

**UN DUOPOLE DE COURNOT
AVEC EXTERNALITES
DE PRODUCTION NEGATIVES**

Marc GERMAIN

Working Paper n° 8901

DEPARTEMENT DES SCIENCES ECONOMIQUES
Collège L.-H. Dupriez
Place Montesquieu, 3 — B-1348 LOUVAIN-LA-NEUVE (Belgique)

D/1989/3082/01

UN DUOPOLE DE COURNOT AVEC
EXTERNALITES DE PRODUCTION NEGATIVES

par Marc GERMAIN
Unité ECOS
U.C.L.

Janvier 1989

Mes remerciements les plus vifs à
I. Pouplier, E. de Ghellinck, H. Tulkens,
Ph. De Villé, H. Smeessens, B. Clerfayt
pour d'utiles suggestions, corrections ou
commentaires et à F. Plapied pour la
dactylographie.

INTRODUCTION

Le but de cette étude est d'explorer le comportement d'une industrie duopolistique confrontée à la présence d'externalités négatives, dues à l'activité polluante d'une des 2 firmes. Elle se place donc dans la lignée de modèles qui combinent à la fois externalité et structure de marché imparfaite ¹. Plus précisément, et c'est sans doute à ce niveau que réside la spécificité du modèle développé dans ces pages, les externalités sont étudiées dans le cadre d'un duopole à la Cournot. D'autres comportements (de type non-Nash ou de type collusif par exemple) n'ont pas été étudiés ². Quant aux externalités, elles sont cantonnées au sein de l'industrie. Une seule firme est cause de pollution, mais les 2 sont affectées. Deux moyens de correction de ces externalités ont été étudiés: la taxation bien sûr, et la neutralisation des effluents dans une installation appropriée ³. Dans chaque cas, les conditions d'existence et d'unicité de l'équilibre de Cournot ont été discutées ⁴. Par contre, les problèmes de stabilité de l'équilibre n'ont pas été abordés.

Ce travail se présente en 4 parties. La première section présente les fondements du modèle: les technologies en présence, la formation des prix et salaire et la "mécanique" des externalités. La section 2 décrit le modèle de référence (MR): un duopole à la Cournot avec externalités de production négatives non réciproques. Après une brève discussion des conditions mathématiques d'équilibre, on s'attache à comparer ce dernier avec celui qui aurait été obtenu en l'absence d'externalités. Dans la section suivante, une taxe sur la pollution est introduite. L'essentiel de la section est consacré à l'impact de la taxe sur l'équilibre, en particulier sur le niveau de pollution. Enfin, dans la dernière partie, la technologie de traitement des effluents est d'abord décrite. On s'attarde ensuite quelque peu sur les conditions d'existence et d'unicité de l'équilibre obtenu. Pour terminer, celui-ci est comparé à travers une série de variables importantes (en particulier le niveau de pollution) à l'équilibre du MR.

1. Généralités

1.1. Les technologies en présence

Soit une industrie composée de 2 firmes, produisant un bien homogène mais caractérisées par des technologies de production (TP) différentes. Ces firmes peuvent être schématisées de la façon suivante:

