronique est déterminée classiquement à partir d'un modèle d'oscillateur harmonique. Les charges négatives mobiles oscillent autour des charges positives fixes. Ainsi, la fréquence d'oscillation du plasma est liée aux quantités microscopiques des électrons libres comme leur nombre n, leur masse m_e et leur charge e

$$\omega_p = \left(\frac{n\, e^2}{m_e \epsilon_0} \right)^{1/2}. \tag{3.19}$$

Ces quantités expliquent la transparence ultraviolette des métaux. Notons, toutefois, que des métaux comme l'or ou le cuivre ont leur fréquence d'oscillation du plasma dans le visible. C'est pourquoi, l'or est un métal jaune contrairement à l'aluminium qui apparaît blanc.

Les oscillations du plasma, ces ondes de porteurs de charges dans les milieux conducteurs, se couplent également avec un photon pour donner lieu à un plasmon-polariton. Etroitement lié aux valeurs de la fréquence d'oscillation ω_p, le couplage se situe dans la région ultraviolette du spectre. Les relations de dispersion des plasmon-polaritons sont similaires à celles des phonon-polaritons [Fig. 3.2], hormis le fait que ω_{TO} tombe à zéro et ω_{LO} est remplacée par ω_p. Dès

que le métal présente une surface, des plasmon-polaritons de surface existent, avec comme fréquence limite, dans le cas non-retardé

$$\omega_s = \frac{\omega_p}{\sqrt{2}}. \tag{3.20}$$

3.3 Modes de surface des milieux stratifiés

Des modes électromagnétiques peuvent être guidés à la surface d'une multicouche diélectrique périodique. Précédemment [Chap. 1, p. 13], nous avons montré que pour une fréquence ω fixée, il existe des régions du nombre d'onde parallèle k_y pour lesquelles le vecteur de Bloch k_z est une grandeur complexe [Eq. (1.12)],

$$k_z = \frac{m\pi}{a} \pm i\, k_{z,im} \tag{3.21}$$

avec a la longueur de la période de la multicouche et m un nombre entier. Pour une structure infinie, la décroissance exponentielle ne peut exister et, dans ces régions, toute propagation d'ondes électromagnétiques est interdite. Dès que le cristal photonique est clivé, faisant apparaître une surface, l'amortissement exponentiel est une solution légitime près de l'interface et l'enveloppe du champ décroît comme $\exp(-k_{z,im}\, z)$ où z précise la distance par rapport à l'interface.

L'existence des modes de surface peut aussi être justifiée en utilisant la théorie des perturbations. Selon cette théorie, une multicouche périodique qui consiste en l'alternance de différents indices de réfraction peut être considérée comme un système de plusieurs guides d'onde interagissant [Chap. 1, p. 24]. Tous ces guides d'onde sont identiques excepté celui qui est situé proche de la surface. La force de l'interaction liée au recouvrement des champs évanescents dépend de la séparation entre les guides d'onde voisins. Lorsque la séparation est infinie, l'interaction disparaît et les différents guides d'onde sont traités comme indépendants les uns des autres. Les modes propres se divisent alors en deux groupes. Le premier est un état infiniment dégénéré tandis que le second est un état non-dégénéré associé au guide d'onde proche de la surface. Dès que les guides d'onde sont placés ensemble, le couplage implique une levée de dégénérescence. Comme les modes propres se dédoublent, la bande d'énergie permise de la structure infinie est complètement occupée par tous les niveaux qui étaient, à l'origine, un seul infiniment dégénéré. Comme conséquence, le niveau non-dégénéré associé au guide d'onde de surface

est "expulsé" de la bande permise. Il se retrouve alors dans la bande interdite. La fonction d'onde de cet état est localisé près de l'interface car la valeur propre correspondante est dans le gap photonique sous la forme $k_z = m\pi/a \pm i\, k_{z,im}$.

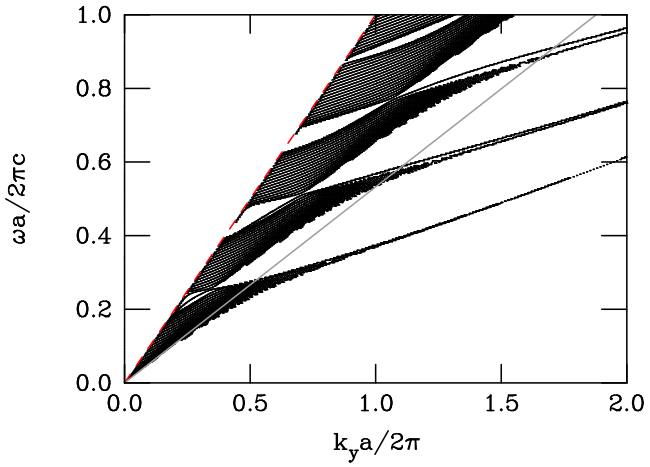


FIG. 3.3 – Zone non radiative de la structure de bandes en fonction du nombre d'onde parallèle k_y. Le calcul est développé pour une période a formée de deux couches de constantes diélectriques $\epsilon_1 = 2.25$ (Verre) et $\epsilon_2 = 13.00$ (GaAs). Les matériaux sont considérés comme non magnétiques ($\mu_1 = \mu_2 = 1$). Les épaisseurs des couches sont identiques. Le film photonique est constitué de 20 périodes. La droite en trait plein représente une incidence de 28° dans une expérience d'ATR réalisée avec un prisme d'indice de réfraction de 4 (Ge). La polarisation choisie est TM. Les modes se détachant des "bandes permises" correspondent aux modes de surface.

Les modes de surface pour les multicouches ainsi que pour les matériaux homogènes apparaissent toujours dans un gap photonique. Dans le premier cas, la bande interdite trouve son origine dans l'assemblage périodique des matériaux. Pour les matériaux homogènes, le gap se manifeste pour des valeurs de constante diélectrique négatives qui induisent un indice de réfraction imaginaire. Les cristaux ioniques présentent une telle propriété pour des fréquences comprises entre les deux modes de résonance des phonons ω_{TO} et ω_{LO} et les métaux pour des fréquences inférieures à la fréquence d'oscillation du plasma électronique ω_p. Dans tous les cas, pour des structures infinies, la propagation des ondes est exclue. Selon les conditions de raccord des champs, pour des cristaux clivés, les modes de surface apparaissent uniquement pour des fréquences appartenant aux gaps photoniques. Pour les matériaux homogènes, les modes n'existent qu'en polarisation

TM. En première approximation, la limite non-retardée fournit une condition d'existence des modes de surface déduite des relations de continuité, $\epsilon_1 = -\epsilon_2$. En est-il de même pour les multicouches ? Les modes de surface des cristaux photoniques obéissent-ils aux relations de dispersion classiques des modes de surface en électromagnétisme [Eqs. (3.9) et (3.10)] ? Dès lors, une description effective des multicouches devrait nous aider dans la formulation de la réponse. En polarisation TM par exemple, à chaque fois que la constante diélectrique effective devient égale et opposée à celle du milieu extérieur, un mode de surface devrait exister. Ceci n'est valable qu'à partir du moment où la composante latérale du vecteur est suffisamment grande pour nous approcher de la limite non retardée.

3.3.1 Description effective des multicouches

En électromagnétisme, l'objectif d'une description effective est de modéliser une structure complexe par un milieu homogène. En d'autres termes, une telle description s'attache à fournir la réponse optique de tout système en considérant ce dernier comme un matériau homogène. Donc, tout au long de ce chapitre, nous recherchons la constante diélectrique effective mais aussi la perméabilité magnétique effective afin de caractériser optiquement toute structure. Nous limitons cependant la description aux multicouches, matériaux formés par l'empilement de couches homogènes planes. Notre objectif, sans l'oublier, est d'obtenir une information suffisante pour la détection des modes de surface. Nous ne cherchons pas à homogénéiser la multicouche. Dans la plupart des cas, ceci requiert de travailler dans la limite des grandes longueurs d'onde afin que l'onde ressente peu la structuration de l'empilement stratifié [Chap. 1, p. 15].

La résolution des équations de Maxwell pour les milieux stratifiés est connue des opticiens [Annexe A]. Diverses approches, telles les matrices de transfert [5, 10] ou les fractions continues [57, 58], permettent de déterminer analytiquement les principales propriétés optiques comme les spectres de réflectance, les relations de dispersion, les densités de modes...

La méthode des fractions continues présente l'avantage d'introduire une fonction de surface, étroitement liée à l'impédance de surface, qui permet d'obtenir aisément la constante diélectrique et la perméabilité magnétique effectives. Par ailleurs, la théorie permet aussi de simuler des structures semi-infinies.

Fonction de surface

Pour l'étude des champs dans les milieux stratifiés, les deux polarisations sont séparées. Le calcul complet de la propagation des ondes dans la multicouche requiert d'une part la résolution de l'équation d'onde à l'intérieur de toutes les couches homogènes et d'autre part l'application des conditions de continuité aux différentes interfaces [Annexe A]. Ce calcul introduit une fonction de surface, utile pour la détermination des paramètres effectifs.

Polarisation TE Dans la région située au-dessus de la surface de la multicouche ($z > 0$), l'équation d'onde [Eq. (A.9)] se simplifie en

$$\frac{\mathrm{d}^2 E_x}{\mathrm{d}z^2} + k_{inc,z}^2 E_x = 0, \tag{3.22}$$

où la composante normale aux interfaces du vecteur d'onde s'écrit

$$k_{inc,z} = \left[\left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \epsilon_{inc}(\omega)\, \mu_{inc}(\omega) - k_y^2 \right]^{1/2}. \tag{3.23}$$

Cette équation différentielle du second ordre à coefficients constants admet deux solutions. La première est une onde progressive sinusoïdale se propageant dans le sens des z croissants avec une amplitude A. La seconde solution est caractérisée par un coefficient B qui mesure l'amplitude de l'onde opposée. La solution générale de l'équation est une combinaison linéaire de ces deux ondes

$$E_x(z) = A \exp\left(i\, k_{inc,z}\, z\right) + B \exp\left(-i\, k_{inc,z}\, z\right) \tag{3.24}$$

Les deux amplitudes A et B sont des quantités complexes qui contiennent toute l'information sur la phase de l'onde à l'origine de la couche $z = 0$.

Sous l'interface $z = 0$ se trouve la multicouche définie par les paramètres $\epsilon_1(\omega)$ et $\mu_1(\omega)$ pour la couche située entre $z = 0$; $z = -d_1$, $\epsilon_2(\omega)$ et $\mu_2(\omega)$ pour la couche située entre $z = -d_1$; $z = -d_1 - d_2$ et ainsi de suite... [FIG. A.1, p. 132] Les champs, dans cette région obéissent à l'équation d'onde des milieux stratifiés [Eq. (A.9)].

Conformément aux conditions de continuité [Eq. (A.10)], appliquées à l'abs-

cisse $z = 0$, nous trouvons les deux égalités suivantes

$$\lim_{z\to 0^-} E_x = A + B \tag{3.25}$$

$$\lim_{z\to 0^-} \frac{1}{\mu(\omega, z)} \frac{\mathrm{d}E_x}{\mathrm{d}z} = i\, k_{inc,z}\, (A - B). \tag{3.26}$$

Définissons ensuite la fonction de surface de la cible de la manière suivante [57, 58]

$$\xi\,(\omega, ky) = \lim_{z\to 0^-} \xi\,(\omega, ky, z) = \lim_{z\to 0^-} \frac{k_y E_x(z)}{\frac{1}{\mu(\omega,z)} \frac{\mathrm{d}E_x}{\mathrm{d}z}}. \tag{3.27}$$

Par construction, pour un matériau stratifié avec des interfaces abruptes, la fonction de surface est continue aux passages des interfaces. Les deux relations de continuité et la définition du champ magnétique [Eqs. (A.7) et (A.8)] permettent d'obtenir

$$\frac{A+B}{A-B} = -\frac{k_{inc,z}}{\mu_0\, k_y} \lim_{z\to 0^-} \frac{-k_y E_x(z)}{\frac{-i}{\mu(\omega,z)\,\mu_0} \frac{\mathrm{d}E_x}{\mathrm{d}z}} = -\frac{k_{inc,z}}{\mu_0\, k_y} \lim_{z\to 0^-} \frac{\mathbf{B}.\mathbf{e_z}}{\mathbf{H}.\mathbf{e_y}}. \tag{3.28}$$

La fonction de surface évalue donc le rapport de la composante normale du champ d'induction magnétique à la composante parallèle du champ magnétique

$$\xi(\omega, ky) = \lim_{z\to 0^-} \frac{i}{\mu_0} \frac{\mathbf{B}.\mathbf{e_z}}{\mathbf{H}.\mathbf{e_y}}. \tag{3.29}$$

Cette définition indique que la fonction de surface est étroitement liée à l'impédance de surface Z. En effet, l'impédance de surface est une constante de proportionnalité qui relie, pour la polarisation TE, les composantes parallèles des champs magnétique et électrique $Z = -E_x/H_y$. Pour le champ électrique, c'est la composante perpendiculaire au plan d'incidence qui définit l'impédance.

Pour une multicouche, la fonction de surface ξ obéit à l'équation différentielle de Riccati déduite de l'équation d'onde [Eq. A.9]

$$\frac{1}{k_y} \frac{\partial \xi(\omega, k_y, z)}{\partial z} + \frac{1 - \left[\frac{\omega\, n(\omega,z)}{k_y\, c}\right]^2}{\mu(\omega, z)} \xi^2(\omega, k_y, z) = \mu(\omega, z). \tag{3.30}$$

Dans cette géométrie particulière, les solutions de l'équation différentielle se

notent sous la forme de fractions continues

$$\xi(\omega, k_y) = a_1 - \cfrac{b_1^2}{a_1 + a_2 - \cfrac{b_2^2}{a_2 + a_3 - \cdots}} \tag{3.31}$$

avec

$$a_j = q_j \coth(\kappa_{j,z} d_j), \tag{3.32}$$

$$b_j = \frac{q_j}{\sinh(\kappa_{j,z} d_j)}. \tag{3.33}$$

Le facteur q_j, dépendant de la polarisation de l'onde, s'écrit

$$q_j = \frac{\mu_j(\omega) k_y}{\kappa_{j,z}}. \tag{3.34}$$

La composante normale du vecteur d'onde de la couche j du matériau stratifié est donné par

$$\kappa_{j,z} = \left[k_y^2 - \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \epsilon_j(\omega)\mu_j(\omega) \right]^{1/2}. \tag{3.35}$$

Remarquons que la partie réelle de cette quantité est positive.

La fraction continue [Eq. 3.31] est valide pour tous les systèmes multicouches, et ce, quel que soit l'arrangement. De plus, la fraction se termine pour un nombre fini de couches déposées sur un substrat d'épaisseur infinie, c'est-à-dire $d_{sub} \to \infty$ (en pratique, d_{sub} grand par rapport à $1/\kappa_{j,z}$). Sous cette condition, le coefficient a_{sub} équivaut à q_{sub} tandis que le coefficient b_{sub} s'annule.

La fonction de surface ξ est une propriété intrinsèque du matériau cible. Néanmoins, la fonction dépend aussi de paramètres "expérimentaux" comme la fréquence de l'onde ω et l'angle d'incidence θ_{inc}. L'angle est relié à la composante parallèle du vecteur d'onde $k_y = (\epsilon_{inc}\, \mu_{inc})^{1/2} (\omega/c) \sin\theta_{inc}$.

Une attention particulière est apportée au super-réseau semi-infini construit à partir de la répétition périodique de deux couches d'épaisseur d_1 et d_2. Dans cette situation idéalisée, la fonction de surface est résolue analytiquement. En effet, la fraction continue, dans le cas périodique, apparaît comme une équation quadratique pour $\xi(\omega, k_y)$

$$(a_1 + a_2)\, \xi^2 + (q_2^2 - q_1^2)\, \xi - (a_1 q_2^2 + a_2 q_1^2) = 0. \tag{3.36}$$

La racine la plus proche du premier approximant, $a_1 - b_1^2/(a_1 + a_2)$, représente la solution physiquement acceptable [59]. Quand deux solutions complexes conjuguées sont obtenues, c'est la racine avec une partie imaginaire positive qui est retenue. Si l'amortissement des matériaux est pris en considération, les coefficients de l'équation quadratique sont complexes et la fraction continue converge vers la racine. Dans le cas contraire, la fraction continue converge si les racines sont réelles et diverge si les racines sont complexes.

Dans la limite non retardée des équations de Maxwell, lorsque nous considérons une vitesse de la lumière infinie, le coefficient q_j correspond à $\mu_j(\omega)$. Dans cette approximation, la composante normale du vecteur d'onde $\kappa_{j,z}$ se réduit au nombre d'onde parallèle k_y. Par exemple, ce cas électrostatique est suffisant pour la simulation d'expériences de spectroscopie par perte d'énergie d'électrons [57, 60].

Polarisation TM La résolution complète des équations de Maxwell ainsi que l'application des conditions de continuité conduisent à la définition de la fonction de surface suivante

$$\xi(\omega, ky) = \lim_{z\to 0^-} \xi(\omega, ky, z) = \lim_{z\to 0^-} \frac{k_y H_x(z)}{\frac{1}{\epsilon(\omega,z)}\frac{\mathrm{d}H_x}{\mathrm{d}z}} = \lim_{z\to 0^-} \frac{i}{\epsilon_0}\frac{\mathbf{D}.\mathbf{e_z}}{\mathbf{E}.\mathbf{e_y}}. \tag{3.37}$$

A l'instar du mode TE, ces égalités montrent que la fonction de surface et l'impédance de surface sont connectées. En effet, pour la polarisation TM, l'impédance de surface établit le rapport entre la composante parallèle aux couches du champ électrique et la composante normale au plan d'incidence du champ magnétique $Z = E_y/H_x$. A partir de la formule précédente, nous voyons que la fonction de surface est inversement proportionnelle à l'impédance.

A nouveau, dans le cas de matériaux stratifiés, la fonction de surface s'écrit sous la forme d'une fraction continue [Eq. (3.31)] avec, cette fois-ci, un facteur q_j proportionnel à la constante diélectrique de la couche $\epsilon_j(\omega)$

$$q_j = \frac{\epsilon_j(\omega) k_y}{\kappa_{j,z}}. \tag{3.38}$$

Description des multicouches à partir d'un milieu effectif

Avec l'aide des fractions continues, la fonction de surface $\xi(\omega, k_y)$ fournit la réponse électromagnétique de l'espace semi-infini situé sous la surface d'abscisse $z = 0$, que ce soit pour une multicouche finie et son substrat [Eq. (3.31)] ou pour un super-réseau semi-infini [racine physique de Eq. (3.36)]. Donc, pour déterminer les paramètres effectifs, il faut relier cet espace semi-infini à un milieu homogène semi-infini. Ce dernier correspond au substrat d'épaisseur infinie décrit dans la section précédente. C'est pourquoi, nous pouvons égaler la fonction de surface de la multicouche à la fonction de surface d'un milieu homogène effectif :

$$[\mathrm{TE}] : \xi(\omega, k_y) = \frac{\mu_{eff}(\omega, k_y)\ k_y}{\kappa_{eff,z}} \tag{3.39}$$

$$[\mathrm{TM}] : \xi(\omega, k_y) = \frac{\epsilon_{eff}(\omega, k_y)\ k_y}{\kappa_{eff,z}}, \tag{3.40}$$

avec un nombre d'onde normal effectif $\kappa_{eff,z}$ s'écrivant sous la forme

$$\kappa_{eff,z} = \left[k_y^2 - \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \epsilon_{eff}(\omega, k_y)\ \mu_{eff}(\omega, k_y) \right]^{1/2}. \tag{3.41}$$

La constante diélectrique effective ϵ_{eff} et la perméabilité effective μ_{eff} apparaissent sous la forme d'un produit dans $\kappa_{eff,z}$. Pour contourner cette difficulté, la multiplication des deux dernières équations [Eqs. (3.39) et (3.40)] rend possible l'extraction de l'indice de réfraction effectif

$$n_{eff}^2 = \epsilon_{eff}\ \mu_{eff} = \frac{\xi_{\mathrm{TE}}\ \xi_{\mathrm{TM}}\ k_y^2}{\left(\frac{\omega}{c}\right)^2\ \xi_{\mathrm{TE}}\ \xi_{\mathrm{TM}} + k_y^2}. \tag{3.42}$$

Insérer cette quantité dans la composante normale du vecteur d'onde effectif $\kappa_{eff,z}$ [Eqs. (3.39) et (3.40)] fournit immédiatement la réponse optique de l'espace semi-infini situé sous la surface ($z < 0$) :

$$\epsilon_{eff}(\omega, k_y) = \frac{\xi_{\mathrm{TM}} \left[k_y^2 - \left(\frac{\omega}{c}\ n_{eff}\right)^2 \right]^{1/2}}{k_y}, \tag{3.43}$$

$$\mu_{eff}(\omega, k_y) = \frac{\xi_{\mathrm{TE}} \left[k_y^2 - \left(\frac{\omega}{c}\ n_{eff}\right)^2 \right]^{1/2}}{k_y}. \tag{3.44}$$

Les deux réponses électromagnétiques dépendent de l'angle d'incidence au travers de la composante parallèle du vecteur d'onde k_y. Ceci traduit l'anisotropie de la réponse optique des matériaux stratifiés, la biréfringence de forme [Chap. 1, p. 19], démontrée à la fois théoriquement [5, 47, 48, 58] et expérimentalement [49]. Selon que le champ électrique est orienté parallèlement ou perpendiculairement par rapport aux couches, la réponse est analogue à celle de deux capacités placées en parallèle ou en série respectivement. Par ailleurs, la constante diélectrique effective et la perméabilité effective varient avec la fréquence ω. Il est important de noter que cette dépendance fréquentielle existe même si les matériaux constitutifs de la multicouche sont non dispersifs. Donc, l'arrangement de matériaux conduit à une dispersion de forme.

Vu que la constante diélectrique effective et la perméabilité magnétique effective sont évaluées à partir de leur produit dans n_{eff}^2, une indétermination sur le signe peut subsister. Comme nous devons prendre la racine carrée de l'indice de réfraction, quantité complexe, l'incertitude repose sur un facteur π pour la phase. Néanmoins, le spectre de réflectance du milieu homogène effectif peut enlever toute ambiguïté. En effet, les valeurs du coefficient de réflexion supérieures à 100% ne sont pas des solutions physiquement acceptables car l'énergie réfléchie serait plus grande que l'énergie incidente. Elles indiquent qu'il faut changer le signe des réponses électrique et magnétique. Cependant, le calcul se basant uniquement sur l'impédance de surface ne fournit pas des constantes diélectriques et perméabilités magnétiques correctes pour toutes les fréquences. En effet, dans certains domaines, la partie imaginaire de l'indice de réfraction présente des valeurs négatives qui sont incorrectes physiquement. Pourtant, ces problèmes de phase n'influencent en rien la détermination des modes de surface.

Soulignons que le calcul des paramètres effectifs peut se réaliser à partir de l'impédance de surface [61]. Dans un premier lieu, le coefficient de réflexion complexe donne la valeur de l'indice de réfraction $n_{eff} = (1+r)/(1-r)$. Cette relation découle immédiatement des formules de Fresnel à incidence normale. De là, en reprenant les valeurs des impédances de surface calculées à partir des fonctions de surface [Eqs. (3.39) et (3.40)], la constante diélectrique ϵ_{eff} équivaut au rapport n_{eff}/Z_{surf} et la perméabilité magnétique effective μ_{eff} est donnée par le produit $n_{eff}\ Z_{surf}$. Comme avantage, le signe des paramètres effectifs est automatiquement déterminé car toute l'information sur la phase est contenue dans le

coefficient de réflexion complexe. Cependant, la définition de l'impédance varie avec la polarisation. En conséquence, dès que l'angle d'incidence est non nul, la définition de la constante diélectrique et de la perméabilité magnétique change avec la polarisation. Seule l'incidence normale permet l'obtention de la réponse optique de la multicouche.

Pour la limite électrostatique, la constante diélectrique effective et la perméabilité magnétique effective correspondent respectivement aux fonctions de surface TM et TE de l'espace semi-infini. Lorsque la vitesse de la lumière s'approche de l'infini, la composante normale du vecteur d'onde $\kappa_{eff,z}$ tend vers le nombre d'onde parallèle k_y [Eqs. (3.39) et (3.40)].

Finalement, la méthode est valide pour des multicouches construites à partir de matériaux dispersifs comme des métaux, des cristaux ioniques, des semiconducteurs... En effet, les paramètres effectifs sont établis dans le domaine fréquentiel. Pour évaluer les constantes diélectriques des matériaux, nous pouvons utiliser, par exemple, le modèle de Drude pour les métaux ou encore reprendre des valeurs tabulées. En plus, les indices de réfraction des couches peuvent aussi posséder une partie imaginaire pour rendre compte du phénomène d'absorption, autrement dit de l'amortissement des radiations électromagnétiques dans les matériaux.

3.3.2 Etude des modes de surface

Avant de commencer l'analyse, remarquons que nous concentrons l'étude sur la polarisation TM. Nous aborderons en fin de chapitre la polarisation TE.

La technique expérimentale la mieux adaptée pour l'étude des phénomènes de surface est la réflexion totale atténuée (acronyme anglais ATR). C'est en 1968 que A. Otto a inventé et expliqué théoriquement cette spectroscopie qui lui a permis de mesurer les plasmon-polaritons de surface par une simple mesure de réflectivité [50, 51]. Le principe de l'ATR consiste à approcher la surface de l'échantillon dans la région de décroissance d'une onde évanescente, elle-même produite par réflexion totale sur la surface d'un prisme. La distance séparant l'échantillon du prisme est de l'ordre de la longueur d'onde de la radiation incidente. Par effet tunnel optique, l'onde évanescente peut transférer son énergie aux modes non radiatifs de l'échantillon qui se traduit par une valeur du coefficient de réflexion différente de l'unité. Dans une telle expérience, la composante parallèle du vecteur

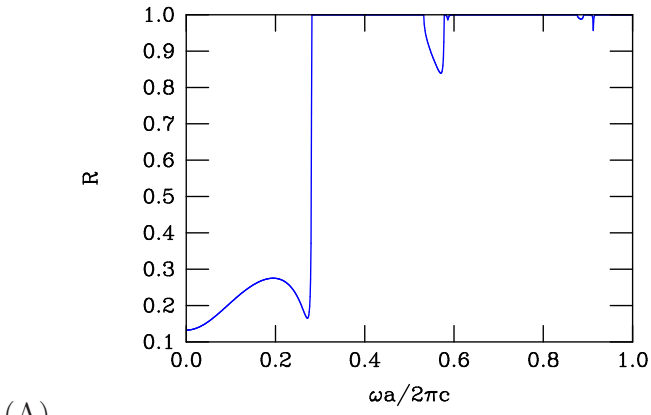
d'onde k_y satisfait la relation

$$k_y = \frac{\omega}{c}\, n_p\, \sin\theta_{inc}, \tag{3.45}$$

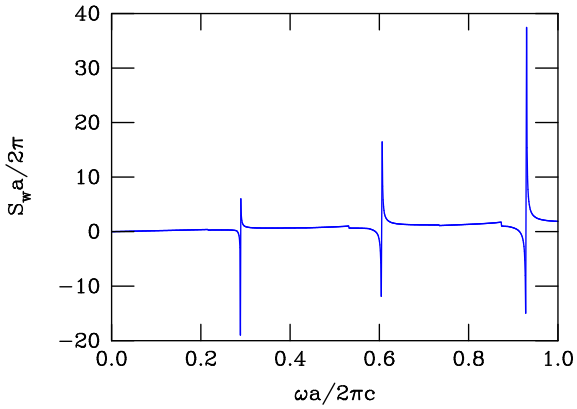
avec n_p l'indice de réfraction du prisme. Pour la suite du chapitre, cette valeur est fixée à 4, prisme réalisé à partir de Ge. Dès que la condition de réflexion totale $\sin\theta_{inc} > 1/n_p$ est satisfaite, l'amplitude du champ électromagnétique décroît exponentiellement sous le prisme. Signalons aussi que les réponses optiques des matériaux possèdent une partie imaginaire ($\approx 10^{-4}$) pour accrocher les modes dans une expérience ATR.

Pour répondre aux questions laissées en suspens, partons du spectre de réflectance d'une multicouche dont la période a est constituée de deux couches. Les matériaux choisis sont, pour la première couche, le verre ($\epsilon_1 = 2.25$, $\mu_1 = 1.0$) et, pour la seconde, le semi-conducteur GaAs ($\epsilon_2 = 13.0$, $\mu_2 = 1.0$). Les couches sont d'égale longueur ($d_1 = d_2 = a/2$). Le spectre ATR [FIG. 3.4 (A)], simulé pour une structure semi-infinie et sous une incidence de 28°, montre des modes de surface à la droite des bandes permises. Cette observation se confirme à partir de la structure de bandes du cristal photonique fini [FIG. 3.3, p. 47]. Le spectre ATR parcourt la structure de bandes selon la droite solide représentant l'incidence de 28°. Nous constatons qu'au plus la fréquence des modes augmente au plus ces modes se détachent des bandes permises. Le premier mode de surface qui apparaît pour une fréquence réduite de 0.2817 est quasiment confondu avec la bande permise. En regard au spectre, la condition d'existence des modes de surfaces S_w [membre de gauche de Eq. (3.10)] tombe à zéro pour chaque état de surface [FIG. 3.4 (B)]. Les racines de la relation sont très proches des asymptotes verticales. Pour vérifier la relation de dispersion S_w, la multicouche est "remplacée" au moyen de la description effective par un milieu semi-infini homogène.

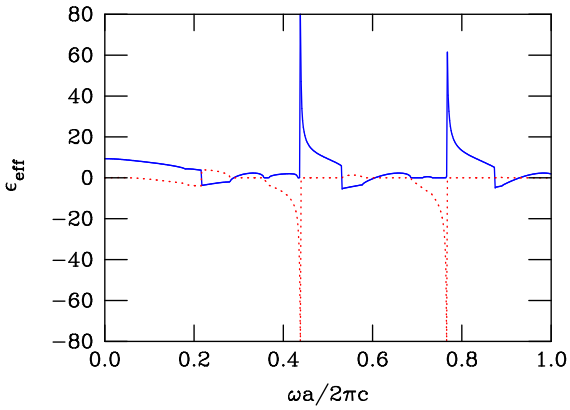
La difficulté des échantillons de taille finie repose sur la présence de deux terminaisons. C'est pourquoi, dans la structure de bandes de la multicouche finie [FIG. 3.3], les états de surface observés peuvent appartenir à l'une ou l'autre terminaison. Seul le calcul des modes sur la structure semi-infinie permet de lever cette indétermination. En superposant les structures de bandes du miroir de Bragg fini et infini, les modes de surface se détectent immédiatement [FIG. 3.5]. En utilisant la description effective pour la multicouche semi-infinie, les états de surfaces sont étiquetés selon la face terminale du cristal. Le mode dont les



(A)



(B)



(C)

FIG. 3.4 – Spectre ATR (A), condition d'existence des modes de surface S_w [membre de gauche de Eq. (3.10)] (B) et constante diélectrique effective (C) d'une multicouche périodique semi-infinie. Les paramètres choisis sont identiques à ceux utilisés pour FIG. 3.3. Chaque racine de S_w correspond à un état de surface. La distance prisme-échantillon correspond au 1/5 de la période a.

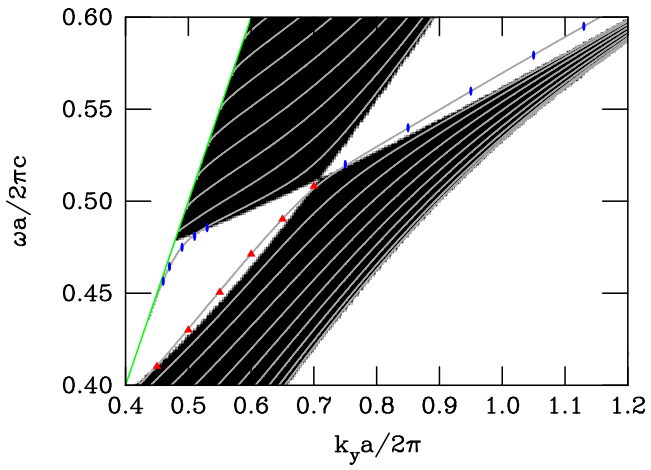


FIG. 3.5 – Comparaison des structures de bandes du cristal photonique d'extension finie et semi-infinie. Les paramètres de la multicouche sont donnés en FIG. 3.3. Les traits gris représentent les relations de dispersion du cristal construit à partir de 20 périodes. Les zones noires correspondent aux continuums d'états permis du cristal infini. Les modes de surface du cristal semi-infini avec comme face visible $\epsilon_1 = 2.25$ et $\epsilon_2 = 13.00$ coïncident, respectivement, avec les triangles et les points. La droite illustre la droite de lumière du vide.

nombres d'onde parallèles sont supérieurs à 0.7 sont assignés à la multicouche dont la face visible est la couche de haut indice de réfraction ($\epsilon_2 = 13.00$). Pour les valeurs inférieures à 0.7, nous pointons deux modes de surface. Celui se situant au-dessus de la bande permise est attribué à un cristal dont la face terminale est de bas indice ($\epsilon_1 = 2.25$). Le second mode de surface provient d'une terminaison avec une couche de constante diélectrique de 13.00. Enfin, nous remarquons que l'origine du mode de surface situé au-dessus de la bande permise change au point d'intersection des deux bandes permises. Ces points d'intersection sont caractéristiques du mode de Brewster, mode de polarisation TM caractérisé par une absence de réflexion [10, 62].

La terminaison des cristaux photoniques unidimensionnels influence la position des modes de surface dans la structure de bandes. Jusqu'à présent, nous avons pris en considération des cristaux pour lesquels la couche proche de l'interface était complète. En modifiant l'épaisseur de la dernière couche, les modes de surface vont bouger dans la structure de bandes. Pour les deux types de terminaison, $\epsilon_1 = 2.25$ ou $\epsilon_2 = 13.00$, les modes de surface glissent toujours des hautes fréquences vers les basses fréquences à mesure que l'épaisseur de la couche aug-

mente. La théorie des porteurs d'énergie dans les cristaux photoniques [63] justifie se comportement. Au plus la dernière couche se remplit, le vide est remplacé par un indice de réfraction plus élevé. Dès lors, nous créons un niveau donneur dans la structure de bandes qui se déplace vers le rouge. La perturbation est proportionnelle à la valeur de l'indice de réfraction, expliquant le mouvement des modes de surface au travers de plusieurs bandes interdites ou d'une seule.

Le mode de surface associé à la couche de constante diélectrique $\epsilon_1 = 2.25$ montre une dispersion à l'intérieur du gap selon l'épaisseur de la couche finale. Nous définissons le paramètre τ qui fixe la fraction de la dernière couche visible de l'empilement stratifié semi-infini [FIG. 3.6]. Au plus la couche est épaisse, au plus la fréquence du mode diminue pour se situer juste au-dessus de la bande permise pour une couche complète. Le mode associé à une terminaison de haut indice dans ce même gap n'apparaît que pour une valeur de τ qui est de 0.95. A nouveau, l'abaissement du niveau suit l'augmentation de la longueur de la couche finale.