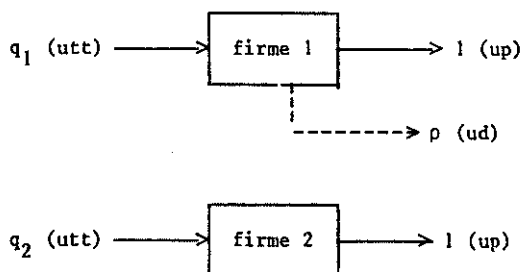


fig.1
~~~~~

Le seul facteur de production est le travail, homogène lui-même. Par unité produite (up), les firmes 1 et 2 utilisent respectivement  $q_1$  et  $q_2$  unités de temps de travail (utt). Par ailleurs, la TP 1 (utilisée par la première firme) évacue  $p$  unités de déchet (ud) dans l'environnement; il s'agit donc d'une technologie polluante. Par contre, la firme 2 ne pollue pas, soit parce que sa technologie permet l'absence d'effluents, soit parce que si ceux-ci existent, ils sont entièrement recyclés comme biens intermédiaires.

### 1.2. La formation des prix

Les firmes décident chacune de leur propre niveau de production, et le prix du bien produit est supposé dépendre du niveau global qui en résulte:

$$p = p(y) = p(y_1 + y_2) \quad (1.1)$$

Cette fonction est décroissante, mais on émettra pas d'hypothèse pour le moment sur la façon dont elle décroît. Donc

$$\dot{p} < 0, \quad \ddot{p} \geq 0 \quad (1.2)$$

Le deuxième prix du modèle n'est autre que le salaire. Celui-ci est supposé fixe (ce qui peut traduire un marché du travail en concurrence parfaite mais pas obligatoirement):

$$w = \bar{w} \quad (1.3)$$

### 1.3. Les externalités

Dans ce modèle, la pollution n'a d'influence négative que sur les performances des firmes.<sup>4b</sup> Plus précisément, les intensités de travail de celles-ci ( $q_1$  et  $q_2$ ) peuvent s'écrire comme des fonctions croissantes de la quantité de polluant en présence dans l'environnement<sup>5</sup>. Or, cette dernière variable dépend, d'une part, de la quantité d'effluents rejetés par la firme 1, et d'autre part de la dégradabilité de ces mêmes effluents. Une formulation possible est la suivante:

$$\frac{dS}{dt}(t) = \rho y_1(t) - E(t) \quad (1.4)$$

où:

- $S$  est le stock de polluant dans l'environnement;
  - $y_1(t)$  est la quantité produite par la firme 1 en  $t$ ;
  - $E(t)$  est la quantité de polluant neutralisé par l'environnement en  $t$ .
- Si on ne s'intéresse qu'à des états stationnaires et si on suppose que la dégradation naturelle des polluants se réalise à un taux constant ( $e$ ), on peut déduire de (1.4) une relation de proportionnalité entre  $S$  et le flux d'effluents  $R$ :

$$S = \frac{\rho y_1}{e} = \frac{R}{e} \quad (1.5)$$

Les intensités de travail  $q_1$  et  $q_2$  peuvent donc s'exprimer indifféremment en fonction de  $S$ ,  $R$  ou  $y_1$ <sup>6</sup>. Finalement, la forme suivante a été choisie<sup>7</sup>:

$$q_i = q_i(R), \quad q_i' > 0, \quad q_i'' \geq 0 \quad i = 1, 2 \quad (1.6)$$

## 2. Le modèle de référence

Des sections (1.1) à (1.3), on peut déduire les fonctions de profit des 2 firmes:

$$\Omega_i = p y_i - \bar{w} L_i, \quad i = 1, 2 \quad (2.1)$$

où pour rappel:

$$p = p(y_1 + y_2), \quad \dot{p} < 0, \quad \ddot{p} \geq 0 \quad (2.2)$$

$$L_i = q_i(R) y_i, \quad \dot{q}_i > 0, \quad \ddot{q}_i \geq 0, \quad i = 1, 2 \quad (2.3)$$

$$R = \rho y_1 \quad (2.4)$$

Le modèle de référence repose sur l'hypothèse comportementale de Cournot. Chaque firme maximise son profit par rapport à sa production en considérant que le niveau de production de l'autre est indépendant de sa propre décision.

Les conditions du 1er ordre donnent:

$$\frac{\partial \Omega_1}{\partial y_1} = p + \dot{p} y_1 - \bar{w} (q_1 + \dot{q}_1 \rho y_1) = 0 \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial \Omega_2}{\partial y_2} = p + \dot{p} y_2 - \bar{w} q_2 = 0 \quad (2.6)$$