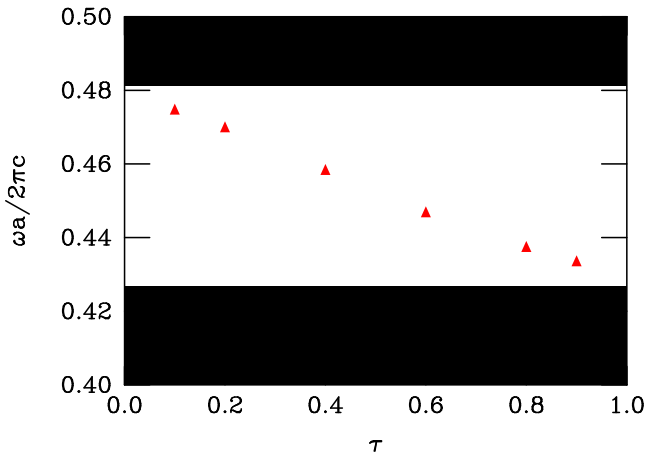


FIG. 3.6 – Influence de la terminaison sur la position du mode de surface dans la bande interdite photonique. Les paramètres de la multicouche semi-infinie sont ceux utilisés pour FIG. 3.3. La couche visible est celle dont la constante diélectrique ϵ_1 vaut 2.25. Le nombre d'onde parallèle k_y est fixé à une valeur en unités réduites de 0.5. τ détermine la fraction d'épaisseur de la couche terminale. Les zones en noir représentent les bandes permises et les points indiquent la position du mode de surface.

Le mode de surface, mode associé à la couche de haut indice, qui se manifeste après le mode de Brewster présente une dispersion beaucoup plus marquée.

A mesure que l'épaisseur de la couche s'agrandit, l'adjonction d'une constante diélectrique élevée ($\epsilon_2 = 13.00$) induit une plus grande perturbation que celle imposée par une plus faible constante diélectrique ($\epsilon_1 = 2.25$). Pour une fraction τ de l'ordre de 0.2, le mode de surface apparaît sous la quatrième bande permise. Dès que l'épaisseur de la dernière couche augmente, le mode glisse vers les bandes interdites inférieures pour terminer sa course au-dessus de la première bande interdite [15]. Ce comportement est d'ailleurs observé aussi pour des cristaux d'extension finie [16, 18]. Il est intéressant de remarquer que des modes supplémentaires arrivent au fur et à mesure du "remplissage" de la dernière couche. Ces modes de surface surviennent de telle manière qu'ils sont seuls dans une bande interdite donnée.

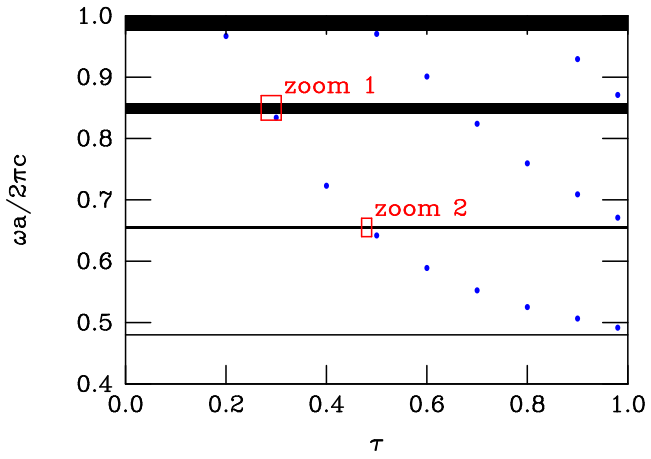


FIG. 3.7 – Influence de la terminaison sur la position des modes de surface dans la structure de bandes photoniques. Les paramètres de la multicouche semi-infinie sont ceux utilisés pour FIG. 3.3. La couche visible est celle dont la constante diélectrique ϵ_2 vaut 13.00. Le nombre d'onde parallèle k_y est fixé à une valeur en unités réduites de 1.5. τ détermine la fraction d'épaisseur de la couche terminale. Les zones en noir représentent les bandes permises et les points indiquent la position des modes de surface.

Le déplacement des modes de surface semble continu dans toute la structure de bandes. Cependant, traverser une bande permise modifie complètement sa nature. En effet, dans ces bandes, le champ ne présente plus d'évanescence et ne remplit pas les conditions des modes de surface. En fait, pour une variation continue de l'épaisseur de la dernière couche de haut indice de réfraction, le mode de surface adopte une stratégie particulière pour conserver ses propriétés de mode

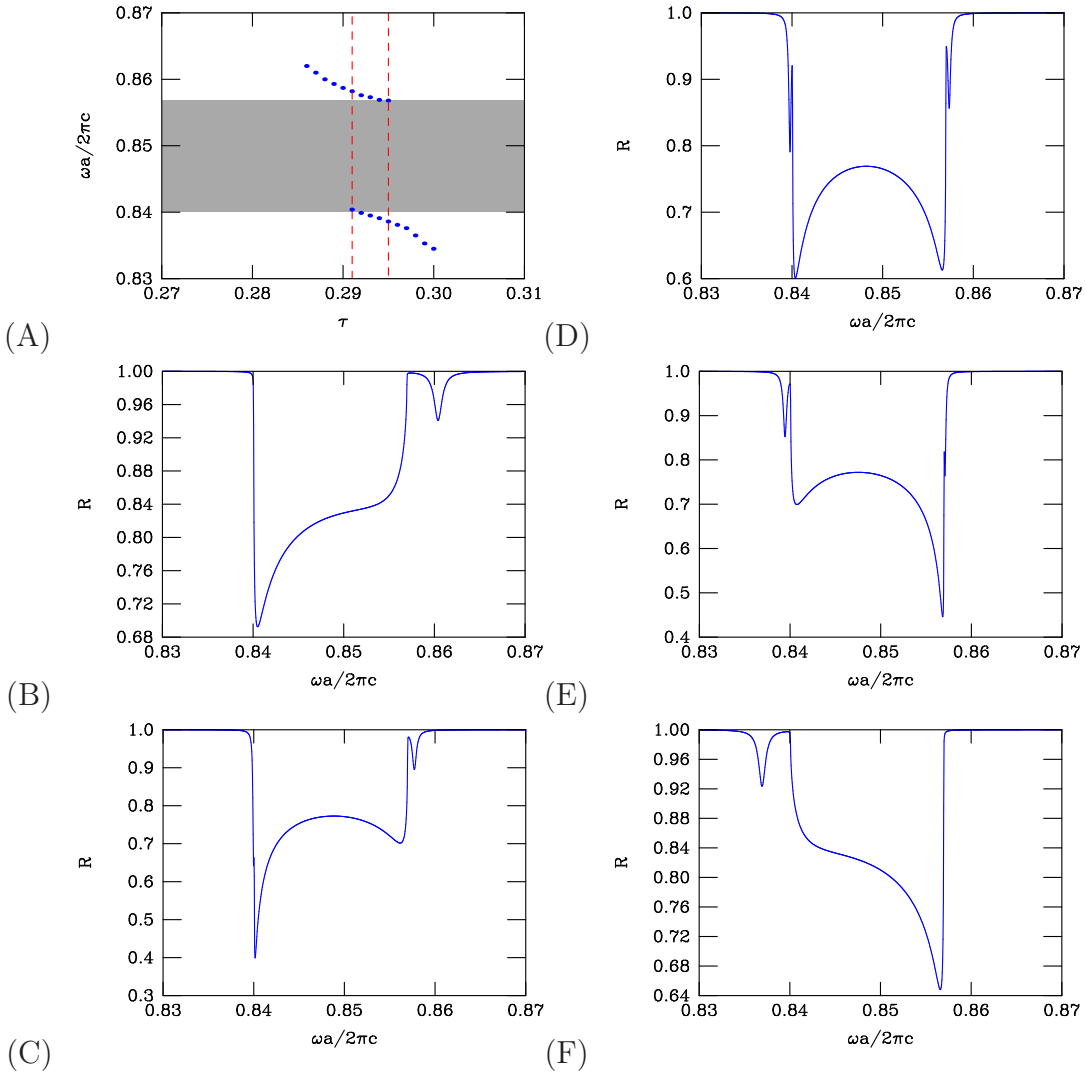


FIG. 3.8 – Zoom 1 de FIG. 3.7 [(A)] et spectres ATR associés [(B)-(F)]. En (A), la zone grisée indique la bande interdite et les droites en tirets désignent la zone où deux modes de surface coexistent. Les spectres ATR sont calculés pour des valeurs de τ de 0.286 (B), 0.290 (C), 0.291 (D), 0.292 (E) et 0.296 (F). La distance prisme-échantillon vaut 1/5 de la période a.

de surface.

C'est ainsi qu'à l'approche de la bande permise, nous assistons à la manifestation de deux modes de surface de part et d'autre du continuum [FIG. 3.8 (A)]. Les deux modes coexistent pour tout un intervalle de la fraction τ. Pour des valeurs de τ inférieures à 0.291, la structure de bande ne présente qu'un seul mode de surface, observation confirmée par le spectre ATR [FIG. 3.8 (B)]. A la frontière inférieure de l'intervalle ($\tau = 0.290$), un seul mode de surface est présent à $\omega a/2\pi c = 0.859$ [FIG. 3.8 (C)]. La bande permise affiche une asymétrie. Le bord de bande opposé au mode de surface serait dans un état mixte entre mode de continuum et mode de surface. Pour des épaisseurs de couche légèrement plus grandes ($\tau = 0.291$), la relation de dispersion des modes de surface S_w [Eq. (3.12)] indique deux racines proches de la bande permise [FIG. 3.8 (D)]. Dans ce cas, la forme de la bande permise sur le spectre ATR est symétrique contrairement aux autres valeurs de la fraction d'épaisseur de la couche finale τ. Pour $\tau = 0.292$, le mode sous la bande permise se détache tandis que celui au-dessus est quasiment confondu avec le bord de bande [FIG. 3.8 (E)]. A nouveau, la bande permise est asymétrique. Enfin, dès que la couche est suffisamment épaisse ($\tau > 0.295$), un seul mode de surface persiste [FIG. 3.8 (F)].

Au regard des résultats, l'idée de continuité est une hypothèse un peu faussée. Il est plus juste de considérer cela comme le raccord du mode de surface avec les états supérieurs de la bande permise. Pour certaines valeurs de l'épaisseur de la dernière couche, vont coexister deux modes : le premier qui intègre la bande permise et le second naissant qui quitte peu à peu le continuum d'états. Ce second mode de surface trouve son origine dans les états inférieurs de la bande permise. Avec ces résultats, nous rejoignons l'idée d'accrochage et de décrochage des modes de surface présentée dans la littérature pour des multicouches possédant un nombre fini de périodes [15, 16, 18]. Toutefois, nous complétons les études antérieures avec cet état transitoire où deux modes peuvent exister ensemble de part et d'autre de la bande permise pour certaines terminaisons.

Notons aussi que les deux modes de surface peuvent coexister de part et d'autre du mode de Brewster. Ceci peut se produire, par exemple, pour un cristal dont la couche terminale est faite de constante diélectrique 13 et dont l'épaisseur représente 75% de celle de la couche complète. Le mode de fréquence $\omega a/2\pi c = 0.577$ se situe sous la bande permise et à droite du mode de Brewster tandis que

celui de fréquence $\omega a/2\pi c = 0.701$ se positionne au dessus de la bande permise mais apparaît avant le mode de Brewster.

Il est inutile de préciser que les deux modes de part et d'autre du continuum d'états permis n'apparaissent que si le mode poursuit sa course dans la seconde bande interdite.

En revanche, pour certaines terminaisons, il se peut qu'un mode de surface traverse une bande permise sans paraître fortement influencé [FIG. 3.9 (A)]. Nous ne voyons pas de zone où coexistent deux états de surface comme précédemment. Pour une terminaison $\tau = 0.475$, le spectre ATR révèle un seul mode de surface [FIG. 3.9 (B)]. Ce dernier se rapproche de la bande permise à mesure que l'épaisseur de la couche finale est augmentée pour complètement disparaître pour une valeur $\tau = 0.481$ [FIG. 3.9 (C)]. La réflectance présente une forme identique au cas précédent [FIG. 3.8 (D)] hormis le fait qu'il n'existe pas de mode de surface. En augmentant à nouveau l'épaisseur de la dernière couche, un mode de surface repart sous le continuum permis pour poursuivre sa course dans la bande interdite [FIG. 3.9 (C)]. Pour tous les cas, le spectre de réflectance du continuum d'états permis affiche une forme symétrique. On n'y voit pas de "naissance" ou "mort" d'états de surface du côté opposé au mode de surface existant.

A la lumière des deux comportements différents à l'approche de la bande permise [FIGS. 3.8 et 3.9], nous sommes en droit de nous poser quelques questions. Existerait-il deux types différents de mode de surface ? Ou pouvons-nous encore décrire un des cas comme un état de surface ? L'un semble profondément perturbé par la bande permise. Ce qui nous incite à dire que ce mode de surface est relié à la structuration des matériaux puisque, comme nous l'avons vu au premier chapitre, la distinction entre bandes permise et interdite vient de l'arrangement périodique des matériaux. L'autre ne ressent quasiment pas les effets liés à la multicouche.

Les cartes de champs apportent un élément de réponse. En effet, nous avons représenté l'unique composante perpendiculaire au plan d'incidence du champ magnétique à l'intérieur des premières périodes de la multicouche [FIG. 3.10]. La comparaison immédiate des deux dessins montre la différence entre les longueurs d'évanescence. Pour la première figure [cas (A) : $\tau = 0.292$, $\omega a/2\pi c = 0.857$ et $k_y a/2\pi = 1.5$], l'enveloppe du champ décroît exponentiellement sur une dizaine de périodes. Le champ ressent donc la multicouche sur plusieurs périodes. Ce mode

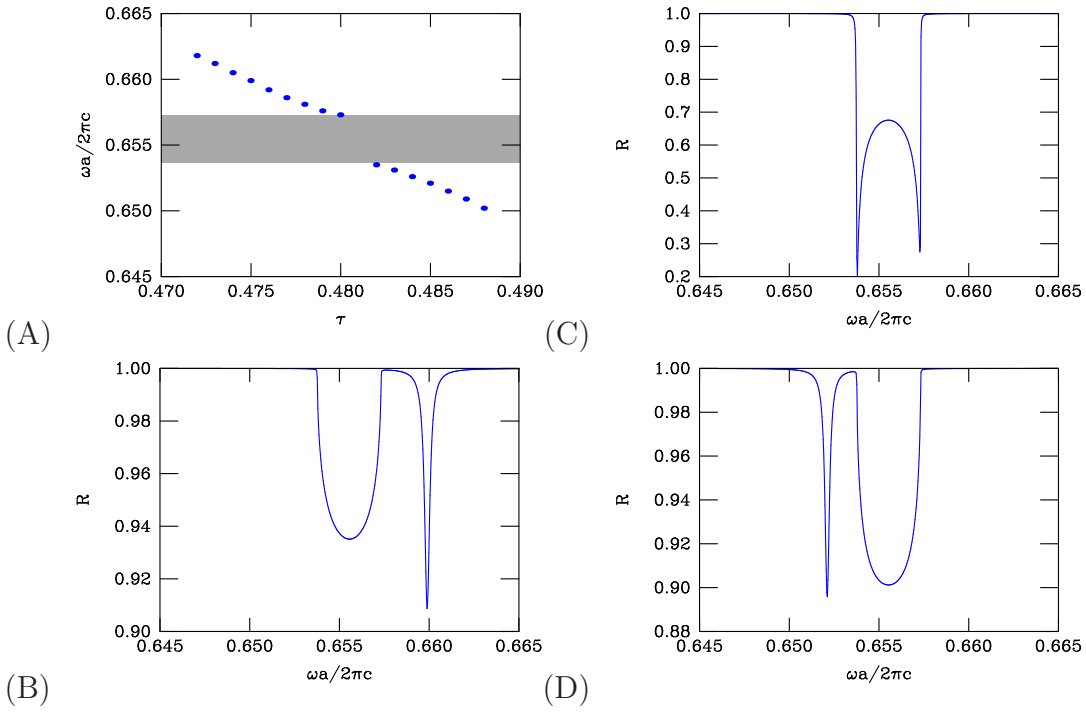
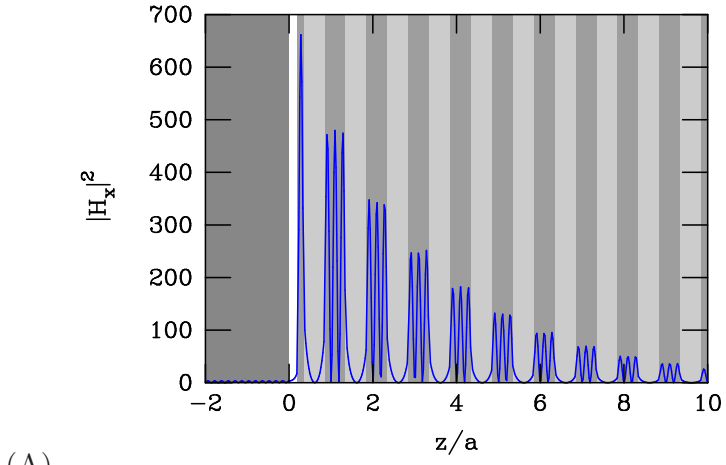
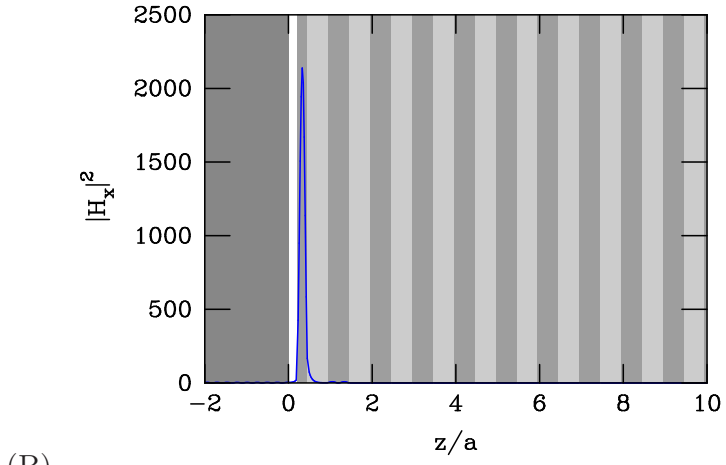


FIG. 3.9 – Zoom 2 de FIG. 3.7 [(A)] et spectres ATR associés [(B)-(D)]. En (A), la zone grisée indique la bande interdite. Les spectres ATR sont calculés pour des valeurs de τ de 0.475 (B), 0.481 (C), 0.485 (D). La distance prisme-échantillon vaut 1/5 de la période a.

est bien un état de surface qui présente une évanescence dans les deux milieux que sont l'air et l'empilement diélectrique. Par conséquent, en montrant que certains modes de surface d'une multicouche obéissent à la relation de dispersion S_w, ces modes rentrent dans la catégorie des polaritons de surface. Ils en possèdent toutes les propriétés étant donné qu'ils apparaissent dans la bande interdite photonique et qu'ils vérifient la relation de dispersion des modes électromagnétiques de surface. L'origine de la décroissance exponentielle du mode vient de l'arrangement spatial des matériaux. Les modes de surface ne sont pas connectés à une propriété microscopique des matériaux constitutifs. Par analogie aux autres propriétés des multicouches comme la biréfringence de forme, nous les baptisons "polaritons de forme" de surface. Etonnamment, ces modes se manifestent pour des valeurs de la constante diélectrique effective [FIG. 3.4 (C)] égale et opposée à celle du vide, condition trouvée dans le cas non-retardé des équations de Maxwell [Eq. (3.12)]. Par contre, pour le deuxième cas [FIG. 3.10 (B) : $\tau = 0.500$, $\omega a/2\pi c = 0.643$ et $k_y a/2\pi = 1.5$], le mode présente une décroissance exponentielle mais elle semble



(A)



(B)

FIG. 3.10 – Cartes du champ magnétique dans les multicouches dont les paramètres sont ceux de FIG. 3.3. La variable z mesure la distance par rapport à la face visible du prisme. Dans le cas (A), la terminaison de la couche vaut $\tau = 0.292$ et la fréquence du mode est $\omega a/2\pi c = 0.857$. Pour le cas (B), ces deux variables valent $\tau = 0.500$ et $\omega a/2\pi c = 0.643$. Le nombre d'onde parallèle k_y est fixé à une valeur en unités réduites de 1.5. La polarisation des ondes est TM. La période est répétée 40 fois. Le prisme se situe dans la région des z négatifs. La couche d'air est représentée en blanc. Les couches foncées et claires correspondent aux matériaux de haut et bas indices, respectivement.

se situer de part et d'autre de la première couche incomplète. Nous parlons plutôt d'un mode guidé à l'intérieur de la première couche. Il ne rentre pas dans la catégorie des modes de surface.

Connaissant le profil des modes, nous pouvons mieux comprendre le comportement de ceux-ci en fonction de la terminaison de la couche finale surtout à l'approche de la bande permise. Ainsi, le mode guidé dont le champ est confiné dans une seule couche ne sent pas les effets de redistribution des modes imposés par l'assemblage périodique des couches. La multicouche, par sa présence, change légèrement la fréquence du mode guidé car elle agit comme un éventuel substrat. Autrement dit, pour connaître la fréquence exacte du mode, il faut calculer les modes d'un guide d'onde dont les caractéristiques sont celles de la couche finale. L'air ainsi qu'un substrat qui coïncide avec le reste de la multicouche entourent le guide d'onde. En augmentant l'épaisseur de la couche, la fréquence de résonance du guide d'onde glisse vers les basses fréquences [Fig. 3.9 (A)]. A l'approche de la bande permise, le mode semble quelque peu perturbé. Pour une épaisseur réduite d'un facteur $\tau = 0.481$, le mode guidé possède une fréquence qui tombe à l'intérieur du continuum d'états permis. Le mode est donc englobé dans ce dernier. Ensuite, il poursuit sa course dans la bande interdite sans ressentir énormément la multicouche.

Pour le polariton de forme de surface, nous assistons à la coexistence de deux modes pour une certaine gamme de terminaisons [Fig. 3.8 (A)]. Ceci est le comportement attendu d'un mode de surface qui ne peut en aucun cas pénétrer dans la bande permise. Dans ce cas, l'onde ne serait plus évanescente. Nous observons aussi que la décroissance exponentielle s'étend sur une dizaine de périodes. Ce nombre de périodes, pour une multicouche avec un tel contraste d'indices, est suffisant pour créer par exemple des plateaux de réflexion proche de l'unité aux fréquences associées à une bande interdite. C'est une raison supplémentaire de penser que le polariton de forme de surface est fortement perturbé à l'approche de la bande permise.

La distinction entre les deux régimes se situe dans la longueur d'évanescence des champs, c'est-à-dire dans leur confinement. D'une part, l'épaisseur de la couche finale est un facteur déterminant. Tant qu'elle reste faible, il est impossible qu'un mode s'installe dans la dernière couche et, l'unique possibilité, est un champ décroissant sur plusieurs périodes. Pour des couches d'épaisseur suf-

fisante, le rapport entre le nombre d'onde latéral k_y et la fréquence ω influence les longueurs d'évanescence à l'intérieur de la multicouche. L'importance d'un paramètre part rapport à l'autre peut se juger à partir de la composante normale du vecteur d'onde "effectif" de la multicouche

$$\kappa_{eff,z} = \left[k_y^2 - \left(\frac{\omega}{c} n_{eff} \right)^2 \right]^{1/2} \tag{3.46}$$

avec n_{eff} un indice de réfraction qui rendrait compte de la multicouche. Nous avons considéré ici que nous restons toujours sous la droite de lumière.

Pour en terminer sur la distinction entre mode guidé et polariton de forme de surface, signalons aussi que ces deux types de mode se retrouvent aussi pour des multicouches avec des contrastes d'indices différents. En effet, nous pourrions croire que les modes guidés apparaissent uniquement parce que nous avons choisi des miroirs de Bragg avec des couches de GaAs de constante diélectrique 13. Il est d'ailleurs connu que le confinement des modes est favorisé par l'utilisation de couches de haut indice de réfraction [22].

Jusqu'à présent, nous avons regardé des échantillons semi-infinis. Cependant, expérimentalement, il est impossible de les fabriquer. Intéressons-nous dès lors aux échantillons d'extension finie. Et, plus particulièrement, est-il possible d'observer les deux polaritons de forme de surface de part et d'autre des modes "permis" ? Pour un nombre de périodes relativement important, aucune ambiguïté ne peut subsister [FIG. 3.11]. Le polariton de forme de surface des multicouches finies ($n_p = 20$) et semi-infinies sont parfaitement confondus. Ceci est même confirmé par l'agrandissement du spectre. Nous voyons que pour un nombre de périodes plus réduit ($n_p = 8$), le polariton de forme de surface se décale légèrement par rapport à celui de la multicouche semi-infinie. Rappelons-nous que ce mode de surface présente une évanescence qui s'étend sur dix périodes. Dès lors, limiter la structure à huit périodes perturbe le mode. En outre, nous remarquons que le nombre de modes dans la bande permise a diminué aussi. Sur les huit modes associés à chaque guide d'onde de la structure finie, deux sont des modes de surface et les autres remplissent la bande permise. En diminuant encore le nombre de périodes ($n_p = 4$), le mode de surface s'est tellement déplacé qu'il chevauche même la bande permise. Cette perturbation du mode s'explique très facilement à partir de la longueur d'évanescence du mode. En effet, un nombre de quatre

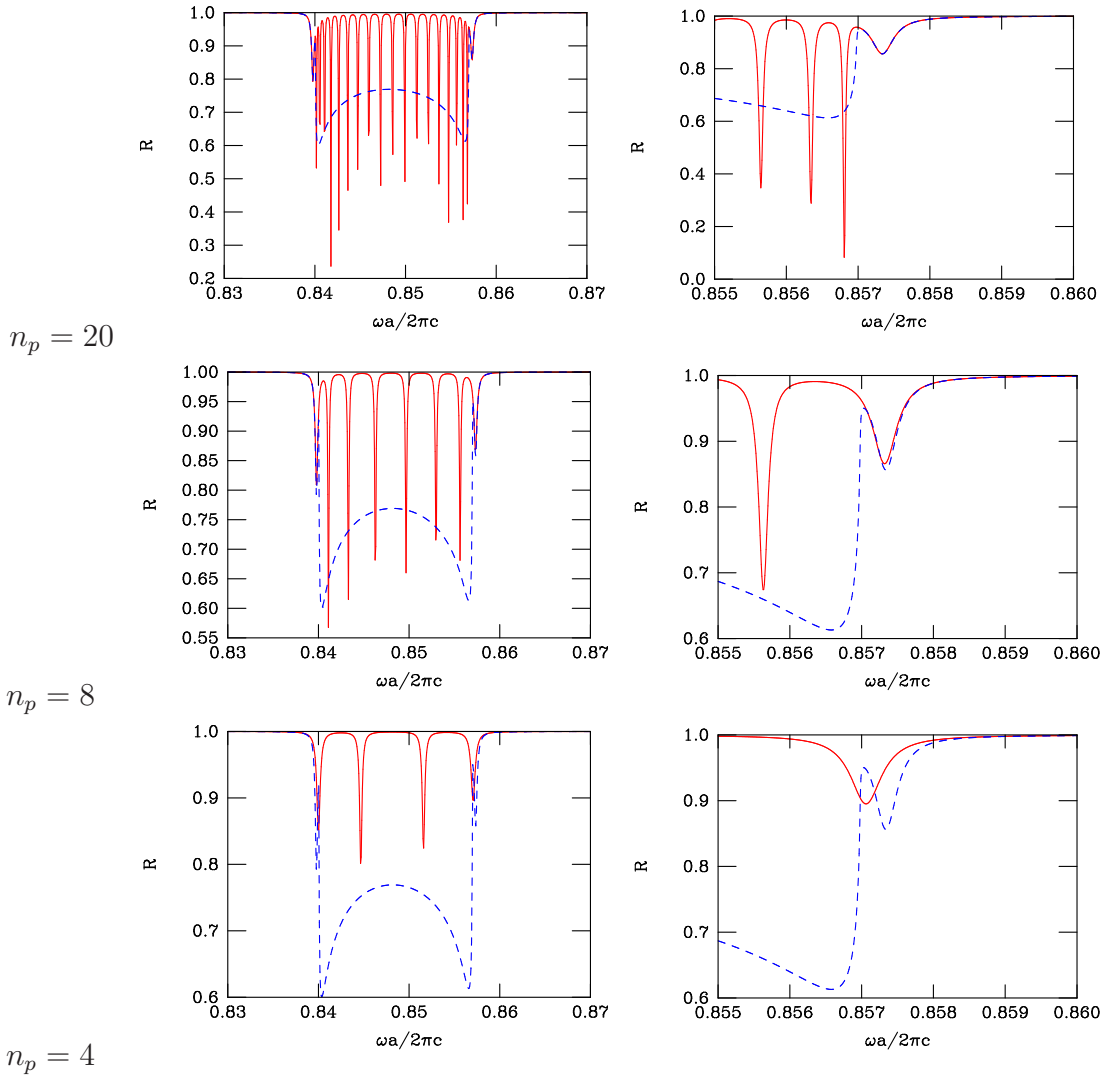


FIG. 3.11 – Spectres ATR comparant la multicouche finie faite de la répétition de n_p périodes (courbe solide) et la multicouche semi-infinie (coube en tirets). Les paramètres de la période sont ceux donnés de FIG. 3.3. La couche finale est de constante diélectrique $\epsilon_2 = 13$. La fraction d'épaisseur de la couche terminale τ vaut 0.292. Le nombre d'onde parallèle k_y est fixé à une valeur en unités réduites de 1.5. La distance prisme-échantillon vaut 1/5 de la période a.

périodes est inférieur à la moitié de la longueur de décroissance du mode.

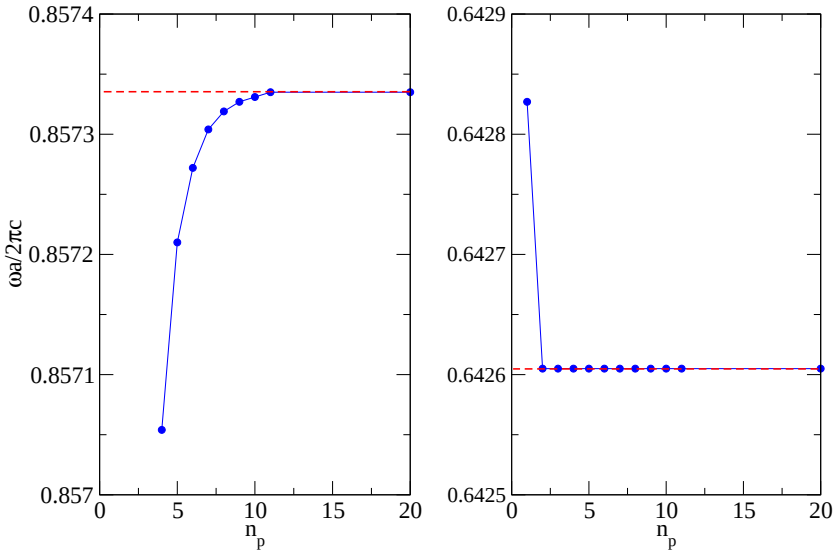


FIG. 3.12 – Comparaison de l'influence du nombre de périodes n_p sur le déplacement du polariton de forme de surface (gauche) et du mode guidé (droite). Les paramètres de la période sont ceux donnés de FIG. 3.3. La couche finale est de constante diélectrique $\epsilon_2 = 13$. La fraction d'épaisseur de la couche terminale τ vaut 0.292 pour le polariton de surface et 0.500 pour le mode guidé. Le nombre d'onde parallèle k_y est fixé à une valeur en unités réduites de 1.5. La ligne en pointillé indique la position du mode de surface pour la structure semi-infinie.

Nous venons de voir que le nombre de périodes influence la position du mode de surface. Effectivement, il se peut qu'en limitant de trop le nombre de périodes, nous coupions abruptement l'évanescence de ce mode. Toutefois, le déplacement du mode ne sera pas identique pour le polariton de forme de surface et le mode guidé [FIG. 3.12]. Celui-ci se stabilise très rapidement. Après deux périodes, il ne bouge plus. Ce résultat renforce l'idée que le mode est quasiment indépendant de la multicouche. Par contre, le polariton de forme de surface a besoin de dix périodes pour se fixer. Ces résultats sont étroitement corrélés aux longueurs de pénétration des modes à l'intérieur du milieu stratifié [FIG. 3.10]. Notons aussi que nous avons arrêté les calculs à $n_p = 4$ pour le polariton de forme. En-dessous de cette valeur, le mode de surface pénètre dans la bande permise.

Pour la polarisation TE, nous retrouvons les mêmes propriétés des modes de surface. Il est vrai qu'on peut aussi distinguer deux types de modes : le polariton de forme de surface et le mode guidé. Tous deux ont des longueurs de pénétration

complètement différentes à l'intérieur de la structure. Les modes de surface et les modes guidés se déplacent de manière identique à leur homologue en polarisation TM en fonction de l'épaisseur finale de la couche. La principale différence avec la polarisation TM est que la relation de dispersion des modes de surface fait intervenir la perméabilité magnétique [Eq. (3.9)]. Suite aux réflexions menées à la section précédente, il nous faut une analyse plus détaillée du possible magnétisme artificiel des multicouches pour en tenir compte dans une description des modes de surface. Ce magnétisme artificiel a toutefois été observé dans des métamatériaux comme les anneaux suisses [38, 39] ou encore dans des cristaux photoniques bidimensionnels réalisés à partir de cristaux ioniques [61]. Remarquons que, sur les anneaux suisses, des modes de surface pour la polarisation TE ont été prédits par R. Ruppin [64]. Signalons que cette dernière remarque sur le possible magnétisme est à prendre exclusivement en compte dans la manière de détecter les modes de surface.

Finalement, il est utile d'explorer l'analogie entre les modes de surface sur les multicouches diélectriques et sur les solides cristallins, en sachant que les derniers sont connus depuis les années 1930 [65, 66]. Si la reconstruction de la surface est négligée, autrement dit une structure pour laquelle la cellule unitaire terminale est complète, les modes de surface de Shockley existent suite à la discontinuité abrupte dans la périodicité cristalline [65]. Par analogie, les cas où $\tau = 1$ ou $\tau = 0$ donnent lieu à des modes de surface associés à une période terminale complète. En revanche, pour les solides cristallins, les modes de surface de Tamm dépendent, en plus de la terminaison abrupte de la périodicité, de la reconstruction de surface [66]. La dernière période, pour cette configuration, est incomplète. Pour les multicouches, des modes de surface sont aussi rencontrés pour des couches finales incomplètes ($0 < \tau < 1$). Cette analogie est fondée car, dès que les deux polarisations sont séparées en électromagnétisme, les équations d'onde qui gouvernent les amplitudes des champs sont semblables à l'équation de Schrödinger pour un potentiel périodique unidimensionnel.

Chapitre 4

Cristaux liquides

Le cristal liquide correspond à un état de la matière qui se situe entre l'état cristallin et l'état liquide. Nous pouvons aussi le voir comme un liquide dans lequel un arrangement ordonné de molécules persiste. Les cristaux liquides apparaissent sous certaines conditions dans des substances possédant des molécules anisotropes, c'est-à-dire soit fortement allongées, soit très aplaties. Une conséquence directe de cet arrangement ordonné de ces molécules est l'anisotropie des propriétés mécaniques, électriques, thermiques et optiques. Nous limiterons évidemment cette synthèse aux propriétés optiques.

En vertu de l'anisotropie électrique, l'agencement et l'orientation des molécules sont contrôlables en appliquant un champ électrique. En effet, en présence d'un champ électrique externe, les molécules s'alignent parallèlement au champ afin de minimiser l'énergie électrostatique. L'empilement de cristaux liquides pour construire une multicouche, objet du chapitre suivant, est intéressant à deux niveaux. Premièrement, ces substances sont anisotropes et vont modifier amplement les structures de bandes. Deuxièmement, cette anisotropie étant réglable par un champ électrique, nous pouvons par exemple ajuster la réflectance des matériaux stratifiés.

Avant de décrire les cristaux liquides, nous expliquons brièvement la propagation des ondes électromagnétiques dans des matériaux anisotropes. Ceci nous permet d'établir aussi les conventions employées tout au long de la dissertation. Nous donnons l'équation d'onde qui sera le point de départ de la méthode des matrices de transfert généralisée aux milieux anisotropes et précisée au chapitre suivant. Nous détaillons aussi les cristaux qui présentent une réponse électroma-

gnétique dépendant de la direction de propagation de l'onde.

4.1 Propagation des ondes dans les milieux anisotropes

Pour certains matériaux, la réponse à une excitation électromagnétique n'est pas identique dans toutes les directions de l'espace. On parle ainsi d'anisotropie. La constante diélectrique de ces matériaux n'est plus scalaire mais tensorielle. En conséquence, le champ électrique **E** et le vecteur de déplacement électrique **D** ne sont plus parallèles. Dans un tel milieu, la propagation d'une onde plane monochromatique pour laquelle les dépendances spatiale et temporelle s'écrivent $\exp\left[i\left(\mathbf{k}.\mathbf{r}-\omega t\right)\right]$ avec **k** le vecteur d'onde, obéit à l'équation d'onde suivante

$$\mathbf{k}\times\left(\mathbf{k}\times\mathbf{E}\right)+\left(\frac{\omega}{c}\right)^{2}\left[\epsilon\right]\mathbf{E}=0. \tag{4.1}$$

Pour retrouver les relations de dispersion qui établissent le lien entre la fréquence ω et le vecteur d'onde **k**, il suffit d'annuler le déterminant de l'équation précédente

$$\begin{vmatrix} \left(\frac{\omega}{c}\right)^{2}\epsilon_{xx}-k_y^2-k_z^2 & \left(\frac{\omega}{c}\right)^{2}\epsilon_{xy}+k_xk_y & \left(\frac{\omega}{c}\right)^{2}\epsilon_{xz}+k_xk_z \\ \left(\frac{\omega}{c}\right)^{2}\epsilon_{yx}+k_xk_y & \left(\frac{\omega}{c}\right)^{2}\epsilon_{yy}-k_x^2-k_z^2 & \left(\frac{\omega}{c}\right)^{2}\epsilon_{yz}+k_yk_z \\ \left(\frac{\omega}{c}\right)^{2}\epsilon_{zx}+k_xk_z & \left(\frac{\omega}{c}\right)^{2}\epsilon_{zy}+k_yk_z & \left(\frac{\omega}{c}\right)^{2}\epsilon_{zz}-k_x^2-k_y^2 \end{vmatrix}=0. \tag{4.2}$$

Les éléments du tenseur diélectrique $[\epsilon]$ sont reliés au choix du système de référence x, y et z dans la structure cristalline. Vu que ce tenseur est réel et symétrique par nature, il est toujours possible de trouver un ensemble d'axes orthogonaux dans lequel le tenseur est diagonal. Les éléments ϵ_{xx}, ϵ_{yy} et ϵ_{zz} sont appelés les constantes diélectriques principales tandis que les directions x, y et z sont les axes principaux du cristal. Dès lors, dans ce système de représentation, le déterminant peut être représenté au moyen d'une surface tridimensionnelle dans l'espace des vecteurs d'onde. Cette surface est connue sous le nom de surface d'onde et consiste en deux ellipsoïdes de révolution [10]. En général, les deux formes géométriques possèdent quatre points en commun. Les deux droites qui passent par l'origine et ces points sont appelés axes optiques. A l'aide des surfaces d'onde, une résolution géométrique de l'équation d'onde [Eq. (4.1)] est rendue possible. Pour une direction de propagation fixée, deux valeurs de k se situent

aux intersections de la direction de propagation et de la surface d'onde. A ces deux valeurs de k correspondent deux vitesses de phase différentes associées aux ondes se propageant le long de la direction choisie. Dans le cas particulier d'une propagation selon l'axe optique, une seule valeur de k existe, bien qu'il y aie toujours deux polarisations indépendantes.

4.2 Cristaux anisotropes

Toute l'information concernant la propagation d'une onde électromagnétique dans un milieu anisotrope s'obtient à partir des surfaces d'onde. D'ailleurs, ces dernières sont déterminées de manière unique à partir des constantes diélectriques principales. Dans la configuration la plus générale, les trois constantes principales ϵ_{xx}, ϵ_{yy} et ϵ_{zz} sont toutes différentes et le cristal admet deux axes optiques distincts. C'est le cas des cristaux biaxes. Ils appartiennent aux classes cristallographiques tricliniques, monocliniques et orthorhombiques. Par convention, les constantes principales sont classées de telle manière que les valeurs extrêmes sont ϵ_{xx} et ϵ_{zz}. Ainsi, les deux axes optiques sont supplémentaires et appartiennent au plan xz.

Beaucoup de matériaux possèdent deux constantes diélectriques principales identiques et pour lesquelles l'équation de la surface d'onde [Eq. (4.2)] se factorise en

$$\left[\frac{k_x^2+k_y^2}{\epsilon_\parallel}+\frac{k_z^2}{\epsilon_\perp}-\left(\frac{\omega}{c}\right)^2\right]\left[\frac{k^2}{\epsilon_\perp}-\left(\frac{\omega}{c}\right)^2\right]=0. \tag{4.3}$$

La surface d'onde correspond à une sphère et à un ellipsoïde de révolution. Le point d'intersection se situe sur l'axe z, ce qui signifie que cette direction définit l'unique axe optique du cristal. Nous parlons alors de cristal uniaxe. La constante diélectrique $\epsilon_\perp = \epsilon_{xx} = \epsilon_{yy}$ évoque la réponse du cristal dans la direction perpendiculaire à l'axe optique tandis que $\epsilon_\parallel$ renseigne sur la réponse dans la direction parallèle. Si $\epsilon_\parallel > \epsilon_\perp$, le cristal est qualifié de positif. Dans le cas contraire, c'est un cristal uniaxe négatif. Par exemple, le spath d'Islande ($CaCO_3$) est un représentant de cette dernière catégorie dont les valeurs des indices de réfraction parallèle et perpendiculaire sont égaux à 1.486 et 1.658. Les cristaux tétragonaux, hexagonaux et trigonaux sont tous uniaxes. Comme nous l'avons dit, la surface d'onde se divise en deux parties. La sphère donne la relation de dispersion de l'onde

ordinaire. L'ellipsoïde de révolution décrit la propagation de l'onde dite extraordinaire. La particularité de cette dernière est que l'indice de réfraction associé dépend de l'angle θ spécifié par la direction de propagation et l'axe optique

$$\frac{1}{\epsilon_{eo}} = \frac{\cos^2\theta}{\epsilon_\perp} + \frac{\sin^2\theta}{\epsilon_\parallel}. \tag{4.4}$$

Bien évidemment, lorsque les trois constantes diélectriques principales sont égales, la surface d'onde se réduit à deux sphères dégénérées. Le cristal est isotrope en ce qui concerne sa réponse optique. Seule la classe cristallographique cubique bénéficie d'une telle propriété.

4.3 Cristaux liquides

4.3.1 Transition de phases

En chauffant un solide cristallin, nous provoquons une transition partant d'une phase qui présente un ordre de translation (état cristallin) vers une phase complètement désordonnée (état liquide). En présence de molécules non sphériques, le cristal présente à la fois un ordre d'orientation et un ordre translationnel. L'ordre d'orientation se perd aussi pendant le processus de fonte. Néanmoins, les deux types d'ordre ne disparaissent pas à la même température. Ainsi, en chauffant certaines substances, nous observons une phase stable qui présente les propriétés mécaniques des liquides mais pour laquelle un certain ordre d'orientation est préservé. Ce sont les cristaux liquides. Les substances dans cette phase affichent des propriétés mécaniques, électriques, optiques qui sont anisotropes. A une température encore plus élevée, l'anisotropie de ces propriétés disparaît. La substance est devenue liquide.

La succession des phases dans un cristal liquide est un peu plus compliquée. Il existe, en toute rigueur, trois phases : smectique, nématique et cholestérique [67]. Supposons que le cristal liquide est constitué de molécules allongées. Nous définissons aussi un vecteur unitaire $\mathbf{n}$, appelé vecteur directeur, donnant la direction préférentielle d'orientation des molécules. La phase smectique conserve, en plus de l'ordre d'orientation, un ordre translationnel dans une direction. Un ordre d'orientation des axes moléculaires à longue portée définit la phase nématique. La phase cholestérique est, elle aussi, une phase nématique mais les molécules

qui la composent sont chirales. En conséquence, la structure se présente comme un empilement de plans pour lesquels les vecteurs directeurs forment une hélice. L'axe de cet hélice est perpendiculaire aux plans formés par les vecteurs directeurs. La torsion qui peut aussi bien être droitière ou gauchère est imposée par la chiralité des molécules. Notons enfin que le cristal liquide est dans une phase nématique dans chaque plan.

4.3.2 Effets électrooptiques dans les cristaux liquides nématiques

Un cristal liquide peut se déformer sous contraintes et, ici, nous regardons l'influence d'un champ électrique appliqué sur les parois externes d'une couche uniforme [68, 69]. La déformation d'un cristal liquide, dans sa phase nématique, peut se présenter sous trois formes différentes. Toutes se caractérisent par la distribution du vecteur directeur $\mathbf{n}$ au sein de la couche. Le premier type de déformation, dite déformation en éventail (*splay mode*), se distingue par une divergence non nulle du vecteur directeur ($\nabla.\mathbf{n} \neq 0$). Par contre, pour les déformations en torsion (*twist mode*) et en flexion (*bending mode*), c'est le rotationnel du vecteur directeur qui ne s'annule pas ($\nabla \times \mathbf{n} \neq 0$). Le degré de flexion est déterminé par la composante du rotationnel perpendiculaire au vecteur directeur tandis que l'importance de la torsion est fixée par la composante parallèle. La quantité d'énergie élastique par unité de volume g_d emmagasinée dans la distorsion vaut, par analogie à la loi de Hooke [68],

$$g_d = \frac{1}{2}\, k_1 \left(\nabla.\mathbf{n}\right)^2 + \frac{1}{2}\, k_2 \left(\mathbf{n}.\nabla \times \mathbf{n}\right)^2 + \frac{1}{2}\, k_3 \left(\mathbf{n} \times \nabla \times \mathbf{n}\right)^2, \tag{4.5}$$

avec k_j, $j = 1, 2, 3$, les constantes élastiques de Frank.

Une distorsion dans la couche de cristal liquide peut se créer sous un champ électrique extérieur $\mathbf{E}$. La transition de Freedericksz établit le lien entre l'anisotropie du cristal et le champ appliqué en évaluant la compétition existant entre les forces élastiques et l'effet d'un champ électrique sur le cristal liquide. Lorsqu'on applique un champ électrique perpendiculairement aux surfaces, le vecteur directeur cherche à s'aligner selon ce champ. En effet, la constante diélectrique du liquide nématique dépend de l'alignement du champ électrique et du vecteur directeur. Pour $\mathbf{E} \parallel \mathbf{n}$, la constante diélectrique $\epsilon_{\parallel}$ est différente de $\epsilon_{\perp}$ mesu-

rée pour $\mathbf{E}\perp\mathbf{n}$. Cette anisotropie $\Delta\epsilon = \epsilon_{\parallel} - \epsilon_{\perp}$ produit un excès de polarisation $\Delta P = \Delta\epsilon\,(\mathbf{n}.\mathbf{E})$ dans la direction de $\mathbf{n}$. A son tour, ce surplus de polarisation induit un moment de force électrique par unité de volume $\mathbf{\Gamma}_e = \Delta\epsilon\,(\mathbf{n}.\mathbf{E})\,\mathbf{n}\times\mathbf{E}$. Ce moment déforme le cristal liquide. Un équilibre est atteint lorsque le moment de force élastique contrecarre le moment électrique. Le point d'équilibre se calcule en minimisant l'énergie libre totale

$$\left(k_1\cos^2\theta + k_3\sin^2\theta\right)\left(\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}z}\right)^2 - \frac{D_z^2}{\epsilon_{\parallel}\sin^2\theta + \epsilon_{\perp}\cos^2\theta} = \text{constante}. \tag{4.6}$$

Cette dernière relation fournit la distribution de l'orientation du vecteur directeur $\theta(z)$ à l'intérieur de la couche de liquide nématique. Nous supposons que les électrodes sont perpendiculaires à la direction z et que, par conséquent, le champ électrique est orienté selon z. L'angle s'annule aux extrémités de la couche $[\theta(0) = \theta(d) = 0]$ mais atteint sa valeur maximale θ_m au centre de la cellule $z = d/2$. D'ailleurs, cette dernière condition fixe la constante de l'équation. La condition de minimisation de l'énergie libre donne $\mathrm{d}z/\mathrm{d}\theta$ fonction de θ entre 0 et θ_m. Si D_z et θ_m sont connus, la relation peut être intégrée numériquement et inversée pour obtenir $\theta(z)$.

La dernière inconnue du problème est la dépendance de l'angle de déformation au centre de la couche vis-à-vis du champ appliqué, c'est-à-dire la relation entre θ_m et D_z ou V, la tension aux bornes des électrodes ainsi que le déplacement électrique valent [68] :

$$\frac{V}{V_c} = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi/2}\left[\frac{1+\gamma\,\eta^2}{1+\gamma\,\eta^2\,\sin^2\psi}\,\frac{1+\kappa\,\eta^2\,\sin^2\psi}{1-\eta^2\,\sin^2\psi}\right]^{1/2}\mathrm{d}\psi, \tag{4.7}$$

$$D_z = \int_0^{\pi/2}\epsilon_{\perp}\left[\frac{k_1(1+\gamma\,\eta^2)(1+\kappa\,\eta^2\,\sin^2\psi)(1+\gamma\,\eta^2\,\sin^2\psi)}{(\epsilon_{\parallel}-\epsilon_{\perp})(1-\eta^2\,\sin^2\psi)}\right]^{1/2}\mathrm{d}\psi \tag{4.8}$$

avec $\eta = \sin\theta_m$, $\gamma = (\epsilon_{\parallel} - \epsilon_{\perp})/\epsilon_{\perp}$ et $\kappa = (k_3 - k_1)/k_1$. V_c correspond à la valeur critique de la tension appliquée

$$V_c = \pi\left(\frac{k_1}{\Delta\epsilon_0}\right)^{1/2} \tag{4.9}$$

où $\Delta\epsilon_0$ correspond à l'anisotropie dans le cas limite où les champs sont statiques. La déformation apparaît dans la couche de cristal liquide dès que la tension est

supérieure à la tension critique.

Se fixant une valeur de l'angle de déformation au centre de la couche θ_m, la tension à appliquer aux bornes des électrodes est connue par intégration numérique [Eq. (4.7)]. La composante z du déplacement électrique est calculée de manière analogue [Eq. (4.8)]. Dès que D_z est évalué, la distribution de l'angle à l'intérieur de la couche est obtenue [Eq. (4.6)].

Enfin, nous illustrons [FIG. 4.1] la dépendance entre la tension aux bornes des électrodes et l'angle maximum au centre d'une couche de p-pentyl-cyanobiphenyl (5CB) [69]. Les constantes élastiques de Frank valent pour ce cristal liquide $k_1 = 6.4$ pN et $k_3 = 10.0$ pN. Comme les réponses diélectriques statiques parallèles et perpendiculaires sont respectivement égales à $\epsilon_{\parallel,stat} = 19.7$ et $\epsilon_{\perp,stat} = 6.7$, l'anisotropie statique équivaut à $\Delta\epsilon_0 = \varepsilon_0(\epsilon_{\parallel,stat} - \epsilon_{\perp,stat}) = 1.15 \times 10^{-10}$ F/m. Dès lors, la tension critique est de 0.74 V. Pour une longueur d'onde de 514.5 nm, les constantes diélectriques sont de $\epsilon_{\parallel} = 3.0625$ et $\epsilon_{\perp} = 2.3716$.

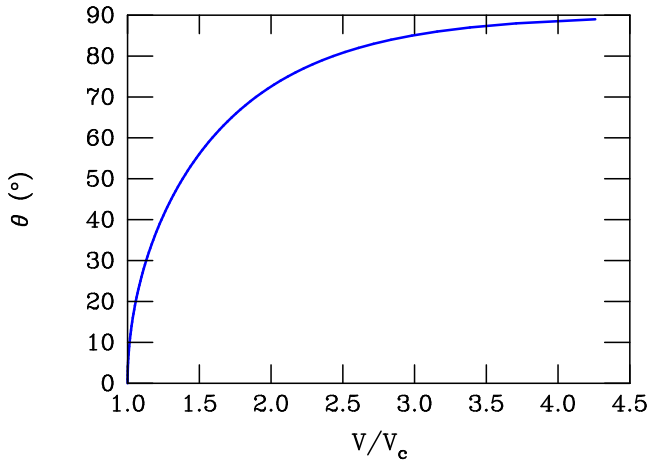


FIG. 4.1 – Dépendance de l'angle de distorsion du cristal liquide 5CB en fonction de la tension appliquée aux bornes des électrodes.

Chapitre 5

Multicouches anisotropes

Dans le présent chapitre, nous allons considérer l'introduction de matériaux anisotropes dans un cristal photonique unidimensionnel avec le but spécifique de contrôler les structures de bandes [70]. Plus précisément, nous regarderons comment maîtriser la réflectance.

Le système consiste en une multicouche dont la période est formée de matériaux anisotropes uniaxes pour lesquels nous supposons un changement volontaire de l'angle défini par les deux axes optiques. Ceci est parfaitement envisageable en utilisant des cristaux liquides. En réalité, en les encapsulant entre deux électrodes, un champ électrique externe peut modifier la déformation au sein de la couche de cristal liquide comme exposé au chapitre précédent. En ajustant les deux axes optiques, nous pouvons régler de manière fine le contraste d'indices entre les deux couches de la période. Par conséquent, la largeur de la bande interdite, et donc celle du pic de réflexion, est commandable par un élément extérieur. Mais grâce à l'anisotropie des cristaux liquides, le système est capable de distinguer les différentes polarisations des ondes électromagnétiques, et ce, même en maintenant l'incidence normale. Autrement dit, il est possible de sélectionner ou de mélanger les polarisations des ondes sortantes. Nous proposons donc un dispositif, basé sur ce miroir de Bragg, qui permet à la fois de filtrer et de polariser la lumière.

Le chapitre est organisé de la manière suivante. En premier lieu, nous décrivons brièvement la méthodologie employée, la théorie des matrices de transfert qui est généralisée aux matériaux dont la réponse diélectrique est tensorielle [29]. Ensuite, nous analysons des empilements multicouches faits de la répétition de deux couches uniaxes. De manière à souligner l'effet de la réorientation des axes

optiques, nous considérons que les couches ont les mêmes permittivités. Nous examinons deux configurations : la première, pour laquelle les axes optiques sont toujours parallèles aux couches (filtre de Šolc [71]) tandis que pour la seconde, les axes optiques peuvent sortir du plan des couches.

5.1 Méthode des matrices de transfert anisotropes

De manière à établir les conventions et les différents concepts utilisés ultérieurement, nous décrivons succintement les principales étapes de la méthode des matrices de transfert adaptée aux couches anisotropes [29]. L'objectif de cette section est de déterminer les relations de dispersion d'un système optique stratifié défini par un assemblage périodique de matériaux anisotropes uniaxes. De manière explicite, nous cherchons à résoudre la structure de bandes d'un cristal photonique unidimensionnel dont la réponse électromagnétique est tensorielle.

Pour des empilements diélectriques, une technique adaptée est celle des matrices de transfert [Annexe A]. Les équations de Maxwell, en appliquant les conditions de raccord des champs, s'écrivent sous forme de matrices qui connectent les amplitudes des champs situées de part et d'autre d'une couche. En outre, pour des matériaux isotropes, les équations se séparent en deux polarisations indépendantes, le mode TE (avec le champ électrique **E** perpendiculaire au plan d'incidence) et le mode TM (avec le champ électrique **H** perpendiculaire au plan d'incidence). Vu que les deux polarisations sont découplées, la technique des matrices de transfert isotropes impliquent des matrices de dimension 2x2. Yeh a généralisé cette méthode pour des couches anisotropes. A cause de l'anisotropie des couches, un couplage des polarisations peut se produire aux interfaces. Par conséquent, les deux modes TE et TM ne sont plus indépendants. Les matrices à manipuler sont toujours carrées mais de dimension 4.

La généralisation des matrices de transfert est une approche exacte qui se différencie de la formulation des matrices de Jones [10, 72] négligeant les réflexions à chaque interface. Cette dernière technique est une méthode utilisant des matrices de dimension 2x2 pour laquelle le champ électrique, ou état de polarisation, est représenté par un vecteur colonne à deux dimensions tandis que chaque lame cristalline ou polariseur est représenté par une matrice 2x2. Toute l'information du système optique complet est contenue dans une matrice 2x2 qui correspond au

produit des matrices de chaque élément. La transmission de la lumière est décrite par la multiplication du vecteur incident et de la matrice finale. De manière générale, les matrices de Jones coïncident avec l'assemblage de matrices de rotation et de matrices de propagation qui tiennent compte du retard de phase existant entre les deux états de polarisations. En effet, onde ordinaire et extraordinaire ne possèdent généralement pas la même vitesse de phase, et l'une peut se trouver en retard par rapport à l'autre. Les matrices de rotation permettent de décrire la propagation des ondes dans un système de coordonnées commun à tous les éléments de l'appareil optique.

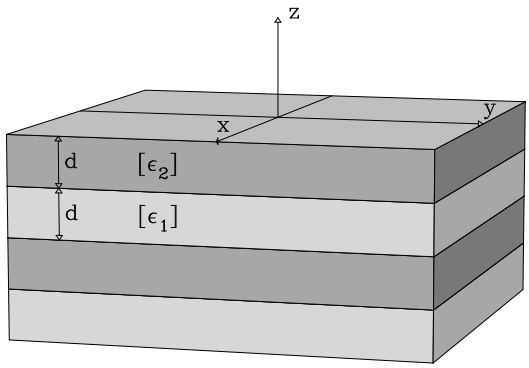


FIG. 5.1 – Le cristal photonique étudié dont la période a est composée de deux couches constituées d'un même matériau anisotrope. La première couche $[\epsilon_1]$ est réalisée à partir d'un matériau uniaxial dont l'axe optique est toujours fixé alors que la seconde $[\epsilon_2]$ possède une réponse diélectrique correspondant à un milieu anisotrope uniaxial avec un axe optique mobile. L'axe de périodicité est orienté selon l'axe z. L'épaisseur des couches est identique pour chaque couche et vaut $d = a/2$.

Dans ce chapitre, nous considérons un système stratifié construit à partir de la répétition de deux couches de matériaux anisotropes [FIG. 5.1]. La première est développée sur base d'un matériau uniaxial dont l'axe optique est toujours immobile. En revanche, pour la deuxième couche, l'axe optique est libre de se mouvoir. D'un point de vue pratique, en employant des cristaux liquides, il est concevable de considérer des matériaux dont l'axe optique peut être orienté à souhait. En encapsulant une couche de cristal liquide nématique entre deux électrodes [Chap. 4], la tension appliquée influence l'alignement des molécules et permet une

réorganisation du tenseur diélectrique. L'axe z est la direction perpendiculaire à la surface des films, c'est donc la direction de stratification. Par conséquent, le tenseur diélectrique $[\epsilon(z)]$ varie uniquement selon cette direction z. Le paramètre d définit l'épaisseur des couches et équivaut exactement à la moitié de la période a, $d = a/2$.

Nous utilisons, tout au long de ce chapitre, deux valeurs pour les permittivités. Notons, respectivement, $\epsilon_{\parallel}$ et $\epsilon_{\perp}$ les constantes diélectriques qui décrivent les réponses électromagnétiques pour les sollicitations le long de l'axe optique et perpendiculaire à celui-ci. Nous prenons aussi des matériaux non magnétiques pour lesquels la perméabilité magnétique μ est une constante valant 1 à travers tout le milieu stratifié.

Bien que, par la suite, nous ne regardons que la propagation d'ondes dont l'incidence est normale, la technique des matrices de transfert anisotropes est écrite dans le cas le plus général. En plus, les ondes sont planes et monochromatiques, manifestant une dépendance temporelle et spatiale de la forme $\exp[i\ (\mathbf{k}.\mathbf{r} - \omega t)]$ où $\mathbf{k}.\mathbf{r} = k_x x + k_y y + \gamma z$. Vu l'invariance par translation dans le plan xy pour la multicouche unidimensionnelle, la composante parallèle aux interfaces du vecteur d'onde se conserve à travers tout le milieu stratifié. Dès lors, les deux composantes k_x et k_y sont choisies comme variables dynamiques du problème pour caractériser entièrement la propagation des ondes électromagnétiques. Se donnant k_x et k_y, la composante z du vecteur d'onde est calculée en résolvant, dans chaque couche du système stratifié, le déterminant associé à l'équation d'onde [Eq. (4.2), p. 72]. Le déterminant donne lieu à une équation du quatrième degré en γ, c'est pourquoi nous notons à présent les racines γ_σ avec $\sigma = 1, 2, 3, 4$.

Remarquons que les racines de l'équation d'onde peuvent aussi s'obtenir de manière graphique, dans le cas où elles sont réelles. Le plan d'incidence est défini par deux vecteurs, la composante parallèle du vecteur d'onde $k_x\mathbf{e}_x + k_y\mathbf{e}_y$ et la direction z. L'intersection de ce plan avec les surfaces d'onde conduit à deux courbes fermées (ellipse et cercle pour un matériau anisotrope) qui sont symétriques par rapport à l'origine des axes. En traçant une droite à la terminaison du vecteur $k_x\mathbf{e}_x + k_y\mathbf{e}_y$ et parallèle à la direction z, nous trouvons quatre points d'intersection. Ce sont ces points d'intersection qui définissent les vecteurs d'onde $\mathbf{k}_\sigma$ et donc les quatre racines γ_σ.

Comme l'équation d'onde [Eq. (4.2), p. 72] fournit quatre valeurs pour la

composante z du vecteur d'onde, le champ électrique dans la couche j correspond à une combinaison linéaire de quatre ondes partielles

$$\mathbf{E}^{(j)} = \sum_{\sigma=1}^{4} A_\sigma(j)\ \mathbf{p}_\sigma^{(j)} \exp\left\{ i\left[k_x x + k_y y + \gamma_\sigma^{(j)}\ (z - z_j) - \omega t\right]\right\} \tag{5.1}$$

avec le vecteur de polarisation s'écrivant

$$\mathbf{p}_\sigma = N_\sigma \begin{pmatrix} p_{x,\sigma} \\ p_{y,\sigma} \\ p_{z,\sigma} \end{pmatrix}. \tag{5.2}$$

Les composantes du vecteur sont

$$\begin{aligned}
p_{x,\sigma} &= \left[\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \epsilon_{yy} - k_x^2 - \gamma_\sigma^2\right]\left[\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \epsilon_{zz} - k_x^2 - k_y^2\right] - \left[\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \epsilon_{yz} + k_y\gamma_\sigma\right]^2, \\
p_{y,\sigma} &= \left[\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \epsilon_{yz} + k_y\gamma_\sigma\right]\left[\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \epsilon_{xz} + k_x\gamma_\sigma\right] - \\
&\quad \left[\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \epsilon_{xy} + k_x k_y\right]\left[\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \epsilon_{zz} - k_x^2 - k_y^2\right], \\
p_{z,\sigma} &= \left[\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \epsilon_{xy} + k_x k_y\right]\left[\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \epsilon_{yz} + k_y\gamma_\sigma\right] - \\
&\quad \left[\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \epsilon_{xz} + k_x\gamma_\sigma\right]\left[\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \epsilon_{yy} - k_x^2 - \gamma_\sigma^2\right].
\end{aligned}$$

N_σ est une constante de normalisation de telle manière que $\mathbf{p}_\sigma.\mathbf{p}_\sigma = 1$. Partant des équations de Maxwell, le champ magnétique se déduit aisément du champ électrique

$$\mathbf{H}^{(j)} = \sum_{\sigma=1}^{4} A_\sigma(j)\ \mathbf{q}_\sigma^{(j)} \exp\left\{ i\left[k_x x + k_y y + \gamma_\sigma^{(j)}\ (z - z_j) - \omega t\right]\right\} \tag{5.3}$$

avec

$$\mathbf{q}_\sigma^{(j)} = \frac{1}{\mu_0\omega}\mathbf{k}_\sigma^{(j)} \times \mathbf{p}_\sigma^{(j)}. \tag{5.4}$$

Notons que $\mathbf{q}_\sigma^{(j)}$ n'est plus un vecteur unitaire.

La connaissance des champs dans chaque couche ainsi que l'application des conditions de continuité à chaque interface mène directement à la matrice de

transfert définie comme $T_{n-1,n} = D^{-1}(n-1)D(n)P(n)$ où la matrice dynamique $D(n)$, qui dépend seulement des directions de polarisations, est notée

$$D(n) = \begin{pmatrix} \mathbf{e}_x.\mathbf{p}_1^{(n)} & \mathbf{e}_x.\mathbf{p}_2^{(n)} & \mathbf{e}_x.\mathbf{p}_3^{(n)} & \mathbf{e}_x.\mathbf{p}_4^{(n)} \\ \mathbf{e}_y.\mathbf{q}_1^{(n)} & \mathbf{e}_y.\mathbf{q}_2^{(n)} & \mathbf{e}_y.\mathbf{q}_3^{(n)} & \mathbf{e}_y.\mathbf{q}_4^{(n)} \\ \mathbf{e}_y.\mathbf{p}_1^{(n)} & \mathbf{e}_y.\mathbf{p}_2^{(n)} & \mathbf{e}_y.\mathbf{p}_3^{(n)} & \mathbf{e}_y.\mathbf{p}_4^{(n)} \\ \mathbf{e}_x.\mathbf{q}_1^{(n)} & \mathbf{e}_x.\mathbf{q}_2^{(n)} & \mathbf{e}_x.\mathbf{q}_3^{(n)} & \mathbf{e}_x.\mathbf{q}_4^{(n)} \end{pmatrix}, \tag{5.5}$$

et la matrice de propagation $P(n)$ correspond à

$$P(n) = \begin{pmatrix} e^{-i\gamma_1^{(n)}d_n} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{-i\gamma_2^{(n)}d_n} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{-i\gamma_3^{(n)}d_n} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{-i\gamma_4^{(n)}d_n} \end{pmatrix}. \tag{5.6}$$

Nous pouvons constater la dépendance des matrices de propagation $P(n)$ vis-à-vis de la phase des ondes partielles $\gamma_\sigma^{(n)}$ et de l'épaisseur de la couche d_n. Les matrices dynamiques sont définies de telle façon qu'elles se construisent de manière bloc-diagonale lorsque le couplage de polarisation disparaît. Une telle propriété requiert que A_1 et A_2 soient des amplitudes associées à une même polarisation. A_1 et A_2 se propagent, respectivement, vers les z positifs et négatifs. De manière équivalente, A_3 et A_4 sont les amplitudes des ondes planes de même polarisation.

La premier renseignement que nous pouvons obtenir de la méthode des matrices de transfert est la structure de bandes qui relie la fréquence ω au vecteur d'onde $\mathbf{k}$. C'est la relation de dispersion pour un empilement multicouche périodique et d'extension infinie. Pour cela, il est nécessaire de construire la matrice de transfert d'une période et rechercher les valeurs propres en accord avec le théorème de Bloch :

$$T_p\mathbf{A}(n) = e^{-ik_z a}\mathbf{A}(n) \tag{5.7}$$

avec $\mathbf{A}$ le vecteur contenant les amplitudes des ondes partielles, k_z le nombre d'onde de Bloch et a la longueur de la période. La matrice T_p est la matrice de transfert de la période réalisée, ici, à partir de deux couches $T_p = T_{1,2}T_{2,1}$.

La technique des matrices de transfert permet aussi le calcul des coefficients de réflexion d'une structure finie. Ces coefficients fournissent la réponse du filtre pour une excitation donnée. Si nous considérons un film contenant un nombre n_p

de périodes et entouré par l'air, la matrice de transfert totale est équivalente à $T = T_{air,1}\,(T_p)^{n_p-1}\,T_{1,2}\,T_{2,air}$. Vu l'anisotropie du milieu et le couplage des modes, quatre coefficients sont liés à la réflexion

$$R_{xx} = \left|\frac{T(2,1)\,T(3,3) - T(2,3)\,T(3,1)}{T(1,1)\,T(3,3) - T(1,3)\,T(3,1)}\right|^2, \tag{5.8}$$

$$R_{xy} = \left|\frac{T(4,1)\,T(3,3) - T(4,3)\,T(3,1)}{T(1,1)\,T(3,3) - T(1,3)\,T(3,1)}\right|^2, \tag{5.9}$$

$$R_{yx} = \left|\frac{T(1,1)\,T(2,3) - T(2,1)\,T(1,3)}{T(1,1)\,T(3,3) - T(1,3)\,T(3,1)}\right|^2, \tag{5.10}$$

$$R_{yy} = \left|\frac{T(1,1)\,T(4,3) - T(4,1)\,T(1,3)}{T(1,1)\,T(3,3) - T(1,3)\,T(3,1)}\right|^2. \tag{5.11}$$

Ces formules de réflexion combinées avec les structures de bandes sont extrêmement utiles dans la compréhension de la réponse électromagnétique. Alors que les structures de bandes traitent des multicouches infinies, les réflectances sont mieux adaptées pour des applications réalistes. Notons que les termes croisés de réflexion [Eqs. (5.9) et (5.10)] indiquent la quantité d'énergie qui est transférée d'une polarisation vers une autre.

5.2 Structures de bandes de multicouches uniaxiales

5.2.1 Axes optiques dans le plan xy

Nous considérons en premier lieu le cas où les axes optiques sont maintenus dans le plan des couches, c'est-à-dire le plan xy. Cette configuration nous remémore les filtres de Šolc qui consistent en une série périodique de fines lames de cristal biréfringent [71, 73]. Depuis, ils ont été amplement étudiés afin d'améliorer leur propriété de réflexion [74]. Par exemple, il a été démontré que ces filtres peuvent agir comme des réflecteurs parfaits pour tous les angles [31].