La résolution du système (2.5) et (2.6) fournit les productions optimales  $y_1^*$  et  $y_2^*$  (et par conséquent les valeurs solutions des variables dépendantes  $q_1^*$ ,  $q_2^*$ ,  $L_1^*$ ,  $L_2^*$ ;  $R^*$ ,  $p^*$ ) à condition que  $y_1^*$  et  $y_2^*$  soient toutes deux positives. Dans le cas contraire, le système ne se vérifie pas dans le quart-plan ( $y_1 > 0$ ,  $y_2 > 0$ ) et la solution est au bord. En outre,  $p^*$  doit être positif. Autrement dit, il faut que  $y_1^* + y_2^* \leq \bar{y}$  où  $\bar{y}$  est défini implicitement par  $p(\bar{y}) = 0$ .

Les conditions du deuxième ordre s'écrivent dans le cas de maxima:

$$\frac{\partial^2 \Omega_1}{\partial y_1^2} = 2\dot{p} + \ddot{p} y_1 - \bar{w} \rho (2\dot{q}_1 + \ddot{q}_1 \rho y_1) < 0 \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial^2 \Omega_2}{\partial y_2^2} = 2\dot{p} + \ddot{p} y_2 < 0 \quad (2.8)$$

Etant donné les signes sur les dérivées données par (2.2) et (2.3), une condition suffisante (mais non nécessaire dans le cas de la firme 1) pour que les inégalités (2.7) et (2.8) tiennent est que les revenus marginaux des 2 firmes soient des fonctions décroissantes des niveaux de production correspondants.

Si les relations (2.5) à (2.8) sont remplies, l'existence d'un équilibre de Cournot est assurée. Maintenant, cet équilibre est-il unique? Suivant Friedman [VII, p.71], il faut que <sup>8</sup>:

$$\frac{\partial^2 \Omega_1}{\partial y_1^2} + \left| \frac{\partial^2 \Omega_1}{\partial y_1 \partial y_2} \right| = 2\dot{p} + \ddot{p}y_1 - \bar{w}\rho(2\dot{q}_1 + \ddot{q}_1 \rho y_1) + \left| \dot{p} + \ddot{p}y_1 \right| < 0 \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial^2 \Omega_2}{\partial y_2^2} + \left| \frac{\partial^2 \Omega_2}{\partial y_1 \partial y_2} \right| = 2\dot{p} + \ddot{p}y_2 + \left| \dot{p} + \ddot{p}y_2 - \bar{w} \dot{q}_2 \right| < 0 \quad (2.9')$$

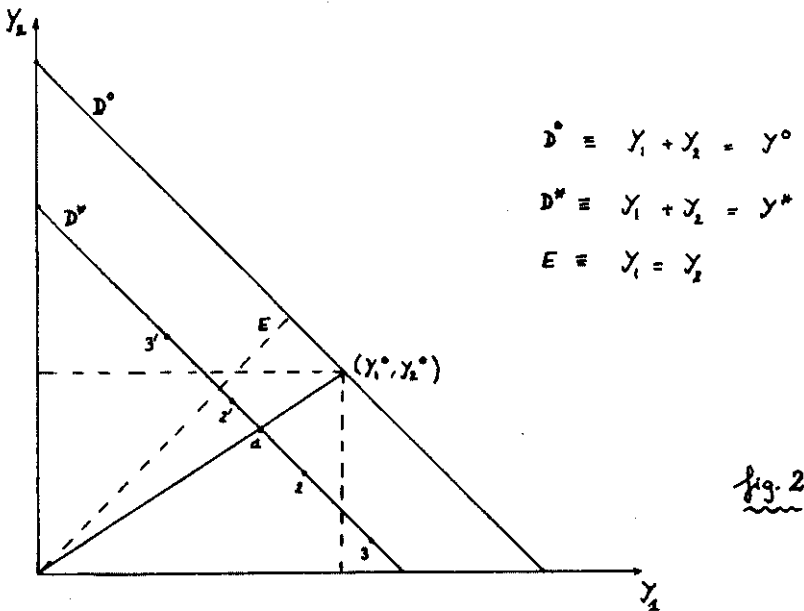
Dans le cas particulier où  $p$  est quasi-concave (c.à.d. que  $\ddot{p} \leq 0$ ), les conditions ci-dessus se simplifient et deviennent respectivement:

$$\dot{p} - w\rho(2\dot{q}_1 + \ddot{q}_1 \rho y_1) < 0 \quad (2.10)$$

$$\dot{p} + w\rho \dot{q}_2 < 0 \quad (2.11)$$

Les inégalités (2.10) et (2.11) feront leur réapparition à la section suivante consacrée à la taxation.

La condition  $\ddot{p} \leq 0$  est aussi suffisante pour que la production globale optimale  $y^* = y_1^* + y_2^*$  soit inférieure à celle qui aurait été obtenue en l'absence d'externalités  $y^0$ , c.à.d. dans le cadre d'un duopole de Cournot habituel—(cf. Appendice A). Cependant, le fait que  $y^* < y^0$  n'implique pas que chaque firme produise moins en présence d'externalités ( $y_i^* < y_i^0$ ,  $i = 1, 2$ ) <sup>9</sup>. En effet, les firmes peuvent être affectées de façon très différente par la pollution, et il est possible que la production d'équilibre de l'une d'entre elles soit supérieure à ce qu'elle aurait été en l'absence d'externalités. Le diagramme suivant illustre les différents chemins possibles entre  $(y_1^0, y_2^0)$  et l'équilibre de Cournot avec externalités  $(y_1^*, y_2^*)$ .



Le graphe ne montre que des chemins qui s'accompagnent d'une réduction de la production globale de  $y^0$  à  $y^*$ .  $D^0$  et  $D^*$  sont les isoquants relatifs à ces deux niveaux  $y^0$  et  $y^*$ . Les points numérotés sur  $D^*$  correspondent donc à des répartitions différentes d'une même production globale  $y^*$  entre les deux firmes.