Dans notre cas, le tenseur diélectrique de notre première couche est maintenu

constant et défini par

$$[\epsilon_1] = \begin{pmatrix} \epsilon_\parallel & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_\perp & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_\perp \end{pmatrix}. \tag{5.12}$$

Avec une telle réponse électromagnétique, l'axe optique est aligné selon la direction x et reste dans cette position [FIG. 5.2].

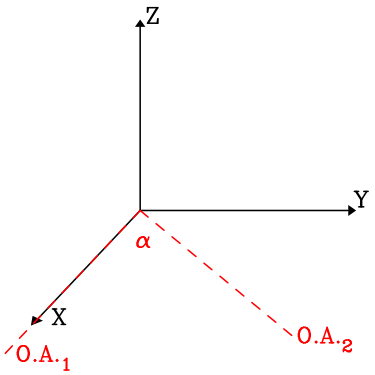


FIG. 5.2 – Les deux axes optiques (O.A.), dans le plan xy, sont illustrés en traits discontinus. Les indices 1 et 2 réfèrent aux deux couches de la période. O.A.$_2$ peut tourner autour de l'axe z. L'angle ainsi formé entre les deux directions est noté α. L'axe O.A.$_1$ est fixé et est toujours parallèle à la direction x.

Dans la seconde couche, l'axe optique est toujours maintenu dans le plan xy mais il peut y tourner. L'axe de rotation correspond à l'axe de stratification des couches et l'angle entre l'axe optique et l'axe x est noté α [FIG. 5.2]. Avec cette flexibilité, le tenseur diélectrique, réel et symétrique, est immédiatement écrit comme

$$[\epsilon_2] = \begin{pmatrix} \epsilon_\parallel \cos^2\alpha + \epsilon_\perp \sin^2\alpha & (\epsilon_\parallel - \epsilon_\perp)\cos\alpha\sin\alpha & 0 \\ (\epsilon_\parallel - \epsilon_\perp)\cos\alpha\sin\alpha & \epsilon_\perp \cos^2\alpha + \epsilon_\parallel \sin^2\alpha & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_\perp \end{pmatrix}. \tag{5.13}$$

Le paramètre libre qui permet de modifier le dispositif est l'angle α entre les deux axes optiques. On s'attend donc à un changement de la structure de bandes du cristal photonique en jouant avec ce paramètre. Par ailleurs, l'incidence des ondes envoyées sur la structure est toujours normale, c'est-à-dire que le vecteur

d'onde **k** ne possède qu'une seule composante, parallèle à la direction z.

En utilisant la méthode des matrices de transfert explicitée précédemment, nous trouvons, pour les deux couches de la période, les racines suivantes de l'équation d'onde [Eq. (4.2), p. 72] : $\gamma_1 = -\gamma_2 = \sqrt{\epsilon_\parallel}\omega/c$ et $\gamma_3 = -\gamma_4 = \sqrt{\epsilon_\perp}\omega/c$. Entre les deux couches, la différence apparaît uniquement dans les matrices dynamiques D [Eq. (5.5)] qui dépendent de l'angle α dans la couche 2.

Nous illustrons le changement progressif dans la structure de bandes à mesure que l'angle α croît [FIGs. 5.3-5.6]. Quand les deux axes optiques sont parallèles [FIG. 5.3], la multicouche se comporte comme un milieu homogène et anisotrope. Dans ce cas, nous obtenons les structures de bandes "ordinaire" et "extraordinaire", indépendantes l'une de l'autre (découplées). La relation entre la fréquence et le nombre d'onde est linéaire et le coefficient angulaire nous informe sur les vitesses de propagation, et donc les indices de réfraction. Nous trouvons, au final, les deux valeurs $\epsilon_\parallel$ et $\epsilon_\perp$. Les deux structures de bandes coïncident avec les deux orientations possibles du champ électrique, c'est-à-dire parallèles à l'axe x ou à l'axe y. Le champ électrique, orienté selon l'axe x, ressent seulement les effets de la composante xx du tenseur diélectrique. Dans ce cas, l'élément tensoriel est $\epsilon_\parallel$. Le spectre de réflectance R_{xx}, simulé pour une structure finie construite à partir de cinq périodes, le confirme. D'autre part, le coefficient R_{yy} qui est associé à un champ électrique parallèle à l'axe y ressemble à celui d'un milieu homogène avec une réponse diélectrique $\epsilon_\perp$. Il n'y a pas de termes croisés R_{yx} ou R_{yx} vu que les deux polarisations sont découplées.

En adaptant l'angle α, un ajustement de l'orientation du deuxième axe optique implique un réarrangement complet des structures de bandes [FIGs. 5.4 et 5.5]. La modulation de l'indice de réfraction mène à l'ouverture de bandes interdites. Mentionné par Mandatori et al. [30], le désalignement des axes optiques implique aussi une redistribution des énergies entre les différentes polarisations. Cette redistribution des fréquences ainsi que le mélange des polarisations [29] expliquent la répulsion entre bandes [comme en $\omega a/2\pi c = 0.2$ pour FIG. 5.4]. Ce mélange des énergies apparaît clairement dans les spectres de réflectance. Une partie de l'énergie incidente issue d'une polarisation est transférée à l'autre polarisation (R_{xy} et R_{yx} sont dessinés respectivement par les courbes avec des cercles solides sur $R_{x.}$ et $R_{y.}$). Le mélange est plus important pour $\alpha = 30^\circ$ que $\alpha = 60^\circ$ [par exemple en $\omega a/2\pi c = 0.2$ pour FIGs. 5.4 et 5.5]. Le dernier cas

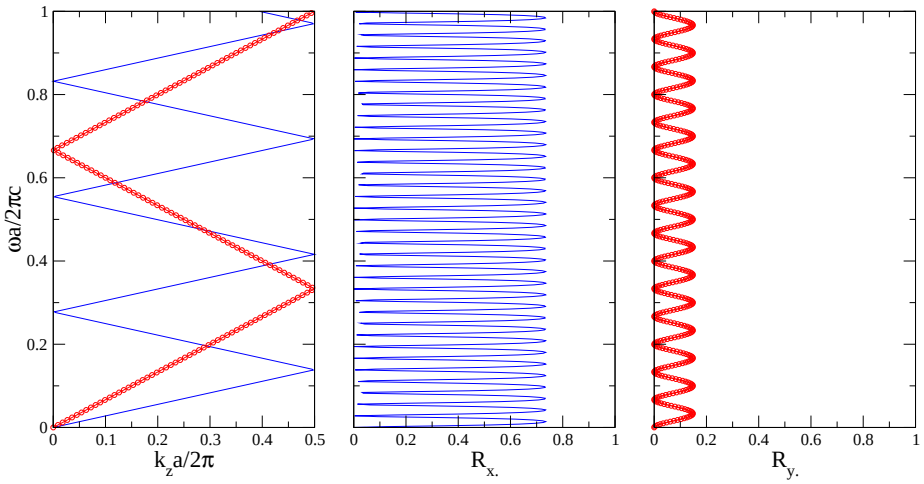


FIG. 5.3 – Structure de bandes (gauche) et coefficients de réflexion R (milieu et droite) d'un cristal photonique unidimensionnel uniaxial. $R_{x.}$ (R_{xx} ou R_{xy}) et $R_{y.}$ (R_{yx} ou R_{yy}) indiquent les coefficients de réflexion pour un champ électrique incident parallèle aux axes x et y respectivement. Les calculs sont développés pour une superposition de couches dont les tenseurs diélectriques sont $[\epsilon_1]$ et $[\epsilon_2]$ [Eqs. (5.12) et (5.13)]. Dans un but de clarté, les valeurs retenues pour $\epsilon_{\parallel}$ et $\epsilon_{\perp}$ sont 13.00 et 2.25 respectivement. L'angle α est l'angle entre l'axe optique de la seconde couche et l'axe x. Il est dans ce cas égal à zéro ($\alpha = 0^{\circ}$). L'épaisseur des deux couches vaut $d = a/2$ où a est la période. Le spectre de réflectance est déterminé pour un empilement fait de 5 périodes. Pour les spectres de réflectance, la première couche de la période est la couche 2.

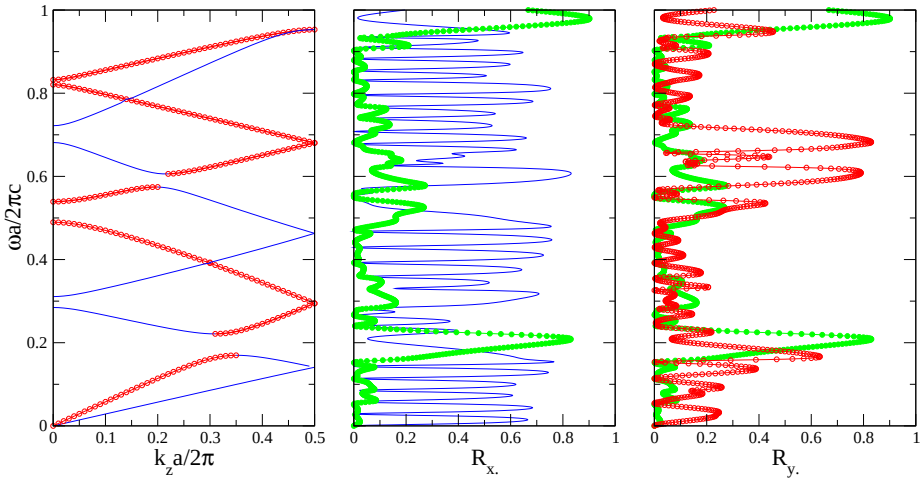


FIG. 5.4 – Idem que FIG. 5.3 mais $\alpha = 30^{\circ}$. La courbe avec les cercles solides représente la proportion d'énergie réfléchie qui subit un changement de polarisation.

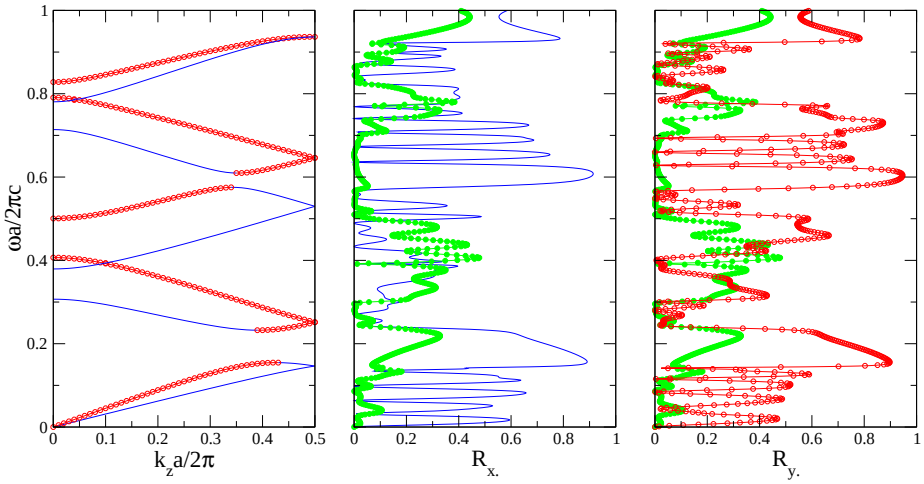


FIG. 5.5 – Idem que FIG. 5.3 mais $\alpha = 60^{\circ}$. La courbe avec les cercles solides représente la proportion d'énergie réfléchie qui subit un changement de polarisation.

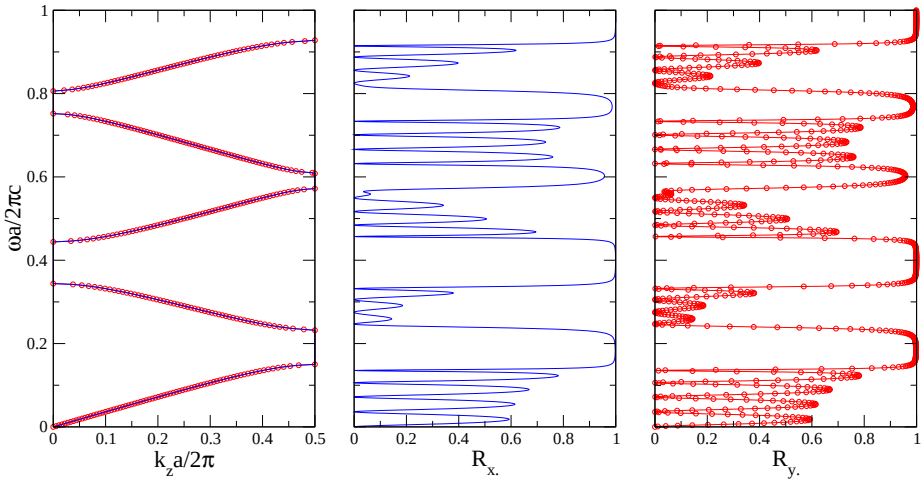


FIG. 5.6 – Idem que FIG. 5.3 mais $\alpha = 90^{\circ}$.

se rapproche du cas 90° où les deux couches sont parfaitement identiques pour chaque polarisation.

Quand les deux axes optiques sont perpendiculaires l'un à l'autre [FIG. 5.6], l'onde croise une superposition de couches de constante diélectrique valant alternativement $\epsilon_{\parallel}$ et $\epsilon_{\perp}$, et ce quelle que soit la polarisation. Ceci explique pourquoi les structures de bandes sont dégénérées. L'opération de symétrie qui conduit à cette dégénérescence des bandes est une rotation de 90°, suivie par une translation d'une demi période. Dans le spectre de réflectance, on reconnaît facilement la succession des bandes interdites et permises.

Contrairement au cas des structures de bandes des cristaux photoniques unidimensionnels isotropes, pour lesquelles les gaps s'ouvrent aux valeurs extrêmes du nombre d'onde de Bloch k_z, les matériaux stratifiés anisotropes présentent des bandes interdites qui se déploient à l'intérieur de la première zone de Brillouin. Les gaps trouvent leur origine dans la diffusion de Bragg signifiant que les ondes réfléchies interfèrent constructivement [29]. Pour les couches anisotropes, nous distinguons deux types d'onde possédant chacun leur vitesse de phase ($\sqrt{\epsilon_{\parallel}}$ et $\sqrt{\epsilon_{\perp}}$). D'une part, les ondes avec une même vitesse de phase interfèrent aux bords ou au centre de la zone de Brillouin comme dans les cristaux photoniques avec des couches isotropes [gap centré en $\omega a/2\pi c = 0.7$ dans FIG. 5.4]. D'autre part, deux ondes avec des vitesses de phase différentes peuvent interférer constructivement n'importe où dans la zone de Brillouin [gap centré en $\omega a/2\pi c = 0.2$ dans FIG. 5.4]. Pour ce dernier type, la bande interdite est même indirecte si nous faisons l'analogie avec la physique de l'état solide.

Une application possible d'un tel dispositif est le filtrage d'ondes électromagnétiques. En effet, en bénéficiant des propriétés de haute réflectance des bandes interdites photoniques, nous pouvons choisir de transmettre ou non une onde sans agir sur l'angle d'incidence. Si les axes sont parallèles, la lumière peut traverser le cristal pour n'importe quelle fréquence. Pour une position intermédiaire, des gaps photoniques émergent, réfléchissant fortement la lumière. Pour un angle de 90°, les bandes interdites sont encore plus remarquables. Imaginons une source envoyant trois ondes monochromatiques, chacune de fréquence réduite $\omega a/2\pi c$, 0.4, 0.5 et 0.6 (rouge, vert, bleu si par exemple $a = 280$ nm). Pour des axes qui sont alignés, toutes les fréquences sont transmises. En position intermédiaire, l'onde de fréquence 0.6 est arrêtée. Enfin, lorsque les deux axes optiques sont per-

pendiculaires, seule la fréquence 0.5 est transmise. Un changement de coloration peut donc être obtenu sans modifier l'angle d'incidence comme nous l'avions vu au chapitre 2. En outre, ce système permet de créer des couleurs structurales et additives. Dans la position finale, sont réfléchies les ondes de fréquences réduites 0.4 et 0.6. La couleur obtenue est une combinaison des deux pics de réflexion. Ce genre de couleur a déjà été observé dans la nature. Ainsi, la couleur brune des plumes de paon est à la fois structurale et additive contrairement aux premières hypothèses qui penchaient pour une couleur pigmentaire [75].

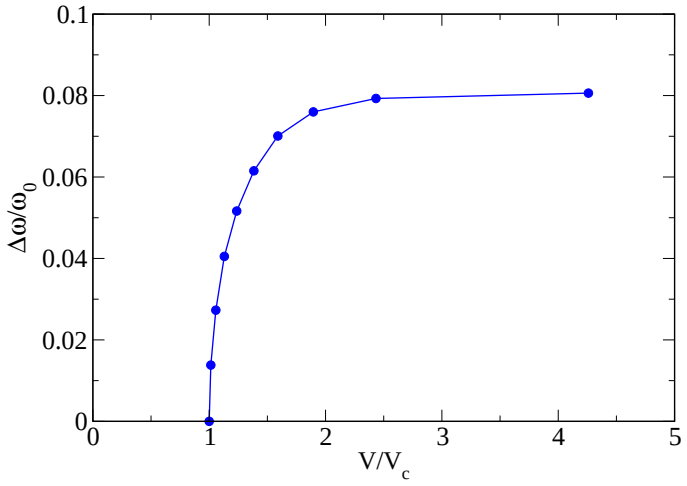


FIG. 5.7 – Modification de la largeur normalisée de la première bande interdite ($\Delta\omega/\omega_0$) avec la tension externe rapportée à la tension critique V/V_c pour une multicouche réalisée à partir du cristal liquide 5CB. Les points indiquent les valeurs de tension telles que l'angle de l'axe optique dans la seconde couche de la période passe de 0° à 90° par pas de 10°.

Pour une réalisation pratique, les cristaux liquides sont intéressants. La force de l'anisotropie peut être ajustée en employant une tension externe. Effectivement, au chapitre précédent [Chap. 4], nous avons introduit les transitions de Freedericksz dans un cristal nématique. En reprenant les paramètres du cristal liquide p-pentyl-cyanobiphenyl (5CB) [p. 77], nous simulons un système optique stratifié contrôlable. La taille de la première bande interdite normalisée par rapport à sa fréquence centrale ($\Delta\omega/\omega_0$) est illustrée en fonction de la tension aux bornes des électrodes [FIG. 5.7]. Nous choisissons des valeurs de tension de telle manière que α couvre les angles allant de 0° à 90° par pas de 10°. Pour une valeur $V = V_c$, le gap disparaît. Nous sommes dans la configuration de FIG. 5.3. En-

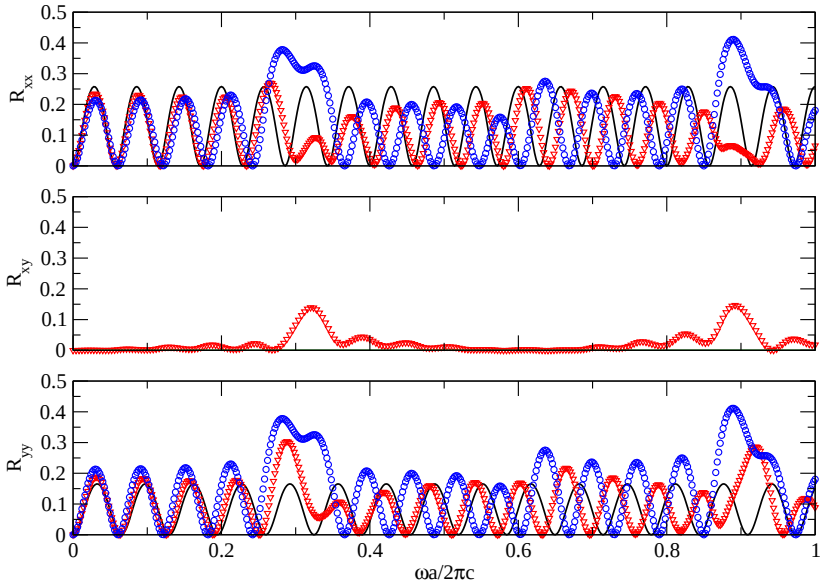


FIG. 5.8 – Dépendance des coefficients de réflexion R_{xx} (haut), R_{xy} (milieu) et R_{yy} (bas) suivant la tension appliquée. Le milieu stratifié est fait de cristal liquide 5CB. La courbe solide, la courbe avec des triangles et la courbe avec des cercles sont calculées pour des rapports V/V_c égaux à 1.000, 1.304 et 4.260 respectivement. La période est répétée 5 fois.

suite, à mesure que le champ électrique externe s'intensifie, la taille de la bande interdite augmente rapidement pour saturer aux grandes valeurs de tensions.

Nous calculons aussi les spectres de réflectance [FIG. 5.8] pour trois tensions externes différentes : $V/V_c = 1.000$ ($\alpha = 0^\circ$, courbe solide), $V/V_c = 1.304$ ($\alpha = 45^\circ$, courbe avec triangles) et $V/V_c = 4.260$ ($\alpha = 90^\circ$, courbe avec cercles). La multicouche est construite en répétant successivement 5 périodes. Pour $V/V_c = 1.000$, nous reconnaissons les réponses en réflexion d'un milieu homogène pour chaque polarisation (R_{xx} et R_{yy}). Il n'y a pas de mélange de polarisations sous cette contrainte, c'est-à-dire que R_{xy} s'annule pour toutes les fréquences. Pour une tension intermédiaire, nous voyons clairement que le terme croisé R_{xy} prend des valeurs appréciables dans la bande interdite associée au mélange de polarisations. Dès lors, avec des faibles valeurs de tension aux bornes des électrodes V/V_c qui n'excèdent pas 1.5, nous pouvons utiliser cette région spectrale pour créer un dispositif accordable qui filtre et dépolarise la lumière avec la tension critique comme seuil. Lorsque l'angle de distorsion tend vers 90°, nous ne pouvons plus distinguer les deux polarisations. Par ailleurs, R_{xy} s'annule à nouveau pour toutes

les fréquences.

Finalement, nous avons montré un exemple où un paramètre extérieur peut être adopté pour modifier la structure de bandes d'une multicouche. Avec cette configuration, nous avons insisté plus particulièrement sur la possibilité de régler la largeur de la bande interdite. Cependant, nous pouvons sélectionner ou mélanger les polarisations des ondes à souhait tout en gardant l'incidence normale.

5.2.2 Axes optiques dans le plan perpendiculaire aux couches

Considérons, à présent, le cas où les deux couches ont leur axe optique parallèle à l'axe z. Comme dans la partie précédente, nous supposons que l'axe optique de la deuxième couche peut bouger librement. Cet axe peut aussi bien se mouvoir dans le plan xz ou yz. Les deux configurations sont relativement similaires et nous pouvons, en conséquence, analyser le dernier sans perte de généralité. Les deux tenseurs diélectriques s'écrivent

$$[\epsilon_1] = \begin{pmatrix} \epsilon_\perp & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_\perp & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_\parallel \end{pmatrix} \tag{5.14}$$

et

$$[\epsilon_2] = \begin{pmatrix} \epsilon_\perp & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_\perp \cos^2\alpha + \epsilon_\parallel \sin^2\alpha & (\epsilon_\parallel - \epsilon_\perp)\cos\alpha\sin\alpha \\ 0 & (\epsilon_\parallel - \epsilon_\perp)\cos\alpha\sin\alpha & \epsilon_\parallel \cos^2\alpha + \epsilon_\perp \sin^2\alpha \end{pmatrix}. \tag{5.15}$$

Pour les deux tenseurs, l'axe principal optique est dirigé selon l'axe de stratification. O.A.$_1$ est maintenu parallèle à z. Dans la deuxième couche, l'axe optique O.A.$_2$ est mobile dans le plan yz et nous transcrivons α l'angle que cet axe optique prend avec O.A.$_1$ [Fig. 5.9]. Encore une fois, α est le paramètre libre.

Pour la couche 1, l'équation d'onde [Eq. (4.2), p. 72] fournit les phases suivantes pour les ondes partielles : $\gamma_1^{(1)} = -\gamma_2^{(1)} = \gamma_3^{(1)} = -\gamma_4^{(1)} = \sqrt{\epsilon_\perp}\omega/c$. Pour la deuxième couche de la période, la phase des ondes partielles dépend de l'angle α : $\gamma_1^{(2)} = -\gamma_2^{(2)} = \sqrt{\epsilon_\perp}\omega/c$ et $\gamma_3^{(2)} = -\gamma_4^{(2)} = \sqrt{\epsilon_{eo}}\omega/c$ où

$$\epsilon_{eo} = \frac{1}{(\cos^2\alpha/\epsilon_\perp) + \left(\sin^2\alpha/\epsilon_\parallel\right)}. \tag{5.16}$$

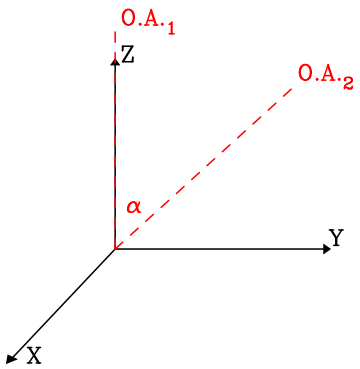


FIG. 5.9 – Les axes optiques (O.A.) des deux couches sont confondus au plan yz. Ils sont dessinés en traits discontinus. Les indices 1 et 2 réfèrent aux deux couches. O.A.$_1$ est immobile, aligné selon z. O.A.$_2$ tourne autour de l'axe x, décrivant un angle α avec O.A.$_1$.

Nous reconnaissons dans la dernière relation la définition de la constante diélectrique extraordinaire. Les matrices dynamiques D [Eq. (5.5)] sont bloc-diagonales, ce qui signifie que les deux polarisations sont toujours découplées.

L'analyse des structures de bandes [FIGS. 5.10-5.13] permet de comprendre le comportement des ondes dans le cristal. Pour une valeur de l'angle α nulle, les deux polarisations, champ électrique dirigé selon x et selon y, sont dégénérées. Le milieu stratifié apparaît homogène avec une constante diélectrique $\epsilon_\perp$ et une période $a/2$.

Dès que les deux axes optiques ne sont plus parallèles [FIGS. 5.11-5.13], la dégénérescence des polarisations est levée. Un vecteur électrique orienté selon x ressent la réponse du terme xx du tenseur diélectrique. Donc, l'onde se propage dans un milieu pour lequel la réponse électromagnétique ne varie pas et nous observons toujours la structure de bandes d'un milieu homogène. Pour l'autre polarisation, l'onde traverse la couche 2 avec une constante diélectrique extraordinaire donnée par ϵ_{eo} [Eq. (5.16)]. Il est alors possible pour cette polarisation de choisir de manière continue une valeur de constante diélectrique entre $\sqrt{\epsilon_\perp}$ et $\sqrt{\epsilon_\parallel}$ lorsque nous changeons l'angle relatif entre les deux axes optiques. Dès que l'axe optique de la deuxième couche est détaché de la direction z, le contraste d'indices augmente pour atteindre son maximum à 90°. Dans cette dernière configuration,

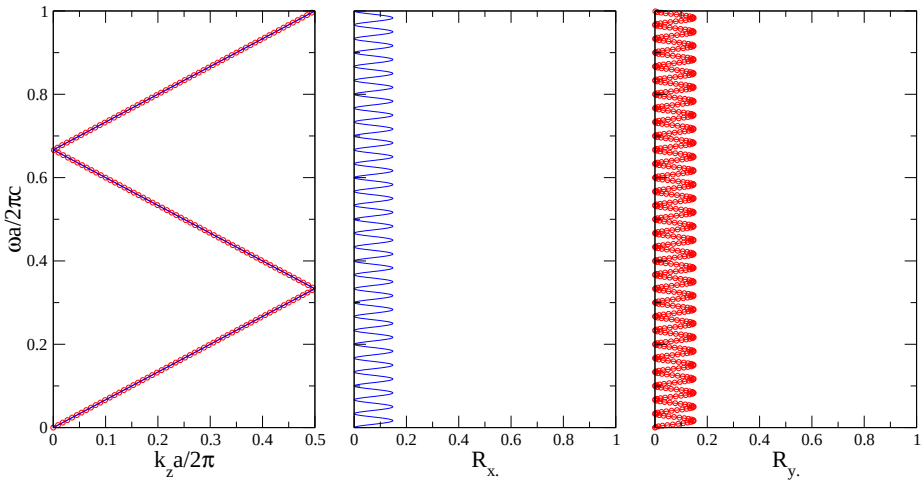


FIG. 5.10 – Structure de bandes (gauche) et coefficients de réflexion R (milieu et droite) d'un cristal photonique unidimensionnel uniaxial. $R_{x.}$ (R_{xx} ou R_{xy}) et $R_{y.}$ (R_{yx} ou R_{yy}) indiquent les coefficients de réflexion pour un champ électrique incident parallèle aux axes x et y respectivement. Les calculs sont développés pour une superposition de couches dont les tenseurs diélectriques sont $[\epsilon_1]$ et $[\epsilon_2]$ [Eqs. (5.14) et (5.15)]. Dans un but de clarté, les valeurs retenues pour $\epsilon_{\parallel}$ et $\epsilon_{\perp}$ sont 13.00 et 2.25 respectivement. L'angle α est l'angle entre l'axe optique de la seconde couche et l'axe z. Il est dans ce cas égal à zéro ($\alpha = 0^{\circ}$). L'épaisseur des deux couches vaut $d = a/2$ où a est la période. Le spectre de réflectance est déterminé pour un empilement fait de 5 périodes. Pour les spectres de réflectance, la première couche de la période est la couche 2.

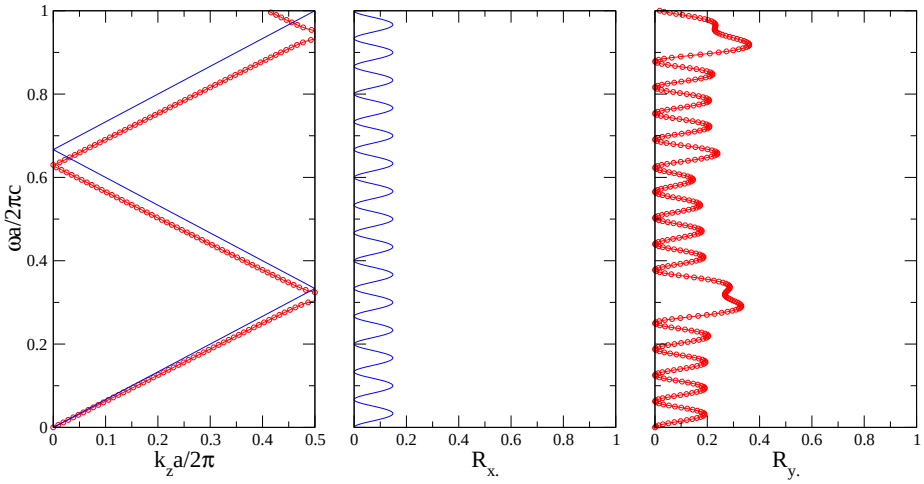


FIG. 5.11 – Idem que FIG. 5.10 mais $\alpha = 30^{\circ}$.

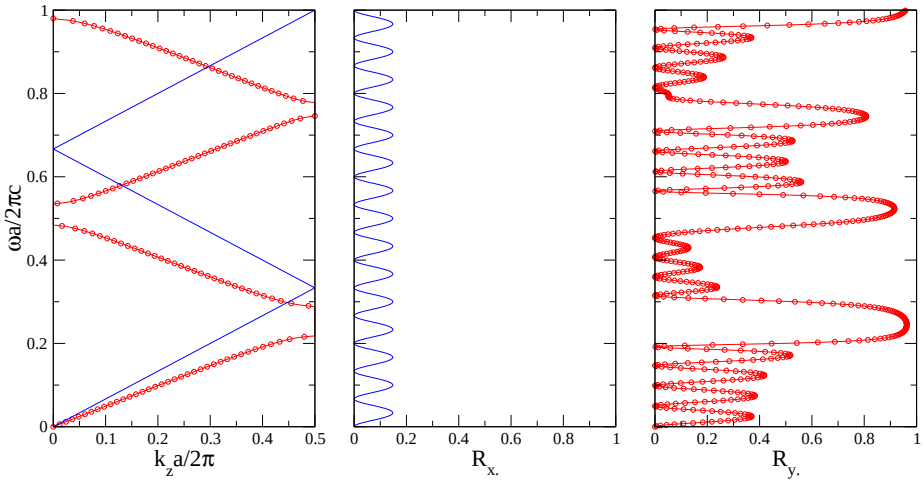


FIG. 5.12 – Idem que FIG. 5.10 mais $\alpha = 60^{\circ}$.

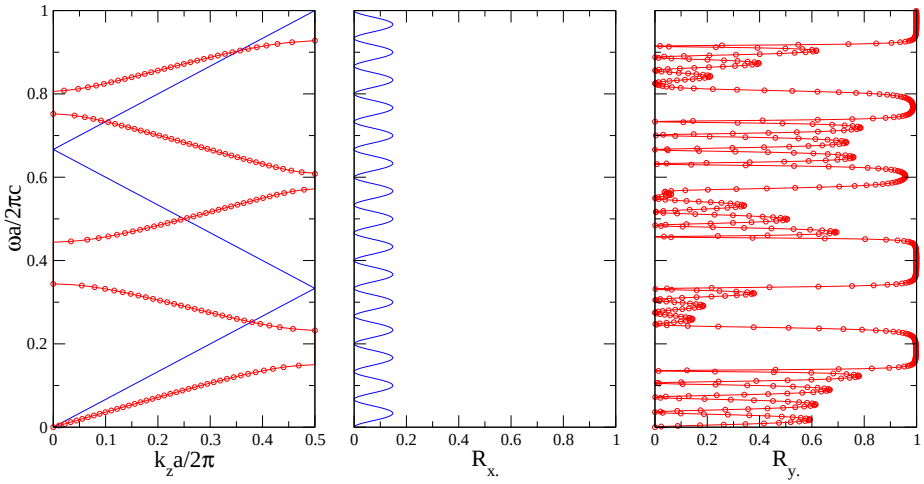


FIG. 5.13 – Idem que FIG. 5.10 mais $\alpha = 90^{\circ}$.

la structure de bandes est celle d'un milieu alternant des couches d'indices de réfraction respectifs $\sqrt{\epsilon_\perp}$ and $\sqrt{\epsilon_\parallel}$.

Le changement d'angle agit essentiellement sur la densité d'états, ce qui autorise d'assigner des poids de transmission sur plusieurs fréquences simultanément [spectres de réflectance FIGs. 5.10-5.13]. Le choix de ces bandes passantes est associé à l'intervalle spectral. Assurément, le contrôle de la bande interdite par l'orientation de l'axe optique permet un ajustement dynamique du spectre. Superposé à cette propriété, l'anisotropie des matériaux implique une réponse électromagnétique qui dépend de la polarisation incidente. C'est pourquoi, le dispositif est, en même temps, un polariseur efficace et un filtre structurel. Il est à souligner que travailler dans le plan xz renverse le rôle de chaque polarisation. En sélectionnant l'une ou l'autre orientation de l'axe optique, nous sommes capables de choisir la polarisation à filtrer.

Chapitre 6

Guide d'onde à modes lents

Quittons désormais les multicouches pour nous concentrer sur un guide d'onde construit à partir de deux matériaux aux propriétés antagonistes. L'idée est de combiner un matériau gauche et un matériau droit. Vu que les flux d'énergie se propagent dans des directions opposées, nous montrons qu'il est possible de contrôler la vitesse de groupe des ondes électromagnétiques dans le système et même de créer un mode de cavité.

Nous examinons toujours des systèmes constitués d'un empilement de couches, c'est-à-dire que l'invariance par translation n'est pas vérifiée uniquement dans la direction perpendiculaire aux plans des couches. Ce qui change fondamentalement avec le reste de la dissertation, c'est que nous ne travaillons plus avec des matériaux périodiques ou pseudo-périodiques. D'où, les propriétés optiques particulières que nous allons observer au cours de ce chapitre ne proviennent plus de la structuration des matériaux mais trouvent leur origine dans les caractéristiques intrinsèques des couches.

Après avoir décrit la géométrie du système et expliqué les principales propriétés des matériaux gauches, nous calculons les modes guidés de la structure. De plus, comme nous voulons rechercher des modes de faibles vitesses de groupe, nous évaluons le flux d'énergie ainsi que la densité d'énergie du système. De là, nous abordons l'examen des propriétés de la structure de deux manières. Dans un premier temps, nous étudions tous les types de modes guidés de la bicouche. Dans un deuxième temps, nous regardons le cas particulier des modes lents, c'est-à-dire des modes présentant des vitesses de l'ordre de 10^{-2} à 10^{-3} fois la vitesse de la lumière dans le vide.

6.1 Géométrie du système

Dans ce chapitre, nous considérons un système stratifié construit à partir de deux couches [Fig. 6.1]. La première est développée sur base d'un matériau gauche. Les matériaux gauches présentent la particularité de posséder pour certaines gammes de fréquence des valeurs négatives de la constante diélectrique ϵ_1 et de la perméabilité magnétique μ_1, et ce, simultanément (région II). Pour des facilités de simulations numériques, nous utilisons un modèle plasmonique pour les réponses optiques [76]

$$\epsilon_1 = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}, \tag{6.1}$$

$$\mu_1 = 1 - \frac{\omega_{pm}^2}{\omega^2} \tag{6.2}$$

avec ω_{pe} et ω_{pm} qui sont les fréquences plasma électrique et magnétique, respectivement. Le modèle de Drude rend compte valablement de la réponse électromagnétique des matériaux gauches dans la gamme de fréquences qui nous intéresse. En revanche, la deuxième couche est réalisée à partir de matériau droit. Nous considérons seulement dans ce travail des matériaux diélectriques, de constante diélectrique ϵ_2 et non magnétique $\mu_2 = 1$ (région III). L'axe z est la direction perpendiculaire à la surface des films, c'est donc la direction de stratification. Les épaisseurs des deux couches sont notées d_j avec $j = 1, 2$. Le milieu environnant la structure est le vide, caractérisé par une constante diélectrique et une perméabilité valant l'unité (régions I et IV).

Avant de décrire les modes guidés de la structure bicouche, énonçons brièvement les principales propriétés des matériaux gauches. Toute l'histoire des matériaux gauches commence par une réflexion théorique du chercheur russe Veselago [36]. Qu'advient-il des lois physiques lorsque, dans un matériau, la permittivité ainsi que la perméabilité magnétique sont simultanément négatives ?

En analysant la propagation d'une onde plane à l'intérieur d'un milieu gauche [77], nous pouvons conclure immédiatement que le champ électrique $\mathbf{E}$, le champ magnétique $\mathbf{H}$ et le vecteur d'onde $\mathbf{k}$ sont toujours orthogonaux mais forment un trièdre gaucher. Cette première propriété a de suite donné le nom aux matériaux. Physiquement, cette orientation différente des champs n'est pas sans conséquence. En effet, le transport de l'énergie se voit modifié dans ces matériaux. Le vecteur

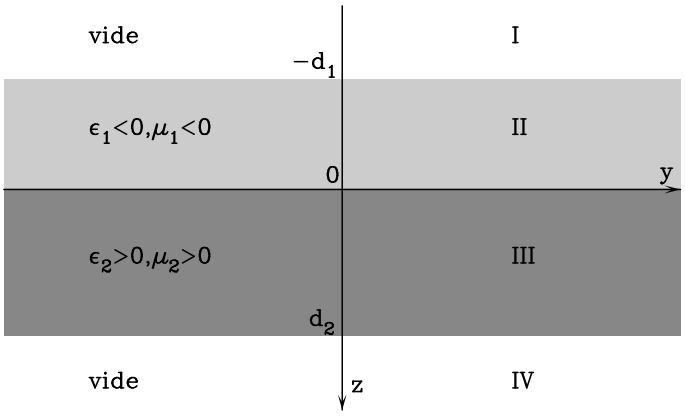


FIG. 6.1 – Guide d'onde formé à partir de deux matériaux différents et placé dans le vide. L'axe d'empilement des couches est l'axe z. Le film d'épaisseur d_1 est constitué de matériau gauche, c'est-à-dire caractérisé par une constante diélectrique ϵ_1 et une perméabilité magnétique μ_1 toutes deux négatives. La couche située entre $z = 0$ et $z = d_2$ est faite à partir de matériau droit, caractérisé par la réponse optique suivante ϵ_2 et μ_2.

de Poynting $\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$, dont l'intensité indique la densité de puissance véhiculée par l'onde, le champ électrique et le champ magnétique forment un trièdre droitier en tout point de l'espace. En comparant ceci avec la direction du vecteur d'onde, nous pouvons déduire que le vecteur de Poynting et le vecteur d'onde sont antiparallèles. Les fronts d'onde se propagent vers l'arrière dans les matériaux gauches. Une démonstration expérimentale a d'ailleurs été réalisée récemment [78].

Une des propriétés intéressante des matériaux gauches lorsque ceux-ci sont mis en contact avec un matériau droit est la réfraction négative. Cette réfraction est particulière car le rayon réfracté se situe du même côté de la normale à l'interface que le rayon incident. Conséquence directe de cette nouvelle propriété, la loi de Snell-Descartes introduit naturellement un indice de réfraction négatif pour le matériau gauche. Notons que la présence du matériau gauche ne modifie en rien le comportement de l'onde réfléchie qui reste toujours dans le milieu d'incidence, constitué de matériau droit.

Afin d'être complet, signalons que, dans les matériaux gauches, l'effet Doppler est renversé, c'est-à-dire qu'une source se dirigeant vers un observateur apparaît avec une fréquence réduite. Dans de tels milieux, une particule émet une radiation

Cherenkov dans la direction opposée à son déplacement.

Toutefois, les matériaux gauches seraient dénués d'intérêt si leur réalisation était impossible. Ainsi, D. R. Smith et son équipe [39], sur base des travaux de J. Pendry [37, 38], fabriquèrent une structure de boucles ouvertes concentriques non magnétiques pour lesquels la constante diélectrique et la perméabilité magnétique sont simultanément négatives pour une gamme de fréquences micro-ondes. Un matériau de ce type permet de vérifier toutes les propriétés supposées des matériaux gauches énoncées précédemment.

Dans la bicouche, l'idée est de profiter de l'association de deux matériaux pour lesquels les flux de puissance sont antiparallèles. La puissance nette se déplaçant dans le système correspond à la différence des amplitudes des deux flux de puissance opposés [79, 80]. Cependant, dans la réalité, pour le calcul du flux total il ne faut pas oublier l'énergie qui se propage à l'extérieur de la bicouche [81]. Dans un guide d'onde constitué de deux matériaux droits, tous les modes ont leur énergie qui se propage dans la même direction que le vecteur d'onde. Par contre, dans un guide d'onde construit à partir d'une couche de matériau droit et une couche de matériau gauche, la vitesse de phase et la direction du flux de puissance ne pointent pas nécessairement dans la même direction. Donc, le flux de puissance total peut être soit parallèle, soit antiparallèle par rapport à la vitesse de phase. Evidemment, entre ces deux extrêmes, la puissance totale peut même s'annuler sous certaines conditions. La structure se comporte alors comme une cavité résonnante, bien qu'il n'existe pas de miroirs terminaux pour fermer la cavité. Nous parlons dans ce cas de cavité ouverte [82, 83, 84].

Pour se figurer les puissances véhiculées dans chaque couche, supposons qu'un seul mode soit excité dans la structure et qu'il se déplace dans le sens des y positifs, c'est-à-dire que vitesse de phase et vitesse de groupe sont parallèles. Un tel mode transporte l'énergie d'une manière particulière. En imaginant un observateur dans la couche de matériau droit, celui-ci mesure une certain flux de puissance dans la couche se dirigeant loin de la source. Le flux de puissance est plus grand que la quantité prise à la source. En effet, une partie retourne vers la source dans le matériau gauche afin de préserver la conservation de l'énergie. La réfraction négative se produisant à l'interface entre les deux couches agit comme un mécanisme de réflexion dans la direction perpendiculaire à l'interface. Elle réfléchit une partie de la puissance incidente. Par conséquent, la condition de

résonance de la cavité ouverte s'explique comme la condition pour laquelle une surface virtuelle, perpendiculaire à l'interface des deux couches, devient totalement réfléchissante. Nous retrouvons donc les miroirs d'une cavité habituelle.

Pour conclure, en associant matériaux gauche et droit, nous pouvons exciter des modes dont le flux de puissance total est positif, négatif, voire même proche de zéro. C'est pourquoi, nous présentons donc deux types d'application. La première est de considérer la structure comme un guide d'onde normal mais qui peut distribuer l'énergie vers l'avant ou vers l'arrière. Ensuite, nous montrons qu'il est possible et de réduire considérablement la vitesse de la lumière dans la bicouche et de créer des modes qui semblent piégés comme dans une cavité.

6.2 Calcul des modes guidés

Les modes guidés sont des modes propres électromagnétiques du système bicouche. Autrement dit, ce sont des champs stationnaires monochromatiques qui persistent sans aucun apport d'énergie. Ils doivent donc être solutions des équations de Maxwell sans source. Dans ce problème, l'invariance par translation n'est plus vérifiée dans la direction parallèle à la normale mais l'est bien suivant Oy. Ceci se traduit par la conservation de la composante parallèle à l'interface du vecteur d'onde k_y. Le choix de la composante y est fait sans perte de généralité. Les champs électrique et magnétique sont des ondes planes monochromatiques de pulsation ω se propageant le long de la direction y et dont l'amplitude dépend de la coordonnée z

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \mathbf{E}(z)\ \exp\left[i\left(k_y y - \omega\, t\right)\right], \tag{6.3}$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r},t) = \mathbf{H}(z)\ \exp\left[i\left(k_y y - \omega\, t\right)\right]. \tag{6.4}$$

Pour les problèmes à une dimension, les équations de Maxwell se divisent en deux groupes indépendants auxquels correspondent la polarisation TE et TM. Pour la suite du chapitre, nous considérons uniquement la polarisation TM [Eqs. (A.13)-(A.15)]. En résolvant l'équation d'onde [Eq. (A.15)] qui renseigne sur le comportement de l'unique composante du champ magnétique dans chaque région, nous

trouvons

$$\begin{aligned}
[\mathrm{I}] : H_x &= A\ \exp\left[\kappa_z\left(z+d_1\right)\right], && (6.5)\\
[\mathrm{II}] : H_x &= B\ \sin\left(k_{1z}z\right)+C\ \cos\left(k_{1z}z\right), && (6.6)\\
[\mathrm{III}] : H_x &= D\ \sin\left(k_{2z}z\right)+E\ \cos\left(k_{2z}z\right), && (6.7)\\
[\mathrm{IV}] : H_x &= F\ \exp\left[-\kappa_z\left(z-d_2\right)\right]. && (6.8)
\end{aligned}$$

Les modes guidés sont des modes ayant un comportement évanescent dans le vide qui entoure le film photonique. La composante normale au plan d'incidence du vecteur d'onde dans le vide est toujours réelle et positive en l'écrivant de la manière suivante

$$\kappa_z = \left[k_y^2 - \left(\frac{\omega}{c}\right)^2\right]^{1/2}. \tag{6.9}$$

Avec cette écriture du vecteur d'onde, les champs décroissent exponentiellement de part et d'autre du guide d'onde. A l'intérieur du film photonique, nous regardons uniquement les modes oscillants, c'est-à-dire ceux pour lesquels la composante du vecteur d'onde est réelle et positive

$$k_{jz} = \left[\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \epsilon_j \mu_j - k_y^2\right]^{1/2} \tag{6.10}$$

avec $j = 1, 2$. Les composantes du champ électrique non nulles se retrouvent à partir des équations de Maxwell [Eqs. (A.13) et (A.14)].

Pour connaître complètement les champs solutions de la bicouche, il faut appliquer, à chaque interface, les conditions de continuité des champs tangentiels, et ce, simultanément. Pour le champ magnétique, nous obtenons les trois relations suivantes

$$\begin{aligned}
A &= -B\ \sin\left(k_{1z}d_1\right)+C\ \cos\left(k_{1z}d_1\right), && (6.11)\\
C &= E, && (6.12)\\
F &= D\ \sin\left(k_{2z}d_2\right)+E\ \cos\left(k_{2z}d_2\right). && (6.13)
\end{aligned}$$

De la même manière, la continuité de la composante tangentielle du champ élec-

trique fournit

$$\begin{aligned} A &= Z_1 \left[B \cos\left(k_{1z} d_1\right) + C \sin\left(k_{1z} d_1\right) \right], && (6.14) \\ Z_1 B &= Z_2 D, && (6.15) \\ -F &= Z_2 \left[D \cos\left(k_{2z} d_2\right) - E \sin\left(k_{2z} d_2\right) \right], && (6.16) \end{aligned}$$

où nous avons défini la variable Z_j avec $j = 1, 2$ comme étant

$$Z_j = \frac{k_{jz}}{\epsilon_j \kappa_z}. \tag{6.17}$$

Les conditions de continuité sont utiles à deux égards. En annulant le déterminant du système d'équations linéaire et homogène [Eqs. (6.11)-(6.16)], nous obtenons la relation de dispersion des modes guidés qui fixe le lien entre la fréquence angulaire ω et la composante parallèle du vecteur d'onde k_y

$$\begin{aligned} Z_1 \cos\left(k_{1z} d_1\right) \left[-2 Z_2 \cos\left(k_{2z} d_2\right) + \left(Z_2^2 - 1\right) \sin\left(k_{2z} d_2\right) \right] + \\ \sin\left(k_{1z} d_1\right) \left[\left(Z_1^2 - 1\right) Z_2 \cos\left(k_{2z} d_2\right) + \left(Z_1^2 + Z_2^2\right) \sin\left(k_{2z} d_2\right) \right] = 0. \end{aligned} \tag{6.18}$$

La deuxième information que nous pouvons tirer des conditions de continuité est le lien entre les différentes amplitudes. En posant l'amplitude de l'onde incidente A, les amplitudes des champs dans les autres couches sont automatiquement précisées

$$\begin{aligned} B &= \frac{\cos\left(k_{1z} d_1\right) - Z_1 \sin\left(k_{1z} d_1\right)}{Z_1} A, && (6.19) \\ C &= \frac{\sin\left(k_{1z} d_1\right) + Z_1 \cos\left(k_{1z} d_1\right)}{Z_1} A, && (6.20) \\ E &= \frac{\sin\left(k_{1z} d_1\right) + Z_1 \cos\left(k_{1z} d_1\right)}{Z_1} A, && (6.21) \\ D &= \frac{\cos\left(k_{1z} d_1\right) - Z_1 \sin\left(k_{1z} d_1\right)}{Z_2} A, && (6.22) \\ F &= \frac{\cos\left(k_{1z} d_1\right) - Z_1 \sin\left(k_{1z} d_1\right)}{Z_2} \sin\left(k_{2z} d_2\right) A \\ &\quad + \frac{\sin\left(k_{1z} d_1\right) + Z_1 \cos\left(k_{1z} d_1\right)}{Z_1} \cos\left(k_{2z} d_2\right) A. && (6.23) \end{aligned}$$

Remarquons que la relation de dispersion [Eq. (6.18)] peut se retrouver aussi à

partir des matrices de transfert [Annexe A, p. 141]. Pour un système multicouche, la matrice de transfert totale correspond à la multiplication des matrices associées à chaque couche. En suivant la direction z, nous traversons un milieu d'incidence d'épaisseur nulle (région I), une couche de matériau gauche d'épaisseur d_1 (région II), un film constitué d'un milieu droit de hauteur d_2 (région III) et enfin la région d'émergence (région IV). En annulant l'élément (1,1) de la matrice totale, nous retrouvons la condition d'existence des modes guidés [10].

Dans la mesure où nous souhaitons analyser les modes lents, il est nécessaire de connaître quantitativement la vitesse des modes. La vitesse du flux d'énergie est donnée par le flux de puissance total d'un paquet d'ondes le long du guide divisé par la densité d'énergie totale, moyennée sur une période, par unité de longueur

$$v_e = \frac{\int \mathbf{S}.\mathbf{e}_y \, \mathrm{d}z}{\int < U > \mathrm{d}z}. \tag{6.24}$$

En plus, le calcul de la vitesse du flux d'énergie nous permet de vérifier si, pour le guide d'onde considéré, elle est bien équivalente à la vitesse de groupe, ce qui est le cas dans la plupart des structures non dissipatives. Rappelons que la vitesse de groupe est indiquée par la courbure des relations de dispersion vu que $\mathbf{v}_g = \mathrm{d}\omega/\mathrm{d}\mathbf{k}$ [Chap. 1, p. 18].

Le flux d'énergie est caractérisé par le vecteur de Poynting moyenné sur une période $T = 2\pi/\omega$ et défini comme $\mathbf{S} = (1/2)\ \Re e\,\{\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*\}$. Un mode guidé monochromatique a, par définition, un profil transverse stationnaire, et le flux d'énergie moyenné est dirigé le long du guide d'onde uniquement. A partir des équations de Maxwell, la composante y du flux d'énergie revient à

$$S_y = \frac{1}{2} \frac{k_y}{\omega \epsilon(z) \epsilon_0} \left| H_x \right|^2 . \tag{6.25}$$

Le flux de puissance total équivaut à la somme des flux de puissance de chaque région

$$P = \int_{-\infty}^{-d_1} S_y^{(\mathrm{I})} \mathrm{d}z + \int_{-d_1}^{0} S_y^{(\mathrm{II})} \mathrm{d}z + \int_{0}^{d_2} S_y^{(\mathrm{III})} \mathrm{d}z + \int_{d_2}^{+\infty} S_y^{(\mathrm{IV})} \mathrm{d}z. \tag{6.26}$$

En utilisant les expressions du champ magnétique dans chaque région et en intégrant chaque terme, nous obtenons le flux de puissance total à l'intérieur de la

bicouche tout en tenant compte de l'énergie située dans le milieu environnant

$$P_{(\mathrm{I})} = \frac{1}{4}\frac{k_y}{\omega\epsilon_0\kappa_z}\left|A\right|^2, \tag{6.27}$$

$$P_{(\mathrm{II})} = \frac{1}{2}\frac{k_y}{\omega\epsilon_0\epsilon_1}\left\{\left|B\right|^2\left[\frac{d_1}{2}-\frac{\sin\left(2k_{1z}d_1\right)}{4k_{1z}}\right]-2\,\Re e\left\{BC^*\right\}\right.$$
$$\left.\frac{\sin^2\left(k_{1z}d_1\right)}{2k_{1z}}+\left|C\right|^2\left[\frac{d_1}{2}+\frac{\sin\left(2k_{1z}d_1\right)}{4k_{1z}}\right]\right\}, \tag{6.28}$$

$$P_{(\mathrm{III})} = \frac{1}{2}\frac{k_y}{\omega\epsilon_0\epsilon_2}\left\{\left|D\right|^2\left[\frac{d_2}{2}-\frac{\sin\left(2k_{2z}d_2\right)}{4k_{2z}}\right]+2\,\Re e\left\{ED^*\right\}\right.$$
$$\left.\frac{\sin^2\left(k_{2z}d_2\right)}{2k_{2z}}+\left|E\right|^2\left[\frac{d_2}{2}+\frac{\sin\left(2k_{2z}d_2\right)}{4k_{2z}}\right]\right\}, \tag{6.29}$$

$$P_{(\mathrm{IV})} = \frac{1}{4}\frac{k_y}{\omega\epsilon_0\kappa_z}\left|F\right|^2 \tag{6.30}$$

avec les amplitudes B à F évaluées à partir des conditions de raccord [Eqs. (6.19)-(6.23)].

Pour calculer complètement la vitesse du flux d'énergie, il faut aussi évaluer la densité d'énergie moyennée sur une période

$$< U >= \frac{1}{2}\frac{\partial\left(\omega\epsilon_0\epsilon\right)}{\partial\omega}\left|\mathbf{E}\right|^2+\frac{1}{2}\frac{\partial\left(\omega\mu_0\mu\right)}{\partial\omega}\left|\mathbf{H}\right|^2 \tag{6.31}$$

et l'intégrer selon la variable z de $-\infty$ à $+\infty$. Les expressions sont fort semblables aux puissances trouvées précédemment.

Signalons que la démarche est identique en polarisation TE. Il suffit d'inverser les rôles des champs électriques et magnétiques sans oublier non plus d'intervertir ϵ et μ.

Dans la suite du chapitre, le raisonnement à adopter est le suivant. Nous identifions, d'une part, les modes guidés à partir de leur relation de dispersion [Eq. (6.18)]. D'autre part, nous calculons la vitesse du flux d'énergie [Eq. (6.24)]. Cette dernière quantité facilite la distinction entre les modes guidés vers l'avant de ceux guidés vers l'arrière. Pour les modes très lents, nous pouvons plus facilement quantifier la réduction de la vitesse de la lumière à l'intérieur de la structure bicouche. De plus, nous étayons la discussion avec des simulations de différences finies dans le domaine temporel (acronyme anglais FDTD) réalisées en collaboration avec S. Foteinopoulou.

La méthode FDTD appartient à la grande classe des techniques numériques

différentielles dans le domaine temporel [85]. Les opérateurs différentiels des équations de Maxwell sont discrétisés au moyen des formules de différences finies. Les équations sont résolues par un algorithme type "saute-mouton" : le champ électrique est résolu à un instant donné, ensuite c'est le champ magnétique qui est évalué. Ce processus est répété à souhait.

Comme la technique calcule les équations dans le domaine temporel, il est très aisé d'obtenir l'évolution en temps des champs électromagnétiques au sein de la structure. Le désavantage est la modélisation des matériaux dispersifs, matériaux pour lesquels les réponses optiques dépendent de la fréquence. La réponse électromagnétique dépendante du temps doit être explicitement calculée, ce qui requiert une convolution gourmande en ressource numérique. C'est d'ailleurs pour cette raison que nous employons un modèle plasmonique pour les réponses optiques du matériau gauche [Eqs. (6.1) et (6.2)].

Un avantage de la technique est le traitement de structures aux géométries qui peuvent être très complexes. En effet, la méthode permet de définir les matériaux en tout point du domaine de calcul. En revanche, tout le domaine devant être discrétisé, le pas doit être suffisamment fin pour décrire toutes les déformations de la structure. Ceci est à nouveau très coûteux au niveau du temps de simulation. Enfin, le domaine de calcul est un espace limité. Il faut donc prévoir des frontières artificielles qui sont absorbantes afin d'éviter des réflexions fictives.

Dans notre cas, c'est l'évolution temporelle des champs électromagnétiques à l'intérieur de la structure bicouche qui a motivé notre choix sur la FDTD. Vu que les flux d'énergie se propagent de manières particulières dans chaque couche, la visualisation des champs aide à l'interprétation des phénomènes physiques. De plus, la technique permet aussi d'avoir une idée sur la vitesse du flux d'énergie.

6.3 Modes guidés

6.3.1 Guides d'onde et matériaux gauches

Les guides d'onde constitués de matériau gauche ont déjà intéressé certains auteurs [79, 80, 81]. La propagation des ondes de surface dans un film de matériau gauche montre plusieurs particularités intéressantes. Tout d'abord, la démonstration théorique est faite que, dans de tels dispositifs, il est possible d'exciter des ondes dirigées vers l'arrière, c'est-à-dire des ondes pour lesquelles le vecteur

d'onde et la vitesse de groupe sont antiparallèles. Une limite de la taille du guide d'onde s'est vite révélée pour observer de telles ondes. En effet, les champs électromagnétiques doivent remplir au maximum la couche de matériau gauche pour que le flux de puissance négatif soit suffisant et contrecarre le flux de puissance positif associé au milieu environnant [80, 81]. Néanmoins, Shadrivov et al. [81] ont en plus modélisé la distribution atypique des vecteurs de Poynting au sein du guide d'onde.

Un attrait supplémentaire consiste en la possibilité de propager un état de surface dans un guide d'onde dont les dimensions latérales sont plus faibles que la limite de diffraction qui est de l'ordre de $\lambda/2$. Cette lame gauche est plus avantageuse que le guide d'onde fait de matériau diélectrique. En diminuant la taille de la section, pour un guide fermé par des murs métalliques, se dégage une limite à partir de laquelle aucun mode ne peut subsister. Cette opération répétée dans un guide ouvert, le mode perd son énergie dans le milieu environnant car il n'est plus suffisamment confiné dans la structure. En employant des matériaux gauches dans le guide d'onde, la limite de diffraction peut être dépassée [80]. De suite, nous pressentons l'intérêt d'une telle découverte pour le transport des ondes électromagnétiques. Une possibilité est offerte de réduire la taille des composants utiles pour la transmission des signaux optiques.

En terme de modes guidés, la bicouche a déjà intéressé certains auteurs [79, 80]. A nouveau, c'est l'idée de vaincre la limite de diffraction qui domine les publications antérieures. A l'interface entre les deux couches gauche et droite, il est faisable d'exciter un état de surface qui autorise la réduction des dimensions latérales du guide. L'avantage de la bicouche, contrairement au guide d'onde gauche, est que ce mode peut posséder, sous certaines conditions, un flux de puissance négatif.

Pour la suite de cette section, nous focalisons notre étude sur les modes guidés qui sont oscillants à l'intérieur de la structure. Ceci nous différencie des travaux précédents car ils ont principalement porté sur les modes d'interface entre le milieu gauche et le milieu droit. Nous cherchons à savoir s'il est concevable pour une même structure d'exciter, à des fréquences différentes, un mode guidé vers l'avant (en excitant avec $k_y > 0$, il se dirige vers les $y > 0$), un mode guidé vers l'arrière (en excitant avec $k_y > 0$, il se dirige vers les $y < 0$) et, enfin, un mode stationnaire pour lequel la vitesse de l'énergie est très faible voire quasi nulle.

6.3.2 Modes avant et arrière

Nous choisissons les paramètres suivant pour la bicouche. Le film gauche possède des réponses optiques, ϵ_1 et μ_1 plasmoniques [Eqs. (6.1) et (6.2)]. Les fréquences plasma électrique et magnétique sont identiques et leur valeur est fixée à $\omega_{pe} = \omega_{pm} = \omega_p = 220$ GHz. La hauteur de la couche gauche est limitée à $d_1 = 2$ cm. La seconde couche, faite à partir d'un diélectrique de constante $\epsilon_2 = 5$, est plus mince vu que $d_2 = 1.5$ cm. Le second milieu est non magnétique, impliquant $\mu_2 = 1$. Ce choix de géométrie est totalement arbitraire.

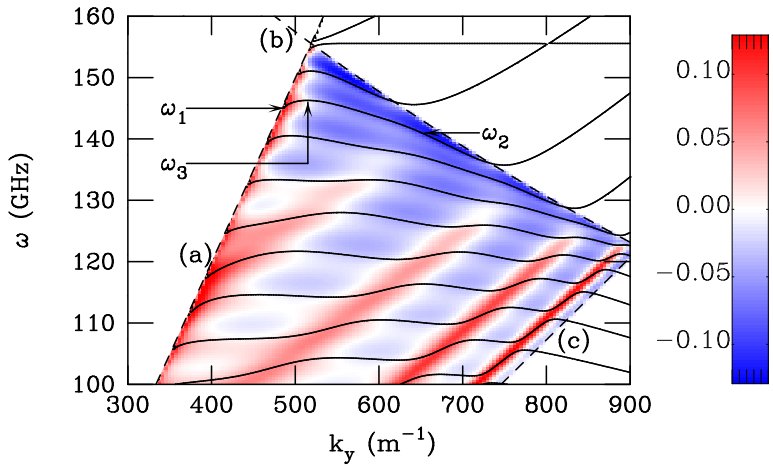


FIG. 6.2 – Relations de dispersion et vitesse du flux d'énergie dans une bicouche construite à partir d'un film de matériau gauche et de matériau droit. Les réponses optiques de la couche gauche sont $\epsilon_1 = \mu_1 = 1 - \omega_p^2/\omega^2$ avec $\omega_p = 220$ GHz. Le matériau droit est un diélectrique de constante $\epsilon_2 = 5$. Les épaisseurs des couches gauche et droite sont $d_1 = 2$ cm et $d_2 = 1.5$ cm. Les droites en tirets (a) et (c) illustrent la droite de lumière et celle du diélectrique de constante ϵ_2. La courbe (b) montre la relation de dispersion du matériau gauche. La carte colorée donne la valeur de la vitesse du flux d'énergie normalisée par rapport à la vitesse de la lumière dans le vide v_e/c.

Nous examinons les modes guidés de la bicouche faite de l'assemblage d'une couche de matériau gauche et de matériau droit [Eq. (6.18) et FIG. 6.2]. Ces modes peuvent seulement apparaître sous la droite de lumière $\omega = k_y c$ [droite (a)] afin d'assurer l'évanescence des champs en-dehors du film. Nous distinguons quatre régimes d'ondes, séparés par les relations de dispersion dans le matériau gauche, $\omega = k_y c/\sqrt{\epsilon_1\mu_1}$ [courbe (b)], et dans le matériau droit, $\omega = k_y c/\sqrt{\epsilon_2\mu_2}$ [droite (c)]. Comme les modes doivent avoir un profil oscillant dans le constituant gauche,

le nombre d'onde parallèle k_y est plus petit que $\omega\sqrt{\epsilon_1\mu_1}/c$. C'est pourquoi, les modes sont situés sous la courbe (b). La droite (c) marque la limite d'évanescence dans la couche 2. En-dessous de cette ligne, les champs dans le film droit sont évanescents. Les modes correspondent réellement à des ondes guidées à l'intérieur de l'entièreté du film bicouche, se réfléchissant totalement sur les interfaces avec le vide, uniquement dans la région sous la relation de dispersion du matériau gauche [courbe (b)] mais au-dessus de la droite de lumière du milieu diélectrique [droite (c)].

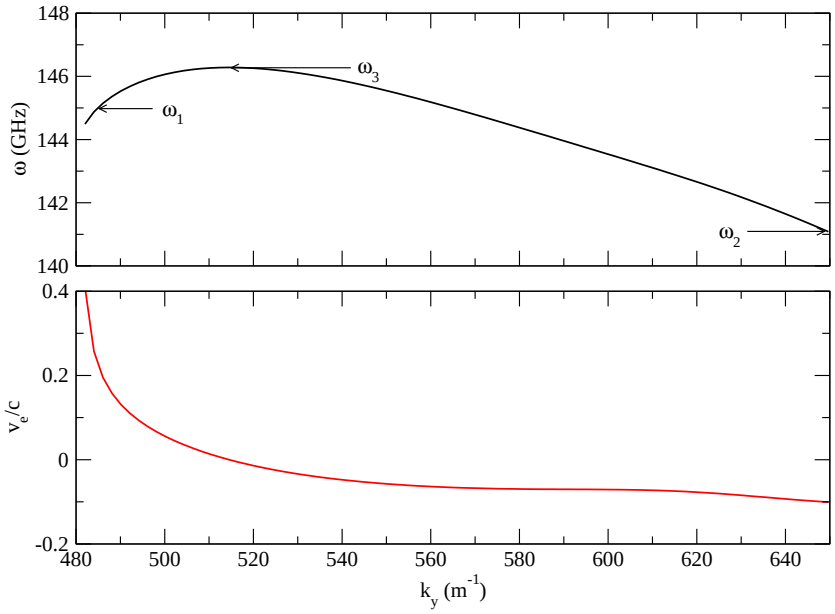


FIG. 6.3 – Zoom sur la relation de dispersion dessinée en FIG. 6.2 (haut). La vitesse du flux d'énergie normalisée par rapport à la vitesse de la lumière dans le vide v_e/c est évaluée pour le mode guidé associé (bas).

En même temps que le calcul des relations de dispersion, nous avons analysé la vitesse du flux de l'énergie v_e/c [Eq. (6.24) et FIG. 6.2]. Le flux d'énergie du mode peut prendre des valeurs positives [ω_1] et négatives [ω_2]. Entre ces deux extrêmes, nous voyons même des zones où la vitesse du flux d'énergie s'annule [ω_3]. L'inspection de la pente des relations de dispersion, indiquant la vitesse de groupe, et des vitesses de flux d'énergie [FIG. 6.2] montre l'équivalence entre les deux notions, et c'est d'autant plus vrai pour un mode particulier [FIG. 6.3]. Pour ce mode, envoyer une onde de fréquence $\omega = 145$ GHz et de nombre latéral $k_y = 485$ m^{-1} [ω_1] conduit à un couplage vers l'avant (y positif). Nous voyons

que la vitesse de l'énergie est positive, ce que précise la tangente à la relation de dispersion. Inversement, le couplage s'effectue vers l'arrière en ω_2 [$\omega = 141$ GHz et $k_y = 650$ m^{-1}]. La pente en ω_1 est plus marquée qu'au point ω_2 démontrant, qu'en valeur absolue, la vitesse du flux d'énergie est plus importante dans le premier cas. Comparativement au guide d'onde construit uniquement avec des matériaux droits pour lequel les relations de dispersion sont des courbes dont la dérivée première est toujours positive, le mélange de matériaux gauche et droit permet des couplages dans les deux directions (y positif ou négatif) sans modifier le vecteur d'onde parallèle (k_y toujours positif).

Pour confirmer ces observations faites à partir des relations de dispersion, nous examinons l'excitation de trois modes particuliers [ω_j avec $j = 1, 2, 3$ sur FIGs. 6.2 et 6.3]. Pour cela, nous employons la technique numérique de la FDTD. Dans les simulations, un prisme découpé à 45° est utilisé afin de produire une onde évanescente qui peut exciter le mode guidé. Le montage est identique à celui employé pour les expériences de réflexion totale atténuée (acronyme anglais ATR). Au contraire d'une expérience réelle d'ATR où nous modifions l'angle de l'onde incidente pour changer k_y, nous maintenons le prisme à 45° mais modifions l'indice de réfraction pouvant prendre des valeurs artificielles. Le prisme ATR est placé au centre de la structure et à une distance de 5 mm par rapport à l'interface du guide d'onde. La source se positionne au-dessus d'une des faces du prisme pointant dans la direction des y positifs. Ce qui veut dire que pour un k_y positif, une onde se déplaçant vers la droite, est une onde qui se dirige vers l'avant [FIG. 6.1]. Notons aussi que la source la plus utilisée en FDTD est le faisceau gaussien. Donc, il faut que ce dernier soit le plus large possible afin de ressembler à une onde plane monochromatique.

Pour le mode choisi dans la relation de dispersion [FIG. 6.3], aussi bien l'excitation des modes avant [ω_1 sur FIG. 6.4] qu'arrière [ω_2 sur FIG. 6.4] est évidente, le mode de cavité ne semble pas apparaître clairement [ω_3 sur FIG. 6.4]. Deux phénomènes faussent l'interprétation qui pourrait être faite des modes à l'intérieur de la bicouche. Le premier est relié à la valeur que possède le nombre d'onde latéral k_y. Dans les cas ω_1 et ω_3, beaucoup d'énergie s'échappe dans le milieu environnant la structure. En regardant la carte des modes [FIG. 6.2], nous comprenons que ceux-ci sont proches de la droite de lumière du vide [droite (a)]. Véritablement, le nombre d'onde latéral k_y est proche du terme ω/c, ce qui implique une longueur

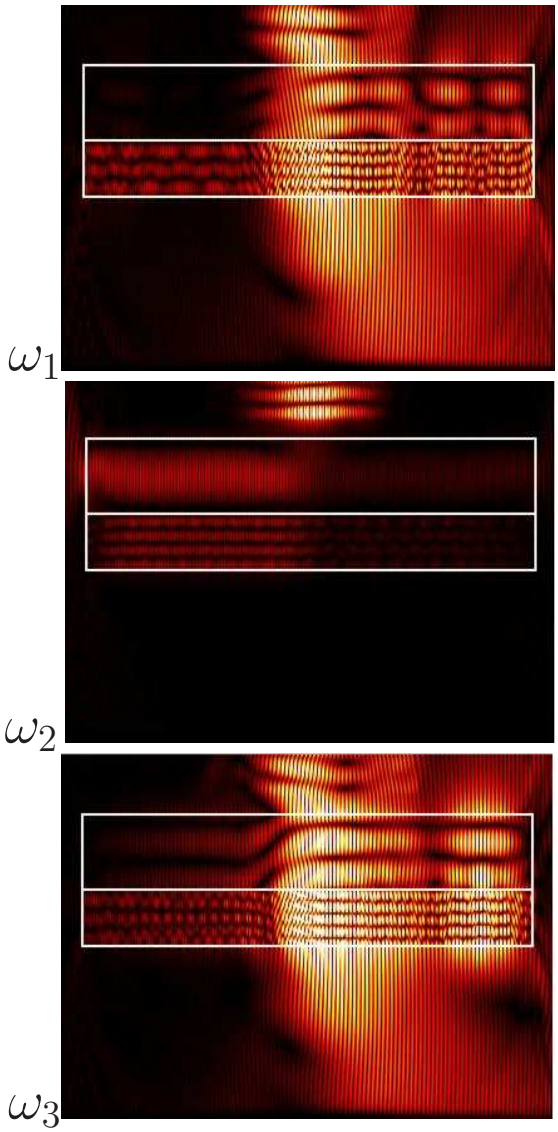


FIG. 6.4 – Simulations FDTD d'une expérience ATR pour les cas spécifiés en FIG. 6.2. Le cas ω_1 est un mode guidé classique qui se propage vers l'avant. En ω_2, le mode guidé se déplace vers l'arrière. Le cas ω_3 correspond normalement au mode de cavité. Le prisme est situé 5 mm au-dessus de la bicouche.

de décroissance exponentielle plus élevée dans le vide [Eq. (6.9)]. En revanche, le mode situé en ω_2 se trouve loin de la droite de lumière du vide. Ainsi, l'énergie du mode est fortement confinée à l'intérieur du guide d'onde. La décroissance exponentielle des ondes à l'extérieur du film photonique se fait sur une courte distance. Le mode apparaît réellement comme un état guidé qui se propage suite à de multiples réflexions totales sur les parois en contact avec le vide. La seule énergie que nous apercevons à l'extérieur est celle qui assure le couplage entre le prisme et la structure.

Le deuxième phénomène qui perturbe notre interprétation est l'étalement du paquet d'ondes. L'avantage de la technique FDTD est que la simulation se rapproche fortement de l'expérience ATR réelle. Ainsi, dans toute expérience, le paquet d'ondes incident peut avoir une déviation de $\pm 5^{\circ}$. Par conséquent, en fonction de la valeur de la fréquence, l'erreur sur la composante parallèle du vecteur d'onde k_y atteint au maximum 100 m^{-1}, en supposant que le prisme soit en verre. Les couplages pour les cas ω_1 et ω_2 se réalisent dans les directions attendues par l'analyse des relations de dispersion. Ces modes ont des fréquences qui sont choisies au milieu d'une région pour lesquelles toutes les ondes excitées se propagent dans une même direction. Par exemple, le point ω_2 se situe clairement au centre d'une bande dont la pente est négative [Fig. 6.2]. Par contre, le dernier cas ω_3 souffre de la déformation du paquet d'ondes incident. La courbe de dispersion au point de stationnarité [Fig. 6.3] tend vers des valeurs nulles de la vitesse du flux d'énergie pour des valeurs de Δk_y qui avoisinent 40 m^{-1}. Il est alors quasiment impossible de voir un mode stationnaire. Nous excitons parallèlement des modes guidés orientés vers l'avant et l'arrière. Un mode de cavité ne peut être obtenu que pour des courbes de dispersion qui sont relativement plates.

En conclusion, nous venons d'exposer le couplage vers l'avant ($y > 0$) ainsi que vers l'arrière ($y < 0$) de modes à l'intérieur d'une structure bicouche sans renverser le nombre d'onde latéral k_y. Pour que ce guidage soit unidirectionnel, le mode doit être sélectionné de telle manière qu'il se situe dans une région de même signe pour la vitesse du flux d'énergie. D'autre part, il est plus intéressant d'exciter des modes loin de la droite de lumière du vide pour s'assurer du confinement de l'onde à l'intérieur du film photonique. Le cas ω_2 [Fig. 6.4] représente un état guidé dont le flux de puissance total est négatif et qui satisfait les deux recommandations précédentes. Nous concentrons notre étude dans la section suivante

sur le mode de cavité. Le but est de trouver les paramètres tels qu'un des modes présente une dispersion quasiment nulle, et ce, pour Δk_y qui frôle les 100 m^{-1}.

6.4 Modes lents

Suite aux réflexions menées sur les flux de puissance à l'intérieur de la bicouche, l'idée est apparue de pouvoir contrôler la vitesse de la lumière. Plus particulièrement, notre intérêt se porte sur des modes avec des vitesses de déplacement très faibles. Avant d'envisager cette analyse, nous revoyons les techniques découvertes afin de produire de la lumière lente.

6.4.1 Lumière lente

La lumière dans le vide se déplace à la vitesse c s'approchant des 3 10^8 m/s. Dans un milieu homogène, la vitesse de l'onde v_ϕ est simplement cette vitesse c divisée par l'indice de réfraction n, ce qui la réduit simplement de quelques unités $v_\phi = \omega/k = c/n$. L'onde parcourt donc le milieu avec une vitesse qui est du même ordre de grandeur que c. Dans les milieux dispersifs, une distinction se doit d'être faite entre la vitesse de phase v_ϕ et la vitesse de groupe v_g, vitesse d'un paquet d'ondes électromagnétique dans le milieu,

$$v_g = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}k} = c\left(n + \omega\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\omega}\right)^{-1}. \tag{6.32}$$

Dans la plupart des cas, et certainement pour celui de la bicouche, la vitesse de groupe coïncide avec la vitesse du flux d'énergie. C'est généralement cette vitesse qui sert de référence comme vitesse de propagation à l'intérieur du milieu. Dans la suite de la section, quand nous parlons de la vitesse de propagation de la lumière, nous utilisons la vitesse de groupe plutôt que la vitesse de phase.

Dans un milieu très dispersif, la vitesse de groupe dépend fortement de la fréquence et peut devenir, de manière substantielle, différente de c. Dès lors, il est concevable de dissocier lumière lente [86, 87, 32] et propagation superluminale [88, 89]. Pour le premier type, l'onde électromagnétique se propage au travers du milieu dispersif avec une vitesse $v_g << c$. La vitesse de l'onde devient parfois tellement faible que le mode oscillant ne semble transférer aucune énergie. D'autre

part, pour la lumière superluminale, v_g excède la vitesse de la lumière dans le vide sans pour autant contredire le principe de causalité.

Les débouchés de la lumière lente sont multiples. Les interactions lumière-matière comme certains effets non-linéaires [87, 90, 91] sont améliorés. Cela permet de créer des canaux de transmissions entièrement contrôlables optiquement, de produire des amplificateurs optiques efficaces. Il a même été démontré que les interactions non-linéaires peuvent se créer au niveau d'un seul photon [92]. Ceci ouvre la porte au stockage de données quantiques dans des dispositifs entièrement optiques [93].

Il existe deux approches pour réduire la vitesse de la lumière. La première consiste à obtenir une vitesse de groupe faible à partir d'une forte dispersion temporelle $\mathrm{d}n/\mathrm{d}\omega$ dans des milieux optiques. La seconde manière résulte des interférences cohérentes créées dans un milieu hétérogène périodique comme les cristaux photoniques.

Dans la première approche, il est nécessaire de travailler avec des milieux pour lesquels l'indice de réfraction varie énormément avec la fréquence. En effet, si l'indice de réfraction est de l'ordre de l'unité, une faible vitesse de groupe est atteinte si $\omega \mathrm{d}n/\mathrm{d}\omega >> 1$ [Eq. (6.32)]. Cette dépendance de l'indice de réfraction vis-à-vis de la fréquence est le résultat d'excitations électroniques ou de résonances intrinsèques au milieu. Le revers de la médaille est que les milieux absorbent énormément de radiations électromagnétiques à ces fréquences. D'où, l'importance de trouver des moyens de supprimer le phénomène d'absorption. La méthode de la transparence induite électromagnétiquement (acronyme anglais EIT) en est un exemple fructueux [86, 90, 92, 93]. Dans ce procédé, la lumière incidente interagit avec les excitations des spins atomiques pour former un polariton (*dark-state polariton*). Le polariton se propage lentement dans le milieu sous la forme d'un pulse compressé. La plupart de l'énergie de la lumière incidente est transférée en vue de créer l'état cohérent de spins atomiques, le reste est transporté par le champ électromagnétique de contrôle. Les vitesses de la lumière diminuent d'un facteur 7 à 8. Le facteur limitatif de la technique est la largeur de la fenêtre de transparence.

L'emploi des structures photoniques périodiques, comme les cristaux photoniques [32], les réseaux de cavités optiques couplées [87], constitue une alternative pour produire la lumière lente. Dans les cristaux photoniques, la lumière lente

résulte des diffusions multiples des photons sur les inhomogénéités périodiques. Dans le second cas, le couplage entre les résonateurs adjacents est tellement faible que la vitesse du mode est très réduite. Une technique semblable repose sur la réalisation d'une ligne de défauts à l'intérieur d'un film photonique périodique [88].

La définition d'un indice de réfraction n'est valable pour une structure inhomogène qu'aux grandes longueurs d'onde. La dispersion ne devient significative qu'à l'échelle des hétérogénéités, c'est-à-dire pour des longueurs d'onde qui sont de la taille de la maille primitive. En conclusion, il n'est pas possible d'utiliser la définition de la vitesse de groupe en fonction de l'indice de réfraction [Eq. (6.32)]. Les vitesses de groupe dans les structures photoniques sont étroitement liées aux relations de dispersion. Ainsi, il est aisé de définir une limite sur les vitesses qui sont atteignables. Si nous définissons $\Delta\omega$ comme la largeur de bande en fréquence et Δk l'intervalle des nombres d'onde associés, la vitesse de groupe moyenne du mode tend vers

$$< v_g > \approx \frac{\Delta\omega}{\Delta k}. \tag{6.33}$$

Toute tentative pour outrepasser cette restriction implique des techniques de compression de pulse [94].

A l'heure actuelle, la lumière peut voir sa vitesse réduite de 2 à 3 ordres de grandeurs dans les dispositifs photoniques [95]. D'un côté, les limitations technologiques de la fabrication à l'échelle nanoscopique sont des facteurs prépondérants dans les vitesses atteintes. D'un autre côté, l'utilisation de diélectrique constitue un avantage car l'absorption de la lumière n'est pas un problème essentiel comme dans le cas de l'EIT. Comparativement à la technique précédente, les cristaux photoniques ne requièrent pas des intensités lumineuses particulières. La dispersion temporelle nécessite la non-linéarité, ce qui restreint le choix des lumières incidentes.

6.4.2 Mode de cavité

Dans l'empilement de matériaux gauche et droit, système unidimensionnel, les relations de dispersion présentent des points stationnaires qui peuvent se retrouver dans les structures de bandes des cristaux photoniques diélectriques à deux et trois dimensions. L'origine des points stationnaires est différente dans les

deux situations. Pour la bicouche, nous ne pouvons pas parler d'interférence sur des hétérogénéités réparties périodiquement. L'aplatissement des modes vient de l'association de deux couches pour lesquelles le flux de puissance est orienté dans des directions opposées. Dès lors, la méthode employée est un nouvelle alternative pour réduire la vitesse de la lumière.

Travaillant avec une structure dont la taille est de l'ordre de la longueur d'onde, il paraît évident que la définition d'un indice de réfraction est illusoire à cette échelle. Dès lors, la notion de vitesse de groupe en terme d'indice de réfraction ne tient pas [Eq. (6.32)]. En revanche, par analogie aux structures de bandes des cristaux photoniques, la vitesse de groupe dans la bicouche est également liée à la pente des relations de dispersion [Eq. (6.33)]. En supposant, par exemple, un pulse centré en $\omega = 143.10$ GHz et $k_y = 570$ m^{-1}, il impacte un prisme en verre d'indice de réfraction 1.5 avec un angle d'incidence de 52°. Par conséquent, pour un écart angulaire de ±5°, le nombre d'onde latéral couvre 80 m^{-1} entre les deux valeurs suivantes : $k_y = 520$ m^{-1} et $k_y = 600$ m^{-1}. Afin de réduire la vitesse de la lumière d'un facteur 2 ou 3, l'écart en fréquences dans la relation de dispersion ne doit pas excéder, respectivement, 0.80 ou 0.08 GHz. Ce qui implique la recherche d'une géométrie pour laquelle une des relations de dispersion est très plate.

Nous décidons d'une géométrie pour laquelle le film gauche présente une hauteur $d_1 = 1.5$ cm. Les réponses optiques, ϵ_1 et μ_1 sont toujours plasmoniques [Eqs. (6.1) et (6.2)] avec les fréquences plasma électrique et magnétique identiques et égales à $\omega_{pe} = \omega_{pm} = \omega_p = 220$ GHz. La seconde couche, faite à partir d'un diélectrique de constante $\epsilon_2 = 4$, mesure $d_2 = 2.5$ cm. Le second milieu est non magnétique, impliquant $\mu_2 = 1$.

Nous examinons exclusivement les modes guidés de la bicouche faite de l'assemblage d'une couche de matériau gauche et d'une couche de matériau droit [Eq. (6.18) et Fig. 6.5]. Ces modes sont excités pour des fréquences et nombre d'onde sous la droite de lumière $\omega = k_y c$ [droite (a)] afin d'assurer l'évanescence des champs en-dehors du film. Les modes correspondent réellement à des ondes guidées oscillantes, uniquement dans la région délimitée par la relation de dispersion du matériau gauche [sous la courbe (b)] et la droite de lumière du milieu droit [au-dessus de la droite (c)]. En comparant la carte de modes à celle de la géométrie précédente [Fig. 6.2], l'augmentation de l'épaisseur du matériau droit

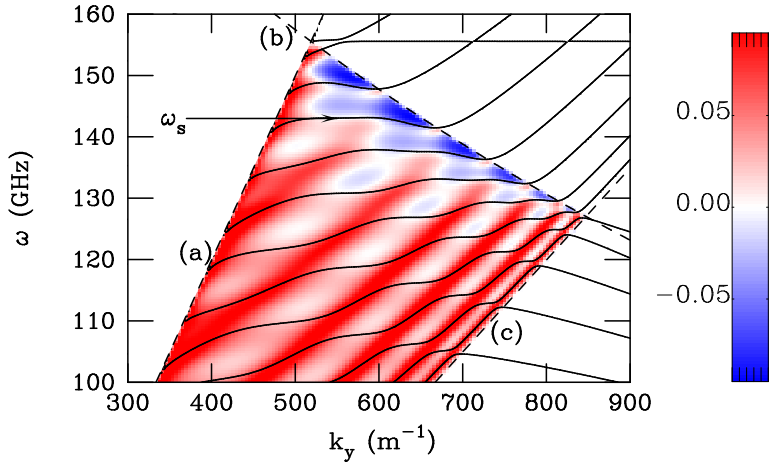


FIG. 6.5 – Idem que FIG. 6.2 avec des réponses optiques de la couche gauche qui sont $\epsilon_1 = \mu_1 = 1 - \omega_p^2/\omega^2$ où $\omega_p = 220$ GHz. Le matériau droit est un diélectrique de constante $\epsilon_2 = 4$. Les épaisseurs des couches gauche et droite sont $d_1 = 1.5$ cm et $d_2 = 2.5$ cm.

par rapport à la hauteur du matériau gauche accentue la proportion de modes ayant une vitesse du flux d'énergie positive. Un mode présentant une faible dispersion apparaît aux alentours de 143 GHz [ω_s]. Ce mode se situe à la frontière entre les modes caractérisés par un flux de puissance positif et ceux avec un flux de puissance négatif.

Un agrandissement du mode situé à une fréquence ω_s montre une bande dont la pente est faible [FIG. 6.6]. En reprenant les valeurs de $\omega = 143.10$ GHz et $k_y = 570$ m^{-1}, l'écart fréquentiel maximal est de 0.21 Ghz. Ce qui veut dire que la vitesse de groupe estimée équivaut à $0.003c$. Cette donnée est uniquement une approximation faite à partir de la condition des modes guidés [Eq. (6.18)]. D'autre part, le calcul exact de la vitesse de flux d'énergie qui repose sur l'estimation du vecteur de Poynting et de la densité d'énergie [Eq. (6.24)] indique, au point désigné, une vitesse de $v_e/c = 0.005$. Ces deux résultats montrent la cohérence entre la notion de vitesse de groupe et vitesse du flux d'énergie.

Ensuite, les simulations FDTD traduisent la faible vitesse de la lumière au sein de la bicouche [FIG. 6.7]. La plupart de l'énergie semble piégée au centre, à la position où le couplage avec le prisme a lieu. Ce comportement curieux, qui se maintient toujours après un temps de simulation très élevé ($t = 70.755$ ns), ressemble à un mode de cavité. Ces résultats suggèrent que le guide d'onde fait de

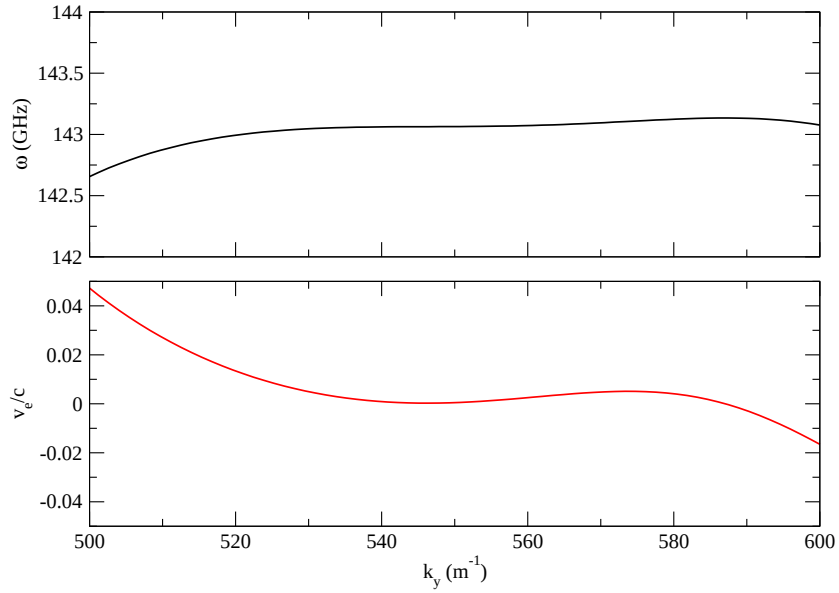


FIG. 6.6 – Zoom sur la relation de dispersion dessinée en FIG. 6.5 (haut). La vitesse du flux d'énergie normalisé par rapport à la vitesse de la lumière dans le vide v_e/c est évaluée pour le mode guidé associé (bas).

matériau droit et matériau gauche peut fournir une alternative au confinement de la lumière. Cependant, nous observons une faible quantité d'énergie qui s'échappe du paquet d'ondes central. Cette énergie, qui se propage vers l'arrière, parcourt une distance d'environ 4.5 cm en 23.585 ns. La vitesse du paquet d'ondes est donc de $0.006c$. Réduire la vitesse de la lumière d'une telle valeur dans un milieu homogène nécessiterait un indice de réfraction de l'ordre de 167. En regard de la valeur trouvée à partir du calcul exact de la vitesse du flux d'énergie, la simulation numérique FDTD rend compte parfaitement de la propagation des modes à l'intérieur de la bicouche. Elle permet même d'effectuer des mesures du temps de parcours de la lumière dans le guide d'onde.

Les résultats obtenus démontrent bien que l'association de deux couches pour lesquelles les flux de puissance sont contra-directionnels conduit à des modes dont la vitesse de propagation est réduite. Les images des simulations FDTD [FIG. 6.7] font même penser que la lumière est quasiment immobilisée dans un mode de cavité. N'oublions pas que cette cavité est uniquement fermée dans une seule direction. Il n'existe pas de miroirs dans les directions perpendiculaires aux couches. La démonstration est à nouveau faite d'une cavité ouverte [26, 80, 84]. Surtout, les résultats indiquent que les modes guidés de la bicouche possèdent

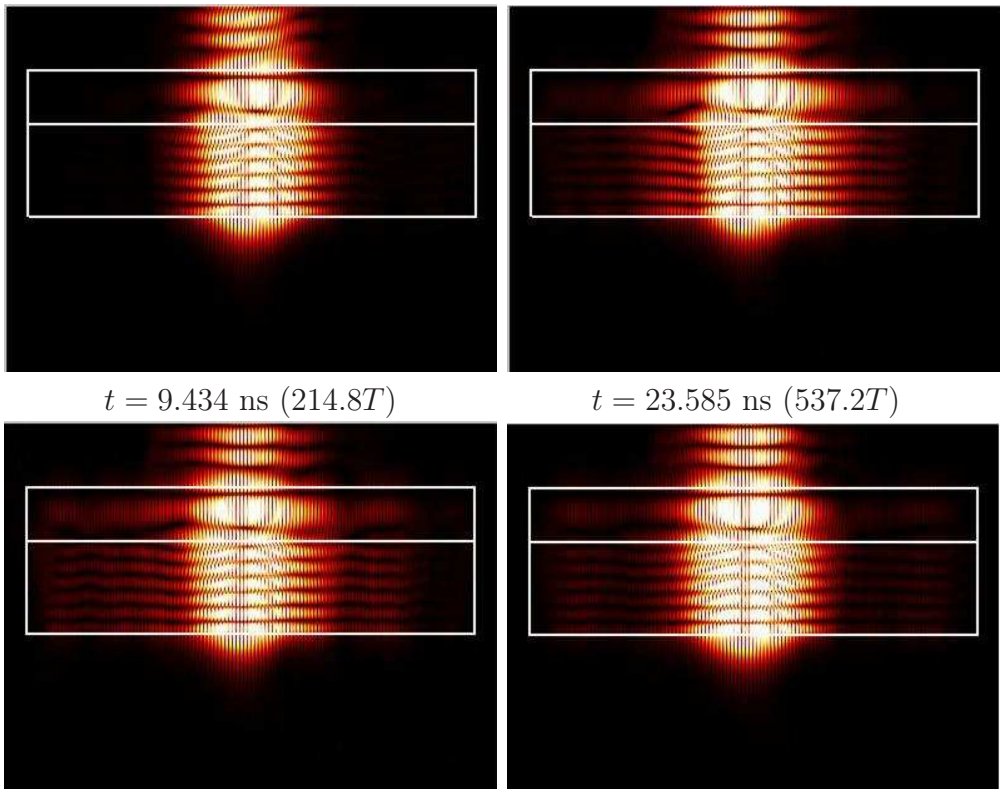


FIG. 6.7 – Simulations FDTD d'une expérience ATR pour le cas ω_s spécifié en FIG. 6.5. Nous avons indiqué le temps de simulation t ainsi que son équivalence en terme de périodes T. Le prisme est situé 5 mm au-dessus de la bicouche.

des vitesses de déplacement qui rivalisent avec les vitesses atteintes par d'autres méthodes dans les cristaux photoniques [95]. En effet, sans avoir recherché à optimiser la géométrie, le mode perd une quantité d'énergie qui se propage à une vitesse de l'ordre de $0.005c$. Contrairement aux cristaux photoniques, le système bicouche semble plus flexible et semble moins contraint par les challenges technologiques de nano-fabrication qui limitent les performances dans les guides d'onde à deux et trois dimensions.

Conclusion

Le raisonnement développé tout au long de cette dissertation doctorale est principalement basé sur deux particularités des relations de dispersion des systèmes optiques stratifiés. D'une part, l'arrangement périodique de matériau mène inévitablement à une bande interdite, c'est-à-dire une région spectrale vide de modes électromagnétiques, lorsque la symétrie et la répartition des indices dans la maille sont favorables. Pour une fréquence dans cette plage, il n'existe aucun vecteur d'onde réel, donc aucune onde électromagnétique progressive qui puisse se propager dans la structure. Les conséquences de cette propriété sont importantes. Pour ces fréquences, les surfaces d'un tel matériau présentent une réflectivité totale. D'autre part, les hétérogénéités périodiques induisent aussi un changement radical dans les relations de dispersion. Contrairement aux milieux homogènes, ce ne sont plus de simples droites et elles donnent lieu à des propagations spéciales des ondes électromagnétiques. Ce deuxième aspect renforce l'idée que les milieux stratifiés sont des métamatériaux dans le sens où leurs propriétés optiques découlent de leur arrangement bien plus que de la nature intrinsèque des matériaux qui les façonnent. Dans cet exposé, bien que la haute réflectivité provienne de la structuration périodique, nous avons dissocié quelque peu la notion réflexion de la notion métamatériau.

En premier lieu, on s'est attardé sur les propriétés de réflexion de multicouches biologiques. Notre démarche s'est inspirée de la nature. Différents échantillons de coléoptères présentent des aspects visuels très différents en modifiant l'angle d'incidence. L'abdomen du *Chrysochroa vittata* passe du rouge au vert [7] alors que le dos de la *Hoplia coerulea* réfléchit une lumière bleue métallique qui devient légèrement violette sous des incidences rasantes [52]. Avec des systèmes stratifiés, il est possible d'observer ou non une variation de la couleur suite à un changement d'incidence. Par conséquent, nous avons cherché à comprendre l'influence des

paramètres, comme le contraste d'indices de réfraction et le rapport des épaisseurs des couches, sur la position et la largeur du pic de réflexion. Nous avons défini le terme de richesse spectrale qui décrit le déplacement du pic de réflexion à l'intérieur du spectre électromagnétique. Bien que les échantillons réalistes soient de taille finie, le modèle de la richesse spectrale repose sur une approche semi-infinie des multicouches. Il est de plus établi dans la limite des grandes longueurs d'onde afin de définir un indice de réfraction moyen. Cette notion d'indice moyen est d'autant plus vraie que nous désirons travailler avec des réflecteurs biologiques ou bio-inspirés pour lesquels les contrastes d'indices rencontrés restent faibles.

Forts de cette connaissance, nous avons mis en place un procédé pour créer des réflecteurs produisant des effets visuels bien définis. Ainsi, plus l'indice de réfraction le plus faible prend de l'importance (couche de haut indice plus étroite ou valeur du bas indice tendant vers celle de l'air), plus la richesse spectrale est étendue, c'est-à-dire qu'un plus grand décalage vers le bleu est observé. Un contraste d'indices de réfraction moins prononcé augmente la richesse spectrale. Enfin, au plus le rapport des épaisseurs des couches s'éloigne de l'unité, la fenêtre spectrale se réduit donnant lieu à une sélectivité accrue des fréquences. Par exemple, les ingrédients pour obtenir un déplacement conséquent du pic de réflexion sont un contraste d'indice et un indice de base tous deux faibles. Pour obtenir une couleur très pure, il faut en plus déséquilibrer au maximum le rapport des épaisseurs de couches.

Le modèle de prédiction de la longueur d'onde principalement réfléchie permet d'envisager d'autres designs pour fabriquer des réflecteurs performants. Nous pouvons penser à plusieurs miroirs de Bragg placés côte-à-côte qui ne se chevaucheraient pas en changeant l'angle d'incidence. Il faut que tous les pics de réflexion glissent d'une même quantité dans le spectre électromagnétique. Cette application est surtout intéressante en laissant une fenêtre de transmission entre deux plateaux de réflexion. En continuant dans le même ordre d'idées, l'ajout d'un défaut dans cet ensemble de réflecteurs induit une fenêtre spectrale très étroite qui transmet de la lumière. En imaginant associer des multicouches telles que tout le spectre visible soit réfléchi, le défaut autorise alors le filtrage d'une couleur spécifique. Toutefois, comme ces dispositifs dépendent d'un changement d'incidence, ils s'assoient sur des déplacements mécaniques de structures.

Les résultats présentés dans le chapitre 3 démontrent que les modes de surface

supportés par une multicouche diélectrique possèdent des propriétés identiques à celles des polaritons de surface existant pour certains matériaux homogènes comme les métaux ou les cristaux ioniques. Ces modes électromagnétiques de surface apparaissent, dans le cas homogène ou stratifié, dans les bandes interdites photoniques, régions où seule la décroissance exponentielle des ondes est une solution légitime. Par ailleurs, les modes de surface correspondent à une solution particulière des équations de Maxwell, imposée par les conditions de raccord des champs.

L'origine de ces modes nous a conduit à étudier leur dépendance vis-à-vis de la géométrie, et plus particulièrement en fonction de la terminaison du miroir de Bragg. Les états de surface existent pour un cristal qui se termine avec une couche complète et incomplète, respectivement, analogues des modes des solides cristallins de Shockley [65] et de Tamm [66]. Une propriété qui distingue les modes de surface des matériaux stratifiés à ceux des matériaux homogènes est leur dispersion en fonction de l'épaisseur et de l'indice de réfraction choisi pour la couche finale.

L'étude de la position du mode de surface selon la terminaison de la multicouche dans la structure de bandes renforce les résultats obtenus. En effet, dans le cas de couches de haut indice, certains modes peuvent se déplacer de telle manière qu'ils croisent des bandes permises photoniques. Dans la bande elle-même, le mode perd automatiquement son statut d'état de surface. Ce croisement de la bande permise par le mode nous permet de distinguer les modes guidés et les polaritons de forme. Les premiers apparaissent peu dépendants de la structure périodique. L'énergie électromagnétique est principalement localisée dans la couche finale. Ce sont des modes qui se propagent par réflexion totale entre l'air et le reste de la multicouche qui agit comme un substrat. Par conséquent, les modes guidés traversent la bande permise sans perturbation. Cela nous autorise à penser que ce sont des modes localisés plutôt que des modes de surface à proprement parler. Par contre, à l'approche des bandes permises, les polaritons de forme se dédoublent de part et d'autre de la bande permise. Les modes de surface sont donc expulsés du continuum. Cette apparition de deux modes de surface à des fréquences différentes, et ce, pour certaines terminaisons, se retrouvent aussi sur les spectres ATR simulés, permettant toute confrontation expérimentale. Nous les appelons polaritons de forme pour refléter au mieux leur provenance qui n'est

autre que l'assemblage des couches. En effet, pour chaque couche diélectrique prise de manière isolée, aucun état électromagnétique de surface ne peut se former. Par ailleurs, les cartes de champs montrent des modes présentant une évanescence qui s'étend sur plusieurs périodes de la multicouche. Comme ces modes évitent à tout prix la bande permise, ils gardent leur qualificatif d'états électromagnétiques de surface contrairement aux modes guidés.

Comprendre la nature des modes se propageant à la surface des multicouches diélectriques est important pour d'éventuelles perspectives technologiques. Les cristaux photoniques guident donc la lumière à la manière des films métalliques. Le prolongement de ces recherches serait d'évaluer les pertes du signal pour les comparer aux performances obtenues à partir des plasmon-polaritons de surface. L'influence de la terminaison ou de l'indice de réfraction sur la dispersion des polaritons de forme est une idée à exploiter pour des applications de type senseur [19].

La démonstration de l'origine physique des modes de surface est réalisée à partir d'une description effective des multicouches. L'idée sous-jacente consiste à assimiler le milieu stratifié à un milieu homogène. Il est ainsi plus aisé de dériver les lois physiques. La description effective repose sur les fonctions de réponse diélectriques [57, 58], qui, pour les matériaux stratifiés, s'écrivent sous la forme de fractions continues. La connaissance de ces fonctions de surface conduit à la constante diélectrique effective ainsi qu'à la perméabilité effective. Ces réponses confirment la dispersion mais aussi l'anisotropie d'origine structurale bien que les matériaux qui composent la multicouche ne sont ni dispersifs, ni anisotropes. L'interrogation laissée en suspens au cours de cette dissertation serait le possible magnétisme des cristaux photoniques unidimensionnels. A l'heure actuelle, il est difficile de quantifier le crédit à apporter à une telle possibilité.

La suite de la dissertation doctorale a porté sur les matériaux dont la réponse diélectrique est tensorielle. En réalité, une multicouche construite à partir de deux matériaux anisotropes uniaxes a été étudiée au moyen de la théorie des matrices de transfert [29]. Le dispositif favorise l'ingénierie des relations de dispersions d'un cristal photonique unidimensionnel. Ceci est accompli sans aucune intervention sur les paramètres géométriques tels que l'angle d'incidence, inversement au cas proposé au chapitre 2. Le désalignement des axes optiques offre l'opportunité de réarranger les structures de bandes.

Nous avons considéré deux types de configuration. Le premier cas se réfère à une géométrie où les axes optiques sont toujours maintenus dans le plan des couches ; configuration des filtres de Šolc [71]. Pour la seconde, les axes optiques peuvent avoir une composante parallèle à l'axe de périodicité. En variant l'angle entre les deux axes optiques, les réponses électromagnétiques des matériaux changent, conduisant à une complète modification des relations de dispersion. De nouvelles bandes interdites peuvent naître et leurs fréquences centrales peuvent augmenter ou diminuer. Quand les deux axes optiques sont maintenus dans le plan des couches et qu'ils sont parallèles, nous observons la formation de deux structures de bandes superposées, signatures de deux milieux homogènes avec des indices de réfraction différents. Deux axes optiques perpendiculaires engendrent deux polarisations dégénérées. Entre les deux configurations, des nouvelles bandes interdites émergent selon le mélange de polarisations [29, 30]. Dans la géométrie où les axes optiques peuvent sortir du plan des couches, l'onde, dont le champ électrique est orienté selon l'une des deux polarisations, voit la structure comme un milieu homogène, alors qu'avec l'autre polarisation, et à mesure que l'axe optique prend un angle, des gaps apparaissent. Dans le cas où les deux axes optiques sont perpendiculaires, le contraste d'indices est maximal. La différence essentielle entre les géométries dans le plan et hors plan, considérées ici, est le mélange de polarisations. Assurément, dès que l'axe optique possède une composante le long de la direction de stratification des couches, les champs électriques, dirigés selon les deux directions perpendiculaires, sont toujours découplés sauf quand les deux axes optiques sont alignés.

L'angle entre les deux axes optiques de chaque couche est le seul paramètre ajustable du dispositif. Pour une conception plus réaliste, une telle liberté est concevable en utilisant les cristaux liquides. A savoir, les axes optiques dans de tels matériaux peuvent être orientés en appliquant un champ électrique extérieur [68, 69]. Certaines dépendances des propriétés des structures de bandes vis-à-vis de la tension appliquée ont été démontrées pour une multicouche construite avec du cristal liquide 5CB pour la configuration dans le plan. Un autre dispositif possible qui approche les cas discutés précédemment consiste à prendre un cristal anisotrope comme le spath d'Islande pour la première couche et un cristal liquide pour la seconde. Signalons aussi que des matériaux isotropes peuvent devenir anisotropes optiquement quand ils sont soumis à un champ électrique intense ou

soumis à une contrainte mécanique. Cette anisotropie forcée électriquement fait référence aux effets Kerr et Pockels. Le premier dépend de l'intensité du champ appliqué alors que le second est relié linéairement au champ appliqué. Dans le cas d'une contrainte mécanique, nous pensons aux effets acousto-optiques.

Ce miroir de Bragg anisotrope filtre optiquement une onde dont l'incidence est normale aux couches. En ajustant les axes optiques, nous ouvrons des bandes interdites empêchant plus ou moins la propagation de certaines fréquences. Par ailleurs, l'anisotropie des matériaux autorise le filtrage d'une polarisation fixée. Le développement de multiplexeurs ou modulateurs optiques peut être envisagé en se basant sur cette propriété. Un "pixel blanc" est un autre aboutissement possible. Dans ce dernier cas, des tensions appliquées bien définies aux filtres anisotropes sont ajustées pour couvrir tout le spectre colorimétrique. Si nous ne considérons pas uniquement les aspects de réflexion, une autre perspective est de commander, via les cristaux liquides, la vitesse de paquet d'onde qui traverse la structure. Il est en effet possible, dans les multicouches anisotropes, d'exciter des modes ayant des vitesses de groupes très faibles [32]. De plus, l'allure des relations de dispersion dans la configuration des filtres de Šolc fait même penser que les conditions sont réunies pour observer la réfraction négative.

Dans le dernier chapitre, un guide d'onde associant deux matériaux aux propriétés antagonistes, gauche et droit, est présenté. Ici, un métamatériau est utilisé pour obtenir une propagation spécifique des ondes. Les matériaux gauches sont caractérisés par une constante diélectrique et une perméabilité magnétique qui sont toutes deux négatives simultanément. En conséquence, dans un tel milieu, direction de propagation de l'énergie et direction de propagation de l'onde sont antiparallèles [36]. En étudiant une simple bicouche, nous abandonnons les systèmes périodiques, impliquant que les spécificités des relations de dispersion du système proviennent des matériaux eux-mêmes. En outre, dans un système optique stratifié, la composante parallèle du vecteur d'onde se conserve à chaque passage des interfaces. En combinant matériau droit et gauche, les flux de puissance parallèles aux interfaces sont opposés dans chaque couche. Si l'on règle la taille du système, la vitesse des modes électromagnétiques est ajustable. Elle peut être positive ou négative. Evidemment, entre ces deux éventualités, le flux de puissance peut même s'annuler.

Cherchant à décrire complètement les modes de la bicouche, un calcul ana-

lytique a requis notre attention. Nous avons déterminé la condition des modes guidés utile au dessin des relations de dispersion. Notamment, le calcul exact des flux de puissance est d'une importance capitale à mesure que nous souhaitions faire une analyse systématique de la vitesse du flux d'énergie. Toute notre démonstration repose, en grande partie, sur cette quantité. Pour permettre une vérification expérimentale, nous avons simulé une expérience de réflexion totale atténuée par la méthode numérique des différences finies. Cette dernière aide à se faire une image précise des modes dans la bicouche.

Nous avons abordé l'excitation des modes dans la structure faite de matériaux gauche et droit de manières distinctes. Le mode à vitesse réduite a été dissocié des autres modes. Le guide d'onde abrite des modes qui se déplacent dans le sens du vecteur d'onde parallèle, mode vers l'avant, et des modes qui se déplacent dans le sens contraire au vecteur d'onde parallèle, mode vers l'arrière. Le couplage se fait dans l'une ou l'autre direction sans avoir besoin de changer l'orientation du vecteur d'onde. Les simulations numériques ont démontré l'importance de deux éléments. Il faut exciter des modes situés loin de la droite de lumière du vide, c'est-à-dire des états pour lesquels le nombre d'onde latéral est suffisamment élevé par rapport à la fréquence. Pour assurer un couplage dans une seule direction, il est préférable de choisir une courbe de dispersion qui est monotonément croissante ou décroissante sur une gamme relativement large de nombres d'onde latéraux. Un tel système pourrait offrir une nouvelle opportunité pour concevoir un dispositif sensible en fréquences qui règle finement la vitesse et la direction de propagation selon la valeur de la fréquence incidente.

Le cas de la lumière lente est particulièrement intéressant. A partir d'un critère simple pour évaluer la vitesse du mode, basé sur l'écart fréquentiel donné pour un écart en nombre d'onde, nous avons insisté sur l'importance de fixer les paramètres géométriques pour lesquels les relations de dispersion présentent des courbes très "plates". En estimant que la déviation angulaire est de $\pm 5^{\circ}$ pour un faisceau réaliste, les nombres d'onde couverts s'étalent sur $80\mathrm{m}^{-1}$. Ainsi, un mode avec une vitesse de l'ordre de $0.005c$ a été excité dans le système bicouche. Il est donc envisageable, avec cette structure, de réduire d'un facteur 100 à 1000 la vitesse de la lumière. D'ailleurs, les images des simulations numériques font penser que le guide d'onde se comporte comme une cavité, à la différence près qu'il n'y a pas de miroirs pour la fermer. C'est pourquoi nous parlons de cavité

ouverte. Tout repose sur les deux flux opposés de puissance qui créent un miroir virtuel.

La méthode employée ici pour réduire la vitesse de la lumière est inédite dans le sens où elle se base sur l'association de couches où les flux de puissances sont antiparallèles. Précédemment, les méthodes employées se fondaient sur l'excitation d'états cohérents dans des gaz atomiques (transparence induite électromagnétiquement) [86] ou des relations de dispersion présentant des points stationnaires comme pour les cristaux photoniques [88]. Dans le dernier cas, ce sont les interférences sur les hétérogénéités périodiques qui conduisent à de telles structures de bandes. Soulignons que les valeurs de vitesse obtenues dans la bicouche rivalisent avec celles atteintes dans les cristaux photoniques [95]. La bicouche est pressentie pour jouer un rôle important pour les interactions de la lumière avec la matière. Pour que certains effets non-linéaires prennent place dans des matériaux, il est nécessaire de ralentir la propagation de paquets d'onde. Il faut laisser le temps au milieu de répondre à l'excitation. La couche de matériau à exciter fait partie intégrante du système et c'est là que réside l'attrait essentiel de la bicouche.

Pour conclure, nous formulons une nouvelle fois la dernière remarque de l'introduction. Ce travail s'est voulu exclusivement théorique. En revanche, chaque étape du raisonnement s'est vue étayée de simulations d'expériences. Pour la plupart, des spectres de réflectance permettraient de valider les hypothèses théoriques. Toutefois, le choix des matériaux ainsi que celui des paramètres géométriques restent ouverts. Il est désormais temps de confier ce travail théorique aux mains d'expérimentateurs afin qu'ils en approuvent les idées en leur donnant force de réalisation.

Annexe A

Les équations de Maxwell pour les milieux stratifiés

Nous introduisons la méthode des matrices de transfert [5, 10] adaptée pour les systèmes optiques stratifiés. Les équations de Maxwell se réduisent alors à de l'algèbre matricielle. Cette méthode est particulièrement puissante pour des milieux fortement périodiques.

La méthode traite aussi bien les films photoniques d'extension finie que ceux d'extension infinie. Alors que les premiers reflètent les échantillons réels, les structures infinies permettent d'appréhender plus facilement les propriétés optiques du miroir de Bragg. Nous présentons dans cette partie la manière de retrouver les réflectances, les densités d'états ainsi que les relations de dispersion des multicouches à partir des matrices de transfert. Finalement, l'approche matricielle est une technique qui s'établit dans le domaine fréquentiel. Ainsi, il est aisé de calculer la réponse d'objets pour lesquels les couches sont faites de matériaux dispersifs. Nous pensons ici aux métaux et aux cristaux ioniques. Par exemple, pour les matériaux métalliques, nous pouvons utiliser le modèle de Drude pour rendre compte de la dispersion ou encore reprendre les valeurs tablées des constantes diélectriques.

A.1 Equations de Maxwell

Résolvons les équations de Maxwell pour les multicouches [Fig. A.1]. L'axe Oz est la direction normale aux surfaces des couches, c'est-à-dire la direction

de stratification. La constante diélectrique $\epsilon(\omega, z)$ et la perméabilité magnétique $\mu(\omega, z)$ varient avec cette coordonnée. Plus précisément, pour la couche homogène j ($j = 1, 2, 3, \ldots$) de l'empilement dont l'épaisseur est définie par d_j, les réponses optiques sont constantes et s'identifient à ϵ_j et μ_j.

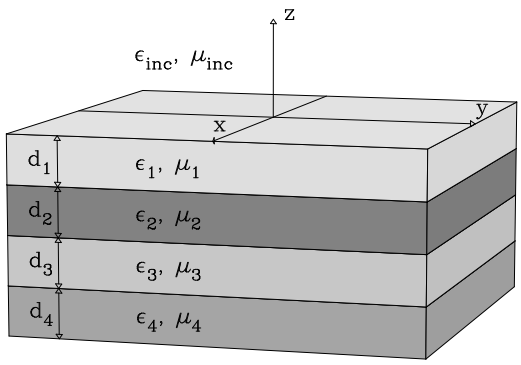


FIG. A.1 – Géométrie des matériaux stratifiés étudiés. La réponse électromagnétique de chaque couche est donnée par la constante diélectrique ϵ_j et la perméabilité magnétique μ_j. L'épaisseur des couches équivaut à d_j. L'axe Oz correspond à la direction de stratification de la multicouche.

La propagation des ondes électromagnétiques dans un milieu stratifié, sans densité de charge ou de courant, est régie par les équations de Maxwell suivantes :

$$\nabla.\epsilon(\omega, z)\ \epsilon_0\ \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = 0, \tag{A.1}$$

$$\nabla.\mu(\omega, z)\ \mu_0\ \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = 0, \tag{A.2}$$

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\mu(\omega, z)\ \mu_0\ \frac{\partial \mathbf{H}(\mathbf{r}, t)}{\partial t}, \tag{A.3}$$

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \epsilon(\omega, z)\ \epsilon_0\ \frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t}. \tag{A.4}$$

Ces quatre équations contiennent toute l'information sur la dépendance existant entre le champ électrique $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ et le champ magnétique $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$.

Pour la géométrie des multicouches, l'invariance par translation n'est plus vérifiée dans la direction perpendiculaire aux plans des couches mais l'est bien dans la direction parallèle. Ceci se traduit par la conservation du vecteur d'onde parallèle aux interfaces $\mathbf{k}_{\|}$ lors du passage d'une couche à l'autre. Sans perte de généralité, l'axe Oy correspond à cette direction de propagation. Le plan d'inci-

dence correspond, dès lors, au plan yz. La conservation du vecteur d'onde parallèle provient des conditions de continuité des champs aux interfaces.

En présence ou non d'une onde incidente, les champs solutions sont de la forme d'une onde monochromatique de fréquence angulaire ω se propageant dans la direction y et modulée par une amplitude vectorielle dépendant de la profondeur z

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \mathbf{E}(z)\ \exp\left[i\left(k_y y - \omega\, t\right)\right], \tag{A.5}$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r},t) = \mathbf{H}(z)\ \exp\left[i\left(k_y y - \omega\, t\right)\right]. \tag{A.6}$$

Dans le cas des milieux stratifiés, les équations de Maxwell se séparent en deux groupes indépendants qui correspondent aux polarisations transverse électrique (TE) et transverse magnétique (TM). Dans le premier cas, le champ électrique est perpendiculaire au plan d'incidence, c'est-à-dire qu'il ne possède qu'une seule composante orientée le long de la direction Ox. Dans le second cas, le champ électrique est toujours maintenu dans le plan d'incidence.

Ainsi, pour la polarisation TE, les composantes non nulles du champ magnétique sont

$$H_y = -\frac{i}{\omega\ \mu(\omega,z)\ \mu_0}\frac{\mathrm{d}E_x}{\mathrm{d}z}, \tag{A.7}$$

$$H_z = -\frac{k_y}{\omega\ \mu(\omega,z)\ \mu_0}E_x \tag{A.8}$$

obtenues à partir de l'unique composante du champ électrique $E_x(z)$ qui satisfait l'équation d'onde suivante

$$\mu(\omega,z)\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}\left[\frac{1}{\mu(\omega,z)}\frac{\mathrm{d}E_x}{\mathrm{d}z}\right] + \left\{\left[\frac{\omega}{c}\,n(\omega,z)\right]^2 - k_y^2\right\}E_x = 0 \tag{A.9}$$

avec l'indice de réfraction $n(\omega,z) = \left[\epsilon(\omega,z)\mu(\omega,z)\right]^{1/2}$.

En plus de satisfaire ces équations, les champs doivent vérifier les conditions de continuité au passage à l'interface. En se basant sur la loi de Faraday [Eq. (A.3)] et en appliquant le théorème de Stokes, nous pouvons démontrer que les composantes tangentielles à l'interface du champ électrique **E** sont continues. Pour le champ magnétique **H**, les composantes tangentielles sont également continues. Cependant, dans ce cas, il nous faut adjoindre la condition supplémentaire à savoir que l'interface ne transporte aucune densité de courant. Pour une inter-

face ne portant aucune densité de charge réelle, l'annulation de la divergence du vecteur de déplacement électrique ($\mathbf{D} = \epsilon\,\epsilon_0\,\mathbf{E}$) entraîne la continuité de la composante normale à l'interface, et ce, par le théorème de la divergence. Pour des arguments semblables, la composante normale du champ d'induction magnétique ($\mathbf{B} = \mu\,\mu_0\,\mathbf{H}$) est continue.

C'est pourquoi, pour le mode TE, la composante $\mu(z)\,H_z$, normale à l'interface, est continue. Cette condition est équivalente à la continuité de E_x. De plus, H_y est continue. Pour que cette dernière condition soit vérifiée, il faut que la dérivée de la composante normale à l'interface du champ électrique soit discontinue là où la perméabilité magnétique présente une discontinuité [Eq. (A.7)]. Dès lors, pour le mode TE, les conditions se résument à la continuité de

$$E_x \;\text{ et }\; \frac{1}{\mu(\omega, z)}\frac{\mathrm{d}E_x}{\mathrm{d}z} \tag{A.10}$$

aux passages des interfaces.

Dans une couche homogène, l'équation d'onde [Eq. (A.9)] est une équation différentielle du second ordre à coefficients constants. La solution correspond à la somme de deux ondes progressives se propageant, en sens inverse, dans la direction z. Par convention, le signe + des amplitudes est associé à l'onde véhiculée dans le sens des z croissants tandis que le signe − est attaché à l'onde opposée. Les coefficients complexes A_j contiennent l'information sur la phase de l'onde à l'origine z_j de la couche j de l'empilement :

$$E_x\,(z) = A_j^{+} \exp\left[ik_{jz}\,(z - z_j)\right] + A_j^{-} \exp\left[-ik_{jz}\,(z - z_j)\right], \tag{A.11}$$

où la composante z du vecteur d'onde de la couche est donnée par

$$k_{jz} = \left[\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \epsilon_j - k_y^2\right]^{1/2}. \tag{A.12}$$

Dès que l'unique composante du champ électrique est déterminée, le champ magnétique est connu par les deux autres relations [Eqs. (A.7) et (A.8)].

Dans le cas de la polarisation TM, les composantes du champ électrique non

nulles peuvent être calculées par les relations suivantes

$$E_y = \frac{i}{\omega\ \epsilon(\omega,z)\ \epsilon_0}\frac{\mathrm{d}H_x}{\mathrm{d}z}, \tag{A.13}$$

$$E_z = \frac{k_y}{\omega\ \epsilon(\omega,z)\ \epsilon_0}H_x. \tag{A.14}$$

L'amplitude du champ magnétique $H_x(z)$ obéit à une équation différentielle du second ordre écrite sous la forme

$$\varepsilon(\omega,z)\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}\left[\frac{1}{\varepsilon(\omega,z)}\frac{\mathrm{d}H_x}{\mathrm{d}z}\right]+\left\{\left[\frac{\omega}{c}\,n(\omega,z)\right]^2-k_y^2\right\}H_x=0. \tag{A.15}$$

A ces équations s'ajoutent les conditions de continuité aux interfaces.

$$H_x \ \text{ et } \ \frac{1}{\epsilon(\omega,z)}\frac{\mathrm{d}H_x}{\mathrm{d}z} \tag{A.16}$$

doivent être continus à chaque interface.

Dans une couche homogène j, la composante x du champ magnétique, solution de l'équation différentielle [Eq. (A.15)], s'écrit comme la somme de deux ondes progressives

$$H_x(z)=A_j^+\exp\left[ik_{jz}\left(z-z_j\right)\right]+A_j^-\exp\left[-ik_{jz}\left(z-z_j\right)\right]. \tag{A.17}$$

A.2 Matrices de transfert

Déterminons la matrice de transfert d'un empilement de couches planes homogènes. Les films photoniques étudiés présentent donc une invariance dans deux directions de l'espace. Pour évaluer la matrice de transfert, nous abordons en premier lieu la propagation des ondes électromagnétiques dans une seule couche. Ensuite, l'application des conditions de raccord entre les différentes couches conduit naturellement à la matrice de transfert.

A.2.1 Equations de Maxwell pour un milieu stratifié

Pour l'étude des amplitudes des champs, les deux polarisations sont séparées. Le calcul complet de la propagation des ondes dans la multicouche requiert d'une

part la résolution de l'équation d'onde à l'intérieur de toutes les couches homogènes et d'autre part, l'application des conditions de continuité aux différentes interfaces, et ce, simultanément. Pour la suite, nous considérons que les matériaux sont non magnétiques.

Abordons cette question pour une seule interface. Nous considérons, pour cela, deux couches successives de l'empilement [FIG .A.2]. La première couche commence à l'abscisse z_j pour se terminer en z_{j+1}.

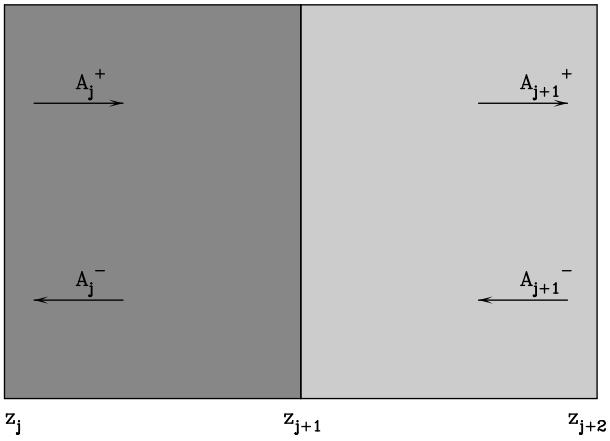


FIG. A.2 – Couches j et $j+1$ du film photonique caractérisées par une constante diélectrique ϵ_j et ϵ_{j+1}, respectivement.

Interface pour la polarisation TE

Appliquons maintenant les conditions de raccord aux deux interfaces. Ces conditions entraînent immédiatement une relation matricielle entre les amplitudes de deux couches successives. Dans la couche j, la composante transverse du champ électrique s'écrit

$$E_x(z) = A_j^+ \exp\left[ik_{jz}(z - z_j)\right] + A_j^- \exp\left[-ik_{jz}(z - z_j)\right]. \tag{A.18}$$

Dans la couche suivante située en z_{j+1}, l'unique composante du champ électrique obéit à

$$E_x(z) = A_{j+1}^+ \exp\left[ik_{j+1z}(z - z_{j+1})\right] + A_{j+1}^- \exp\left[-ik_{j+1z}(z - z_{j+1})\right]. \tag{A.19}$$

Pour l'onde TE, les conditions de continuité s'expriment, à l'interface $z = z_{j+1}$,

au travers du système d'équations suivant :

$$A_j^+ \exp(ik_{jz}d_j) + A_j^- \exp(-ik_{jz}d_j) = A_{j+1}^+ + A_{j+1}^-, \quad (A.20)$$

$$k_{jz}A_j^+ \exp(ik_{jz}d_j) - k_{jz}A_j^- \exp(-ik_{jz}d_j) = k_{j+1z}A_{j+1}^+ - k_{j+1z}A_{j+1}^- \quad (A.21)$$

Notons que d_j est l'épaisseur de la couche j spécifiée par $d_j = z_{j+1} - z_j$. Le système d'équations peut s'écrire sous une forme matricielle. Ainsi, les amplitudes de deux couches voisines sont connectées entre-elles

$$\begin{pmatrix} A_j^+ \\ A_j^- \end{pmatrix} = \left(Q_j^{TE}\right)^{-1} R_{j+1}^{TE} \begin{pmatrix} A_{j+1}^+ \\ A_{j+1}^- \end{pmatrix}, \quad (A.22)$$

avec

$$Q_j^{TE} = \begin{pmatrix} \exp(ik_{jz}d_j) & \exp(-ik_{jz}d_j) \\ k_{jz}\exp(ik_{jz}d_j) & -k_{jz}\exp(-ik_{jz}d_j) \end{pmatrix}, \quad (A.23)$$

$$R_{j+1}^{TE} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ k_{j+1z} & -k_{j+1z} \end{pmatrix}. \quad (A.24)$$

Interface pour la polarisation TM

En utilisant la même approche que pour la polarisation TE, les amplitudes de deux couches successives sont reliées par

$$\begin{pmatrix} A_j^+ \\ A_j^- \end{pmatrix} = \left(Q_j^{TM}\right)^{-1} R_{j+1}^{TM} \begin{pmatrix} A_{j+1}^+ \\ A_{j+1}^- \end{pmatrix}, \quad (A.25)$$

avec

$$Q_j^{TM} = \begin{pmatrix} \exp(ik_{jz}d_j) & \exp(-ik_{jz}d_j) \\ \frac{k_{jz}}{\epsilon_j}\exp(ik_{jz}d_j) & \frac{-k_{jz}}{\epsilon_j}\exp(-ik_{jz}d_j) \end{pmatrix}, \quad (A.26)$$

$$R_{j+1}^{TM} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \frac{k_{j+1z}}{\epsilon_{j+1}} & \frac{-k_{j+1z}}{\epsilon_{j+1}} \end{pmatrix}. \quad (A.27)$$

Assemblage de couches

La détermination des amplitudes des champs après la traversée d'un empilement de couches s'obtient par simple produit matriciel. Les deux transferts

$$\begin{pmatrix} A_j^+ \\ A_j^- \end{pmatrix} = (Q_j)^{-1} R_{j+1} \begin{pmatrix} A_{j+1}^+ \\ A_{j+1}^- \end{pmatrix}, \tag{A.28}$$

$$\begin{pmatrix} A_{j+1}^+ \\ A_{j+1}^- \end{pmatrix} = (Q_{j+1})^{-1} R_{j+2} \begin{pmatrix} A_{j+2}^+ \\ A_{j+2}^- \end{pmatrix} \tag{A.29}$$

sont équivalents au transfert global

$$\begin{pmatrix} A_j^+ \\ A_j^- \end{pmatrix} = (Q_j)^{-1} R_{j+1} (Q_{j+1})^{-1} R_{j+2} \begin{pmatrix} A_{j+2}^+ \\ A_{j+2}^- \end{pmatrix} = (Q_j)^{-1} T_{j+1} R_{j+2} \begin{pmatrix} A_{j+2}^+ \\ A_{j+2}^- \end{pmatrix}. \tag{A.30}$$

Ces relations sont valables pour les deux polarisations. La matrice de transfert d'une couche T_j apparaît naturellement dans la dernière équation. Cette matrice tient compte de la traversée de la couche d'épaisseur d_j, de la constante diélectrique ϵ_j, de la fréquence ω et de l'angle d'incidence au travers de k_y. Les trois dernières quantités sont contenues implicitement dans la composante z du vecteur d'onde de la couche k_{jz}. Bien que la matrice varie avec l'épaisseur de la couche, elle ne dépend pas de la position absolue de celle-ci dans l'empilement. Une matrice de transfert associée à une couche d'épaisseur d_j et de constante diélectrique ϵ_j peut être utilisée plusieurs fois si elle se retrouve ailleurs dans la multicouche. La matrice de transfert dépend de la polarisation et s'écrit pour l'onde TE

$$T_j^{TE} = \begin{pmatrix} \cos(k_{jz} d_j) & \frac{-i}{k_{jz}} \sin(k_{jz} d_j) \\ -i k_{jz} \sin(k_{jz} d_j) & \cos(k_{jz} d_j) \end{pmatrix}. \tag{A.31}$$

Pour la polarisation TM, la matrice de transfert vaut

$$T_j^{TM} = \begin{pmatrix} \cos(k_{jz} d_j) & -i \frac{\epsilon_j}{k_{jz}} \sin(k_{jz} d_j) \\ -i \frac{k_{jz}}{\epsilon_j} \sin(k_{jz} d_j) & \cos(k_{jz} d_j) \end{pmatrix}. \tag{A.32}$$

La différence principale entre les deux polarisations est l'apparition de la constante diélectrique ϵ_j pour les ondes TM. Cette spécificité pour cette dernière polarisation vient de la condition de continuité $1/\epsilon \; dH_x/dz$. Notons enfin que, travailler

dans l'espace des fréquences permet d'utiliser des fonctions diélectriques dépendantes de la fréquence comme le modèle de Drude pour les métaux par exemple.

A.3 Films photoniques

Dans cette section, nous considérons un assemblage constitué d'un nombre fini de couches [Fig. A.3]. La multicouche est entourée par un matériau homogène. Les réponses optiques des milieux homogènes d'incidence et d'émergence sont parfois différentes. Dans le cas le plus général, trois régions sont donc isolées. Par convention, le milieu homogène incident (zone I) est défini par une constante diélectrique ϵ_i (i pour incident). Le film photonique caractérisé par une modulation de la constante diélectrique, modulation qui peut être périodique, est repéré par l'indice II. Finalement, la région homogène d'émergence (zone III) répond optiquement au travers de sa constante diélectrique ϵ_s (s pour substrat), modélisant un éventuel substrat.

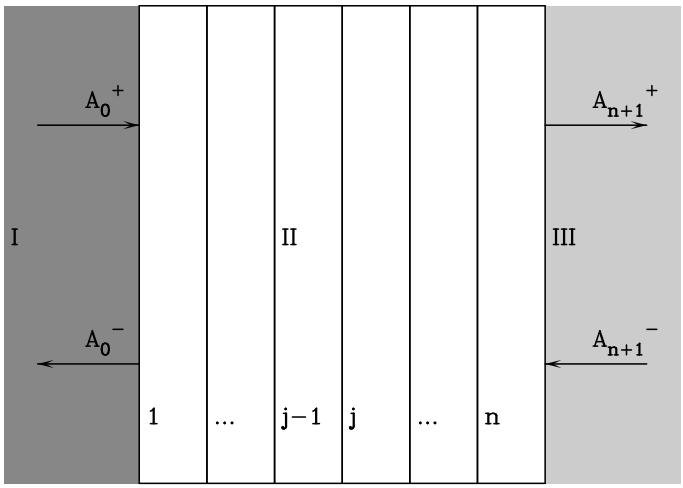


Fig. A.3 – Empilement de couches planes de matériaux de constantes diélectriques différentes (zone II) entouré par deux milieux homogènes. Ces derniers sont le milieu d'incidence (zone I) et le milieu d'émergence (zone III) définis par les constantes diélectriques ϵ_i et ϵ_s, respectivement.

A.3.1 Matrice de transfert totale d'un film photonique

La théorie des matrices de transfert permet d'évaluer les amplitudes des champs traversant un film photonique structuré. Ainsi, pour une multicouche

composée de n couches [FIG. A.3], la matrice de transfert totale est définie par la relation

$$\begin{pmatrix} A_0^+ \\ A_0^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T^{++} & T^{+-} \\ T^{-+} & T^{--} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{n+1}^+ \\ A_{n+1}^- \end{pmatrix} \tag{A.33}$$

où

$$T = (Q_i)^{-1} T_1 T_2 ... T_n R_s. \tag{A.34}$$

La matrice Q_i assure le transfert des champs entre le milieu d'incidence et la première couche de la structure photonique [Eqs. (A.23) et (A.26)]. De la même manière, la matrice R_s connecte les champs de la dernière couche de l'empilement au substrat [Eqs. (A.24) et (A.27)]. Enfin, à chaque couche du film photonique est associée une matrice de transfert dépendant de la polarisation [Eqs. (A.31) et (A.32)].

Beaucoup d'informations sur le film photonique sont extraites de la matrice de transfert totale. Ainsi, nous pouvons aisément déterminer les relations de dispersion des modes électromagnétiques autorisés dans la multicouche mais aussi simuler des expériences de réflectance. Enfin, la matrice de transfert peut également renseigner sur la densité des modes et sur le déphasage.

A.3.2 Relations de dispersion

La première étude réalisable sur un film photonique consiste en l'analyse de sa réponse à une excitation électromagnétique. Cette analyse permet de dégager les modes propres de la structure. Ces modes correspondent à des champs électromagnétiques se développant en l'absence d'onde incidente pour les alimenter. Mathématiquement, cette contrainte implique l'annulation de l'onde entrante $A_0^+ = 0$. Ne souhaitant pas d'ondes incidentes venant du milieu d'émergence, nous apposons un filtre dans ce milieu, $A_{n+1}^- = 0$. Dès lors, l'équation de transfert [Eq. (A.33)] devient

$$\begin{pmatrix} 0 \\ A_0^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T^{++} & T^{+-} \\ T^{-+} & T^{--} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{n+1}^+ \\ 0 \end{pmatrix}. \tag{A.35}$$

Il subsiste deux inconnues dans le problème qui sont les amplitudes des ondes sortantes. La relation matricielle ci-dessus se réduit au système d'équations sui-

vant

$$T^{++}A^{+}_{n+1} = 0, \tag{A.36}$$

$$T^{-+}A^{+}_{n+1} = A^{-}_{0}. \tag{A.37}$$

La première relation implique la résolution de l'équation suivante

$$T^{++}(\omega, k_y) = 0 \tag{A.38}$$

afin d'éviter une valeur nulle pour l'amplitude A^{+}_{n+1}. La dernière équation fournit immédiatement les relations de dispersion des modes propres du film car elle établit bien une relation entre le vecteur d'onde k_y et la fréquence angulaire ω.

Remarquons, qu'en fonction des valeurs de la fréquence, les ondes sortantes du film peuvent être soit propagatives, soit évanescentes. L'amortissement des champs dans les milieux d'incidence et d'émergence est d'origine différente dans les deux situations. Dans le cas propagatif, les ondes s'éloignent du film en oscillant et l'amortissement provient des pertes radiatives. Elles sont, d'ailleurs, appelées modes radiants. Ce ne sont pas à proprement parler des modes guidés vu leur temps de vie limité. De tels modes requièrent l'usage de fréquences complexes afin de les décrire complètement. Par ailleurs, les ondes évanescentes conservent leur énergie à l'intérieur du film. Les fréquences de tels modes sont réelles (en l'absence d'amortissement dû aux matériaux) et de valeurs telles que $\omega < k_y c/\sqrt{\epsilon_i}$ où $c/\sqrt{\epsilon_i}$ est la vitesse de l'onde électromagnétique dans le milieu incident. Les composantes z des ondes dans le milieu d'incidence et d'émergence sont imaginaires expliquant l'évanescence des champs. Ce sont les modes guidés de la structure. Ceux-ci ne peuvent être explorés que par une expérience de réflexion totale atténuée. En effet, dans cette spectroscopie, on profite de la présence d'un prisme plus réfringent que le milieu incident pour préparer des ondes évanescentes et exciter ainsi les modes guidés.

A.3.3 Réflectance et transmittance

La configuration, plus réaliste, d'un film d'épaisseur finie, permet de définir des propriétés telles que la réflectance optique ou la transmittance qui n'ont pas de sens pour des structures infinies.

La transmittance est la fraction de l'intensité (ou puissance par unité de surface) incidente qui traverse le film sans être ni réfléchie ni absorbée. Les puissances par unité de surface s'obtiennent à partir du calcul du vecteur de Poynting moyenné sur une période d'oscillation du champ,

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2}\Re e\left\{\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*\right\}. \tag{A.39}$$

La puissance traversant une unité de surface quelconque s'obtient en effectuant le produit scalaire du vecteur de Poynting avec le vecteur normal à la surface.

Vecteurs de Poynting pour la polarisation TM

Dans la polarisation TM, le champ magnétique possède une seule composante, composante qui est perpendiculaire au plan d'incidence (coordonnée x). Le champ électrique est maintenu dans le plan d'incidence (coordonnées y et z) tout au long de la propagation. Ces deux composantes dérivent directement du champ magnétique [Eqs. (A.13) et (A.14)]

$$\mathbf{H} = H_x(z)\ \exp\left(ik_y y\right)\mathbf{e}_x. \tag{A.40}$$

Le film photonique est formé de l'empilement de n couches, numérotées (du milieu d'incidence vers le milieu d'émergence) $j = 1, 2, ..., n$. L'amplitude du champ magnétique vérifie

$$H_x^{(j)}(z) = A_j^+ \exp\left[ik_{jz}(z - z_j)\right] + A_j^- \exp\left[-ik_{jz}(z - z_j)\right] \tag{A.41}$$

avec $k_{jz} = \left[(\omega/c)^2 \epsilon_j - k_y^2\right]^{1/2}$. Dès lors, la forme générale du champ magnétique est

$$\mathbf{H}^{\pm} = A_j^{\pm} \exp\left[\pm\, ik_{jz}(z - z_j)\right]\ \exp\left(ik_y y\right)\mathbf{e}_x. \tag{A.42}$$

Le signe + est associé aux ondes se dirigeant vers les z croissants tandis que le signe − est associé aux ondes se propageant vers les z décroissants. Signalons toutefois que, dans le milieu d'incidence, le champ magnétique prend la forme suivante

$$\mathbf{H}^{\pm} = A_0^{\pm} \exp\left[\pm\, ik_{iz}(z - z_0)\right]\ \exp\left(ik_y y\right)\mathbf{e}_x. \tag{A.43}$$

où la composante z du vecteur d'onde dans le milieu d'incidence est donnée par $k_{iz} = \left[(\omega/c)^2 \epsilon_i - k_y^2\right]^{1/2}$. Cette composante est toujours réelle et vaut $\omega\sqrt{\epsilon_i}\cos\theta/c$ avec θ défini comme l'angle d'incidence. Enfin, dans le milieu d'émergence, le champ magnétique est décrit par la relation

$$\mathbf{H}^{\pm} = A_{n+1}^{\pm} \exp\left[\pm ik_{sz}(z - z_{n+1})\right] \exp\left(ik_y y\right) \mathbf{e}_x. \tag{A.44}$$

où la composante z du vecteur d'onde dans le substrat est donnée par $k_{sz} = \left[(\omega/c)^2 \epsilon_s - k_y^2\right]^{1/2}$. Cette dernière quantité peut prendre des valeurs réelles ou imaginaires suivant le signe de $\epsilon_s/\epsilon_i - \sin\theta$.

A partir de l'expression du champ magnétique, nous pouvons facilement déduire l'expression du champ électrique dans la couche j

$$\mathbf{E}^{\pm} = \frac{A_j^{\pm}}{\omega\epsilon_0\epsilon_j} \exp\left[\pm ik_{jz}(z - z_j)\right] \exp\left(ik_y y\right) \left(\mp k_{jz}\mathbf{e}_y + k_y \mathbf{e}_z\right). \tag{A.45}$$

Le coefficient de réflexion évalue le rapport de l'énergie véhiculée par l'onde réfléchie et de l'énergie véhiculée par l'onde incidente,

$$\mathcal{R} = \frac{\left|\mathbf{S}_i^{-}.\mathbf{e}_z\right|}{\left|\mathbf{S}_i^{+}.\mathbf{e}_z\right|} \tag{A.46}$$

Connaissant à la fois le champ magnétique et le champ électrique, les vecteurs de Poynting dans le milieu d'incidence sont obtenus aisément

$$\mathbf{S}_i^{\pm} = \frac{1}{2\omega\epsilon_0\epsilon_i} \left|A_0^{\pm}\right|^2 \left(k_y \mathbf{e}_y \pm k_{iz}\mathbf{e}_z\right), \tag{A.47}$$

permettant ainsi de définir la réflectance du film

$$\mathcal{R} = \frac{\left|A_0^{-}\right|^2}{\left|A_0^{+}\right|^2}. \tag{A.48}$$

Par ailleurs, le coefficient de transmission définit le rapport entre la puissance transmise par unité de surface dans le milieu d'émergence et la puissance par unité de surface entrant dans le film structuré

$$\mathcal{T} = \frac{\left|\mathbf{S}_s^{+}.\mathbf{e}_z\right|}{\left|\mathbf{S}_i^{+}.\mathbf{e}_z\right|}. \tag{A.49}$$

Pour calculer ce coefficient, il faut évaluer le vecteur de Poynting associé à l'onde transmise

$$\mathbf{S}_s^+ = \frac{1}{2\omega\epsilon_0\epsilon_s}\left|A_0^+\right|^2\left(k_y\mathbf{e}_y + \Re e\left\{k_{sz}\right\}\mathbf{e}_z\right). \tag{A.50}$$

Ainsi, pour la polarisation TM, la transmittance est donnée par

$$\mathcal{T} = \frac{\epsilon_i}{\epsilon_s}\frac{\left|A_{n+1}^+\right|^2}{\left|A_0^+\right|^2}\frac{\Re e\left\{k_{sz}\right\}}{k_{0z}}. \tag{A.51}$$

Vecteurs de Poynting pour la polarisation TE

Pour la polarisation TE, le raisonnement est identique au cas précédent. Les coefficients de réflexion et de transmission sont respectivement

$$\mathcal{R} = \frac{\left|A_0^-\right|^2}{\left|A_0^+\right|^2} \tag{A.52}$$

et

$$\mathcal{T} = \frac{\left|A_{n+1}^+\right|^2}{\left|A_0^+\right|^2}\frac{\Re e\left\{k_{sz}\right\}}{k_{0z}}. \tag{A.53}$$

Transmittance et réflectance à partir des matrices de transfert

La connaissance de la matrice de transfert totale permet le calcul du coefficient de réflexion et de transmission.

Avant de calculer les coefficients, analysons les ondes incidentes sur le film photonique. Dans le milieu d'incidence, l'onde progressant vers les z croissants est la première onde incidente. La seconde, présente dans le milieu d'émergence, se dirige vers les z décroissants. Donc, dans le milieu d'incidence, la normalisation de l'énergie incidente fixe l'amplitude de l'onde incidente

$$A_0^+ = 1. \tag{A.54}$$

La seconde onde incidente, venant du milieu d'émergence, est une onde parasite. Nous pouvons imaginer l'apposition d'un filtre pour empêcher la propagation d'une telle onde. Mathématiquement, cela se traduit par

$$A_{n+1}^- = 0. \tag{A.55}$$

Ces deux dernières contraintes laissent la relation matricielle suivante

$$\begin{pmatrix} 1 \\ A_0^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T^{++} & T^{+-} \\ T^{-+} & T^{--} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{n+1}^+ \\ 0 \end{pmatrix}. \tag{A.56}$$

Il est alors aisé de voir que

$$\frac{\left|A_{n+1}^+\right|^2}{\left|A_0^+\right|^2} = \left|\frac{1}{T^{++}}\right|^2, \tag{A.57}$$

$$\frac{\left|A_0^-\right|^2}{\left|A_0^+\right|^2} = \left|\frac{T^{-+}}{T^{++}}\right|^2 \tag{A.58}$$

permettent le calcul de la réflectance et de la transmittance.

A.3.4 Déphasage

Pour évaluer la densité de modes électromagnétiques, le coefficient de transmission complexe $t = x + iy = \sqrt{\mathcal{T}}e^{i\phi}$ suffit. Cette dernière quantité est aisément calculable à partir des matrices des transfert comme l'a démontré la section précédente. $\phi = y/x$ représente le déphasage de la lumière après propagation dans toute la structure photonique. Si nous définissons L comme la longueur totale du film et k le nombre d'onde effectif, le déphasage équivaut à

$$\phi = \tan(kL) = \frac{y}{x}. \tag{A.59}$$

Montrons que, pour un mode propre, le déphasage s'annule. D'une part, le coefficient de transmission complexe est égal à $1/T^{++}$. D'autre part, un mode propre électromagnétique de la structure satisfait la condition $T^{++} = 0$. Donc, l'inverse de cette quantité prend une valeur infinie. La partie réelle est infinie alors que la partie imaginaire s'annule. En définitive, le déphasage est bien nul par la dernière relation pour un mode propre.

A.3.5 Densité de modes

La densité de modes, notée ρ, désigne le nombre de modes électromagnétiques dont les fréquences sont comprises entre ω et $\omega + \mathrm{d}\omega$. Autrement dit, elle recense

les nombres d'onde k par unité de fréquence ω

$$\rho(\omega) = \frac{dk}{\mathrm{d}\omega}. \tag{A.60}$$

Cette quantité est aussi interprétée comme l'inverse de la vitesse de groupe, vitesse de propagation d'un paquet d'ondes dans toute la structure,

$$v_g = \frac{1}{\rho} = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}k}. \tag{A.61}$$

A mesure que la densité de modes augmente, la vitesse de groupe diminue. On explique ainsi l'accumulation d'états pour les ondes stationnaires qui se forment dans la structure entière.

Pour évaluer la densité de modes électromagnétiques [96], la dérivation de la formule du déphasage [Eq. (A.59)] par rapport à la fréquence fournit

$$\sec^2(kL)\frac{\mathrm{d}k}{\mathrm{d}\omega} = \frac{1}{d}\,\frac{y'x - x'y}{x^2} \tag{A.62}$$

où d fixe la longueur totale du film photonique. S'appuyant sur la formule trigonométrique $\tan^2\theta + 1 = \sec^2\theta$, la densité de modes s'écrit

$$\rho(\omega) = \frac{1}{d}\,\frac{y'x - x'y}{x^2 + y^2}. \tag{A.63}$$

Numériquement, les dérivées de x et de y s'obtiennent par des formules de type différence finie

$$f'(x) \approx \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h} + O(h^3). \tag{A.64}$$

A.4 Cristaux photoniques

Un cristal photonique unidimensionnel est conçu en répétant infiniment une période formée d'un assemblage de plusieurs couches planes. Dès lors, ce sont des systèmes qui présentent une périodicité dans une direction et sont invariants dans les deux autres directions pour toute translation. Tout comme en physique du solide, la périodicité autorise l'utilisation du théorème de Bloch. Les différentes propriétés des cristaux photoniques sont étudiées dans le cas particulier d'un système constitué de deux couches caractérisées par des constantes diélectriques

différentes.

A.4.1 Matrice de transfert d'une période

Pour commencer, il est utile de déterminer la matrice de transfert associée à la période du cristal. Ainsi, il sera plus aisé d'en dégager les principales propriétés. Le cristal étudié est constitué de deux couches dont les réponses optiques sont, respectivement, ϵ_1 et ϵ_2 [Fig. A.4]. La période est d'une longueur totale a, somme des épaisseurs des deux couches (d_1 et d_2).

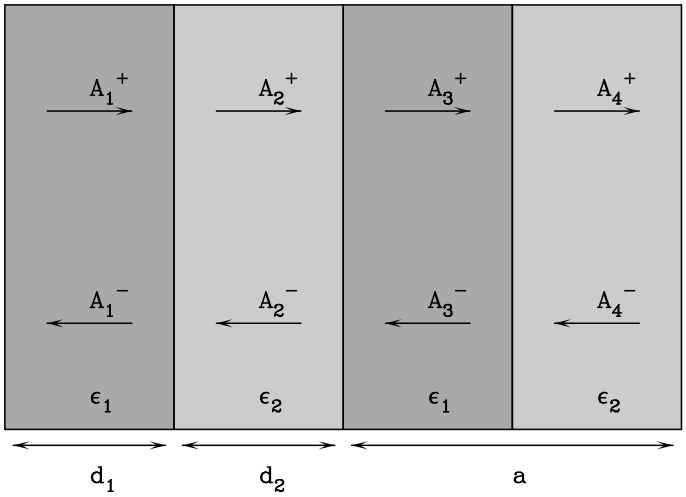


FIG. A.4 – Cristal photonique infini à une dimension. La période est constituée de deux couches de constante diélectrique ϵ_j avec $j = 1, 2$. La longueur totale de la période est a correspondant à la somme des épaisseurs d_j de chaque couche où $j = 1, 2$.

La matrice de transfert T_{12} associée à une période du cristal photonique lie les amplitudes des champs évalués dans deux couches identiques successives. Elle correspond au produit des matrices de transfert suivant :

$$\begin{pmatrix} A_1^+ \\ A_1^- \end{pmatrix} = (Q_1)^{-1} T_2 R_1 \begin{pmatrix} A_3^+ \\ A_3^- \end{pmatrix}. \tag{A.65}$$

En utilisant les expressions trouvées à la section A.2, la matrice de transfert de la période s'écrit

$$T_{12} = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}, \tag{A.66}$$

avec

$$\alpha = [\cos(k_{2z}d_2) - if_+ \sin(k_{2z}d_2)] \exp(-ik_{1z}d_1), \quad (A.67)$$

$$\beta = if_- \sin(k_{2z}d_2) \exp(-ik_{1z}d_1), \quad (A.68)$$

$$\gamma = -if_- \sin(k_{2z}d_2) \exp(ik_{1z}d_1), \quad (A.69)$$

$$\delta = [\cos(k_{2z}d_2) + if_+ \sin(k_{2z}d_2)] \exp(ik_{1z}d_1). \quad (A.70)$$

Seuls les facteurs $f_\pm$ dépendent de la polarisation de l'onde électromagnétique

$$f_\pm^{TE} = \frac{k_{1z}^2 \pm k_{2z}^2}{2k_{1z}k_{2z}}, \quad (A.71)$$

$$f_\pm^{TM} = \frac{\epsilon_2^2 k_{1z}^2 \pm \epsilon_1^2 k_{2z}^2}{2\epsilon_1 k_{1z}\epsilon_2 k_{2z}}. \quad (A.72)$$

Le déterminant de la matrice de transfert T_{12} est toujours égal à l'unité. De plus, la demi trace est un paramètre toujours réel pour un matériau sans dissipation car les nombres d'onde k_{iz} pour $i = 1, 2$ sont réels ou imaginaires purs

$$\frac{\alpha + \delta}{2} = \cos(k_{1z}d_1)\cos(k_{2z}d_2) - f_+ \sin(k_{1z}d_1)\sin(k_{2z}d_2). \quad (A.73)$$

A.4.2 Ondes de Bloch

La propagation des ondes électromagnétiques dans un milieu périodique ressemble au mouvement des électrons dans un solide cristallin. Le modèle de Kronig-Penney [43], utilisé pour la théorie des bandes en physique du solide, est mathématiquement identique pour la propagation d'ondes électromagnétiques dans un milieu stratifié. Donc, plusieurs concepts de la physique de l'état solide, tels que les ondes de Bloch, les zones de Brillouin, peuvent être employés. Un milieu stratifié périodique est équivalent à un réseau à une dimension qui est inavariant sous translation,

$$\epsilon(z + a) = \epsilon(z) \quad (A.74)$$

avec a comme période du cristal photonique.

Selon le théorème de Bloch, les solutions de l'équation d'onde pour un milieu périodique sont de la forme

$$[TM] : H_x(z) = H_x^{(k_z)} e^{ik_z z}, \quad (A.75)$$

$$[TE] : E_x(z) = E_x^{(k_z)} e^{ik_z z} \tag{A.76}$$

avec $H_x^{(k_z)}(z)$ et $E_x^{(k_z)}(z)$ périodiques de période a. Les modes sont numérotés en fonction du paramètre k_z contenu dans la première zone de Brillouin du cristal à une dimension ($k_z \in [-\pi/a,\ \pi/a]$). Ce paramètre k_z est défini comme le nombre d'onde de Bloch. Dans le formalisme employé, les conditions de Bloch reviennent à vérifier la relation suivante

$$\begin{pmatrix} A_1^+ \\ A_1^- \end{pmatrix} = e^{-ik_z a} \begin{pmatrix} A_3^+ \\ A_3^- \end{pmatrix}, \tag{A.77}$$

indépendamment de la polarisation. En comparant la matrice de transfert d'une période [Eq. (A.65)] et la condition de Bloch [Eq. (A.77)], on obtient le problème aux valeurs propres suivant

$$T_{12} \begin{pmatrix} A_3^+ \\ A_3^- \end{pmatrix} = e^{-ik_z a} \begin{pmatrix} A_3^+ \\ A_3^- \end{pmatrix}. \tag{A.78}$$

Le facteur de phase $e^{-ik_z a}$ s'identifie aux valeurs propres de la matrice de transfert T_{12}. Comme ces valeurs propres ne dépendent que de la fréquence ω du mode au travers des composantes z des vecteurs d'onde k_{jz} avec $j = 1, 2$, cette identification fournit les relations de dispersion du cristal photonique.

Les valeurs propres de la matrice de transfert sont

$$\lambda_\pm = \frac{\alpha + \delta}{2} \pm i\sqrt{1 - \left(\frac{\alpha + \delta}{2}\right)^2} \tag{A.79}$$

avec comme vecteurs propres associés

$$\begin{pmatrix} U^{\pm +} \\ U^{\pm -} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta \\ \lambda_\pm - \alpha \end{pmatrix}. \tag{A.80}$$

Les deux valeurs propres sont inverses l'une de l'autre car la matrice de la période est unitaire. L'identification des valeurs propres au facteur de phase $e^{ik_z a}$ établit la relation de dispersion entre k_z, ω et k_y

$$k_z(k_y, \omega) = \frac{1}{a} \arccos\left(\frac{\alpha + \delta}{2}\right). \tag{A.81}$$

L'interprétation physique est différente suivant la valeur du terme $(\alpha + \delta)/2$. Pour le régime où ce terme est inférieur à l'unité, le nombre d'onde de Bloch k_z est réel. Les ondes de Bloch sont propagatives. La dernière équation fournit donc la relation de dispersion des bandes permises

$$k_z(k_y, \omega) = \frac{1}{a} \arccos \left[\cos\left(k_{1z} d_1\right) \cos\left(k_{2z} d_2\right) - f_+ \sin\left(k_{1z} d_1\right) \sin\left(k_{2z} d_2\right) \right] \quad \text{(A.82)}$$

avec f_+ un facteur dépendant de la polarisation [Eqs. (A.71) et (A.72)]. Les bords de bandes sont déterminés par $|(\alpha + \delta)/2| = 1$. Enfin, lorsque $|(\alpha + \delta)/2|$ est supérieur à 1, les racines sont réelles, distinctes et leur produit est égal à 1. Leur module ne peut pas être unitaire et aucune racine n'est identifiable au facteur $e^{-ik_z a}$ avec k_z réel. Donc, dans ce cas, k_z possède une partie imaginaire de telle manière que l'onde de Bloch est évanescente. Ce sont les bandes interdites photoniques.

Bibliographie

[1] J. C. Maxwell, *A Treatise on Electricity and Magnetism* (Oxford Univ. Press, London, 1998), 3 edn.

[2] W. H. Bragg and W. L. Bragg, "The reflection of X-rays by crystals," Proc. Roy. Soc. (London) **A 88**, 428–438 (1913).

[3] L. Brillouin, *Wave Propagation in Periodic Structures : Electric Filters and Crystals Lattices* (Dover, New-York, 2003), 2 edn.

[4] F. Abelès, "Recherches sur la propagation des ondes électromagnétiques sinusoïdales dans les milieux stratifiés." Ann. Phys. (Paris) **5**, 596–640 & 706–782 (1950).

[5] M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics* (Macmillan Co., New-York, 1964), 2 edn.

[6] S. Berthier, *Iridescences, les couleurs physiques des insectes* (Springer-Verlag, Paris, 2003).

[7] J. P. Vigneron, M. Rassart, C. Vandenbem, V. Lousse, O. Deparis, L. P. Biró, D. Dedouaire, A. Cornet and P. Defrance, "Spectral filtering of visible light by the cuticle of metallic woodboring beetles and microfabrication of a matching bioinspired material," Phys. Rev. E **73**, 041 905 (2006).

[8] E. J. Denton, "Reflectors in fishes," Sci. Am. **224**, 64–72 (1971).

[9] P. Yeh, A. Yariv and C.-S. Hong, "Electromagnetic propagation in periodic stratified media. I. General theory," J. Opt. Soc. Am. **67**, 423–438 (1977).

[10] P. Yeh, *Optical Waves in Layered Media* (Wiley, Hoboken N.J., 2005), 2 edn.

[11] S. F. Yu, *Analysis and Design of Vertical Cavity Surface Emitting Lasers* (Wiley, Hoboken N.J., 2003).

[12] A. Yariv, *Quantum Electronics* (Wiley, New-York, 1989), 3 edn.

[13] P. Yeh, A. Yariv and A. Y. Cho, "Optical surface waves in periodic layered media," Appl. Phys. Lett. **32**, 104–105 (1978).

[14] A. A. Lucas, *Phénomènes de Suface* (F.U.N.D.P., 1975), notes de cours pour la Chaire Francqui Belge 1975-1976 (Mons).

[15] M. L. Bah, A. Akjouj, E. H. El Boudouti, B. Djafari-Rouhani and L. Dobrzynski, "Surface and interface optical waves in superlattices : transverse electric localized and resonant modes," J. Phys. : Condens. Matter **8**, 4171–4188 (1996).

[16] F. Ramos-Mendieta and P. Halevi, "Electromagnetic surface modes of a dielectric superlattice : the supercell method," J. Opt. Soc. Am. B **14**, 370–381 (1997).

[17] W. M. Robertson and M. S. May, "Surface electromagnetic wave excitation on one-dimensional photonic band-gap arrays," Appl. Phys. Lett. **74**, 1800–1802 (1999).

[18] M. L. H. Lahlaouti, A. Akjouj, B. Djafari-Rouhani and L. Dobrzynski, "Resonant and localized electromagnetic modes in finite superlattices," Phys. Rev. B **61**, 2059–2064 (2000).

[19] F. Villa, L. E. Regaldo, F. Ramos-Mendieta, J. Gaspar-Armenta and T. Lopez-Ríos , "Photonic crystal sensor based on surface waves for thin-film characterization," Opt. Lett. **27**, 646–648 (2002).

[20] F. Villa and J. A. Gaspar-Armenta, "Photonic crystal to photonic crystal surface modes : narrow-bandpass filters," Opt. Express **12**, 2338–2355 (2004).

[21] B. J. Lee, C. J. Fu and Z. M. Zhang, "Coherent thermal emission from one-dimensional photonic crystals," Appl. Phys. Lett. **87**, 071 904 (2005).

[22] J. D. Joannopoulos, R. D. Meade and J. N. Winn, *Photonic Crystals : Molding the Flow of Light* (Princeton Univ., Princenton, 1995).

[23] E. Yablonovitch, "Inhibited spontaneous emission in solid state physics and electronics," Phys. Rev. Lett. **58**, 2059–2062 (1987).

[24] P. W. Anderson, "Absence of Diffusion in Certain Random Lattices," Phys. Rev. **109**, 1492–1505 (1958).

[25] S. John, "Strong localization of photons in certain disordered dielectric superlattices," Phys. Rev. Lett. **58**, 2486–2489 (1987).

[26] M. Notomi, "Theory of light propagation in strongly modulated photonic crystals : Refractionlike behavior in the vicinity of the photonic band gap," Phys. Rev. B **62**, 10 696 (2000).

[27] H. Kosaka, T. Kawashima, A. Tomita, M. Notomi, T. Tamamura, T. Sato and S. Kawasaki, "Superprism phenomena in photonic crystals," Phys. Rev. B **58**, 10 096(R) (1998).

[28] S. Foteinopoulou, E. N. Economou and C. M. Soukoulis, "Refraction in media with a negative refractive index," Phys. Rev. Lett. **90**, 107 402 (2003).

[29] P. Yeh, "Electromagnetic propagation in birefringent layered media," J. Opt. Soc. Am. **69**, 742–756 (1979).

[30] A. Mandatori, C. Sibilia, M. Centini, G. D'Aguanno, M. Bertolotti, M. Scalora, M. Bloemer, and C. M. Bowden, "Birefringence in one-dimensional finite photonic bandgap structure," J. Opt. Soc. Am. B **20**, 504–512 (2003).

[31] I. Abdulhalim, "Omnidirectional reflection from anisotropic periodic dielectric stack," Opt. Commun. **174**, 43–50 (2000).

[32] A. Figotin and I. Vitebskiy, "Oblique frozen modes in periodic layered media," Phys. Rev. E **68**, 036 609 (2003).

[33] Y. K. Ha, Y. C. Yang, J. E. Kim, H. Y. Park, C. S. Kee, H. Lin, and J. C. Lee, "Tunable omnidirectional reflection bands and defect modes of a one-dimensional photonic band structure with liquid crystals," Appl. Phys. Lett. **79**, 15–17 (2001).

[34] G. Alagappan, X. W. Sun, P. Shum, M. B. Yu, and M. T. Doan, "One-dimensional anisotropic photonic crystal with a tunable bandgap," J. Opt. Soc. Am. B **23**, 159–167 (2006).

[35] K. Busch and S. John, "Liquid-crystal Photonic-band-gap materials : the tunable electromagnetic vacuum," Phys. Rev. Lett. **83**, 967–970 (1999).

[36] V.G. Veselago, "The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ϵ and μ," Sov. Phys. Uspekhi **10**, 509–514 (1968).

[37] J. B. Pendry, A. J. Holden, W. J. Stewart and I. Youngs, "Extremely low frequency plasmons in metallic mesostructures," Phys. Rev. Lett. **76**, 4773–4776 (1996).

[38] J. B. Pendry, A. J. Holden, D. J. Robbins and W. J. Stewart, "Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena," IEEE Trans. Microw. Theory Tech. **47**, 2075–2084 (1999).

[39] D. R. Smith, W. J. Padilla, D. C. Vier, S. C. Nemat-Nasser and S. Schultz, "Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity," Phys. Rev. Lett. **84**, 4184–4187 (2000).

[40] J. Li, L. Zhou, C. T. Chan, and P. Sheng, "Photonic band gap from a stack of positive and negative index materials," Phys. Rev. Lett. **90**, 083 901 (2003).

[41] D. Bria, B. Djafari-Rouhani, A. Akjouj, L. Dobrzynski, J. P. Vigneron, E. H. El Boudouti, and N. Nougaoui, "Band structure and omnidirectional photonic band gap in lamellar structures with left-handed materials," Phys. Rev. E **69**, 066 613 (2004).

[42] I. V. Shadrivov, A. A. Sukhorukov and Y. S. Kivshar, "Complete band gaps in one-dimensional left-handed periodic structures," Phys. Rev. Lett. **95**, 193 903 (2005).

[43] R. de L. Kronig and W. G. Penney, "Quantum mechanics of electrons in crystal lattices," Proc. Roy. Soc. (London) **A 130**, 499–513 (1931).

[44] Ch. Kittel, *Physique de l'état solide* (Dunod, Paris, 1998), 7 edn.

[45] W. A. Harrison, *Electronic Structure* (Freeman Press, San Francisco, 1980).

[46] P. St. J. Russel, T. A. Birks and F. D. Lloyd-Lucas, "Photonic Bloch waves and photonic band gaps," in *Confined Electrons and Photons*, E. Burstein and C. Weisbuch, eds. (Plenum, New-York, 1995), pp. 585–633.

[47] S. M. Rytov, "Electromagnetic properties of a finely stratified medium," Sov. Phys. JETP **2**, 466–475 (1956).

[48] C. Gu and P. Yeh, "Form birefringence dispersion in periodic layered media," Opt. Lett. **21**, 504–506 (1996).

[49] J. P. van der Ziel, M. Ilegems and R. M. Mikulyak, "Optical birefringence of thin GaAs-AlAs multilayer films," Appl. Phys. Lett. **28**, 735–737 (1976).

[50] A. Otto, "Excitation of nonradiative surface plasma waves in silver by the method of frustrated total reflection," Z. Phys. **216**, 398–410 (1968).

[51] S. Zhu, A. W. Yu, D. Hawley and R. Roy, "Frustrated total internal reflection : A demonstration and review," Am. J. Phys. **54**, 601–607 (1986).

[52] J. P. Vigneron, J.-F. Colomer, N. Vigneron and V. Lousse, "Natural layer-by-layer photonic structure in the squamae of Hoplia coerulea (Coleoptera)," Phys. Rev. E **72**, 061 904 (2005).

[53] O. Deparis, C. Vandenbem, M. Rassart, V. L. Welch and J. P. Vigneron, "Color-selecting reflectors inspired from biological periodic multilayer structures," Opt. Express **14**, 3547–3555 (2006).

[54] R. S. Berns, *Billmeyer and Satlzman's Principles of Color Technology* (Wiley-Interscience, New-York, 2000), 3 edn.

[55] V. L. Welch, J. P. Vigneron and A. R. Parker, "The cause of coloration in the ctenophore Beroë cucumis," Curr. Biol. **15**, R985–R986 (2005).

[56] J.-Q. Xi, J. K. Kim, E. F. Schubert, D. Ye, T.-M. Lu, S.-Y. Lin and J. S. Juneja, "Very low-refractive-index optical thin films consisting of an array of SiO_2 nanorods," Opt. Lett. **31**, 601–603 (2006).

[57] Ph. Lambin, J. P. Vigneron, A. A. Lucas and A. Dereux, "Electrodynamics of a Plane-Stratified Medium, with Applications to Electron-Energy-Loss Spectroscopy, Infrared Reflectivity Measurement and Attenuated Total Reflection," Phys. Scr. **35**, 343–353 (1987).

[58] A. Dereux, J. P. Vigneron, Ph. Lambin and A. A. Lucas, "Polaritons in semiconductor multilayered materials," Phys. Rev. B **38**, 5438–5452 (1988).

[59] H. S. Wall, *Analytic Theory of Continued Fractions* (Chelsea Publishing Co., New-York, 1973), pp. 35–39.

[60] Ph. Lambin, J. P. Vigneron and A. A. Lucas, "Electron-energy-loss spectroscopy of multilayered materials : Theoretical aspects and study of interface optical phonons in semiconductor superlattices," Phys. Rev. B **32**, 8203–8215 (1985).

[61] K. C. Huang, M. L. Povinelli and J. D. Joannopoulos, "Negative effective permeability in polaritonic photonic crystals," Appl. Phys. Lett. **85**, 543–545 (2004).

[62] V. Lousse, *Etude théorique des phénomènes de bistabilité dans les structures optiques non linéaires intégrant des cristaux photoniques.*, Ph.D. thesis, F.U.N.D.P. (2003).

[63] V. Lousse and J. P. Vigneron, "Formation of effective energy carriers in donor or acceptor lattice disturbances at the band-gap edges of photonic crystals,"

in *Photonic crystals Materials and Devices III*, A. Alibi, S.-Y. Lin, and A. Sherer, eds. (SPIE, 2005), Vol. 5733 of Proc. SPIE, pp. 257–268.

[64] R. Ruppin, "Surface polaritons of a left-handed medium," Phys. Lett. A **277**, 61–64 (2000).

[65] W. Shockley, "On the surface states associated with a periodic potential," Phys. Rev. **56**, 317–323 (1939).

[66] I. Tamm, "Uber eine mögliche art der elektronenbindung an kristalloberflächen," Phys. Z. Sowjetunion **1**, 733–746 (1932).

[67] G. Durand, "Optical properties of liquid crystals," in *Interaction of radiation with condensed matter* (International Atomic Energy Agency (IAEA), Vienne, 1977), Vol. 2, pp. 437–468.

[68] H. J. Deuling, "Elasticity of Nematic Liquid Crystals," in *Liquid Crystals (Solid State Physics, supplement 14)*, L. Liebert, ed. (Academic, New-York, 1978), pp. 77–107.

[69] L. M. Blinov and V. G. Chigrinov, *Electro-Optics Effects in Liquid Crystal Materials* (Springer, New-York, 1994).

[70] C. Vandenbem, J.-M. Vigoureux and J.-P. Vigneron, "Tunable band-structures in uniaxial multilayer stacks," J. Opt. Soc. Am. B **23** (2006), accepté.

[71] I. Šolc, "A new kind of double refracting filter," Czech. J. Phys. **4**, 53–66 (1954).

[72] R. C. Jones, "New calculus for the treatment of optical systems. I. Description and discussion of the calculus," J. Opt. Soc. Am. **31**, 488–493 (1941).

[73] I. Šolc, "Birefringent chain filters," J. Opt. Soc. Am. **55**, 621–625 (1965).

[74] E. Cojocaru, "Birefringence dispersion in Šolc-type anisotropic periodic bandgap structures," Appl. Opt. **40**, 1089–1097 (2001).

[75] Y. Li, Z. Lu, H. Yin, X. Yu, X. Liu and J. Zi, "Structural origin of the brown color of barbules in male peacock tail feathers," Phys. Rev. E **72**, 010 902(R) (2005).

[76] R.W. Ziolkowski and E. Heyman, "Wave propagation in media having negative permittivity and permeability," Phys. Rev. E **64**, 056 625 (2001).

[77] C. Vandenbem, *Etude théorique des modes de galerie en géométries sphérique et planaire.*, Master's thesis, F.U.N.D.P. (2003).

[78] G. M. Gehring, A. Schweinsberg, C. Barsi, N. Kostinski and R. W. Boyd, "Observation of backward pulse propagation through a medium with a negative group velocity," Science **312**, 895–897 (2006).

[79] A. Alù and N. Engheta, "Radiation from a travelling-wave current sheet at the interface between a conventional material and a material with negative permittivity and permeability," Microw. Opt. Technol. Lett. **35**, 460–463 (2002).

[80] A. Alù and N. Engheta, "An Overview of salient properties of planar guided-wave structures with Double-Negative (DNG) and Single-Negative (SNG) layers," in *Negative-Refraction Metamaterials : Fundamental Principles and Applications*, G. V. Eleftheriades and K. G. Balmain, ed. (Wiley, Hoboken N.J., 2005), pp. 339–380.

[81] I.V. Shadrivov, A.A. Sukhorukov and Y.S. Kivshar, "Guided modes in negative-refractive-index waveguides," Phys. Rev. E **67**, 057 602 (2003).

[82] N. Engheta, "An Idea for thin subwavelength cavity resonators using metamaterials with negative permittivity and permeability," IEEE Antennas Wirel. Propag. Lett. **1**, 10–13 (2002).

[83] J.A. Kong, B.-I. Wu, and Y. Zhang, "Lateral displacement of a Gaussian beam reflected from a grounded slab with negative permittivity and permeability," Appl. Phys. Lett. **80**, 2084–2086 (2002).

[84] Z. Ruan and S. He, "Open cavity formed by a photonic crystal with negative effective index of refraction," Opt. Lett. **30**, 2308–2310 (2005).

[85] A. Taflove and S. C. Hagness, *Computational Electrodynamics* (Artech House, Norwood MA, 2000), 2 edn.

[86] L. V. Hau, S. E. Harris, Z. Dutton and C. H. Behroozi, "Light speed reduction to 17 metres per second in an ultracold atomic gas," Nature **397**, 594–598 (1999).

[87] J. Heebner, R. Boyd and Q.-H. Park, "Slow light, induced dispersion, enhenced nonlinearity and optical solitons in a resonator-array waveguide," Phys. Rev. E **65**, 036 619 (2002).

[88] M. Notomi, K. Yamada, A. Shinya, J. Takahashi, C. Takahashi and I. Yokohama, "Extremely large group-velocity dispersion of line-defect waveguides in photonic crystal slabs," Phys. Rev. Lett. **87**, 253 902 (2001).

[89] M. S. Bigelow, N. N. Lepeshkin and R. W. Boyd, "Superluminal and slow light propagation in a room-temperature solid," Science **301**, 200–202 (2003).

[90] M. M. Kash, V. A. Sautenkov, A. S. Zibrov, L. Hollberg, G. R. Welch, M. D. Lukin, Y. Rostovtsev, E. S. Fry and M. O. Scully, "Ultraslow group velocity and enhanced nonlinear optical effects in a cohenrently driven hot atomic gas," Phys. Rev. Lett. **82**, 5229–5232 (1999).

[91] M. Soljacic, S. G. Johnson, S. Fan, M. Ibanescu, E. Ippen and J. D. Joannopoulos, "Photonic-crystal slow-light enhancement of nonlinear phase sensitivity," J. Opt. Soc. Am. B **19**, 2052–2059 (2002).

[92] M. D. Lukin and A. Imamoglu, "Controlling photons using electromagnetically induced transparency," Nature **413**, 273–276 (2001).

[93] D. F. Phillips, A. Fleischhauer, A. Mair, R. L. Walsworth and M. D. Lukin, "Storage of light in atomic vapor," Phys. Rev. Lett. **86**, 783–786 (2001).

[94] M. F. Yanik and S. Fan, "Stopping light all optically," Phys. Rev. Lett. **92**, 083 901 (2004).

[95] H. Gersen, T. J. Karle, R. J. P. Engelen, W. Bogaerts, J. P. Korterik, N. F. van Hulst, T. F. Krauss and L. Kuipers, "Real-space observation of ultraslow light in photonic crystalwaveguides," Phys. Rev. Lett. **94**, 073 903 (2005).

[96] J. M. Bendickson, J. P. Dowling and M. Scalora, "Analytic expressions for the electromagnetic mode density in finite, one dimensional, photonic band-gap structures," Phys. Rev. E **53**, 4107–4121 (1996).