Le point 1 se caractérise par une répartition de la production globale identique à celle qui prévaut au point  $(y_1^0, y_2^0)$ . Les variations relatives des productions individuelles sont donc égales.

Aux points 2 et 2', les productions individuelles baissent encore toutes 2, mais cette fois dans des proportions différentes. Au point 2 par exemple, la firme 2 est relativement plus touchée que la firme 1 (polluante), puisque sa part de marché a diminué.

Le point 3 est intéressant car il illustre une conséquence perverse possible de la combinaison d'un mécanisme de décision à La Cournot d'une part, et de l'impact différencié des émissions polluantes sur les performances des firmes d'autre part. Plus précisément, le point 3 décrit une situation où la présence d'externalités tend à

déterminer une combinaison d'équilibre du processus de production plus polluante que celle qui aurait été choisie dans le cas où le rejet de déchets dans l'environnement est sans effet sur la productivité du travail <sup>10</sup>. Intuitivement, pareille situation ne devrait survenir que si la productivité de la TP2 se dégrade par rapport à R relativement à celle de la TP1 à un rythme suffisamment rapide.

Enfin, le point 3' est également intéressant car s'y observe un renversement des niveaux de production:  $y_2^* > y_1^*$  alors que  $y_1^o > y_2^o$ . Il est à noter qu'en ce point, on a en outre  $y_2^* > y_2^o$ . Mais le graphe montre qu'un renversement dans l'ordre de production par rapport à celui de  $(y_1^o, y_2^o)$  n'implique pas forcément cette dernière inégalité.

Le but de la présente section n'est pas de dégager pour chaque point du quart-plan ( $y_1^o > 0, y_2^o > 0$ ) des conditions rigoureuses qui expliquent comment les externalités y déplacent l'équilibre de Cournot à partir du point  $(y_1^o, y_2^o)$ . Aussi se contentera-t-on ici d'exprimer une condition mathématique simple pour qu'un renversement dans l'ordre de niveau de production survienne. En l'absence d'externalités, les égalités entre coût marginal et recette marginale pour chaque firme impliquent que

$$y_1^o \geq y_2^o \quad \text{selon que} \quad q_1^o \leq q_2^o \quad (2.12)$$

où  $q_i^o = q_i(0) > 0$  ( $i = 1, 2$ ). En présence d'externalités,

$$y_1^* \geq y_2^* \quad \text{selon que} \quad q_1^* + \dot{q}_1 y_1^* \leq q_2 \quad (2.13)$$

ce qui peut se réécrire après quelques manipulations <sup>11</sup>:

$$y_1^* \geq y_2^* \quad \text{selon que} \quad q_1^o + \int_0^{R^*} [2\dot{q}_1 - \dot{q}_2 + \ddot{q}_1 R] dR \leq q_2^o \quad (2.14)$$

En particulier, s'il est observé que

$$q_1^o < q_2^o < q_1^o + \int_0^{R^*} [2\dot{q}_1 - \dot{q}_2 + \ddot{q}_1 R] dR \quad (2.15)$$

l'ordre de niveau de production est inversé par la présence d'externalités: la TP1 domine la TP2 si la pollution est sans effet tandis que l'inverse est vrai en présence d'externalités (cf. le point 3' du graphe).

En liaison avec ce qui précède, on observera que si  $q_1$  et  $q_2$  sont identiques (les 2 technologies se valent en l'absence de pollution et sont affectées également par elle), la firme polluante sera malgré tout dominée par l'autre ( $y_2^* > y_1^*$  alors que  $y_1^o = y_2^o$ ).

### 3. Taxation de la pollution

Un moyen bien connu de réduction de la pollution est de taxer la firme polluante. Il s'agit plutôt d'un moyen indirect de lutte (la réduction des effluents passe nécessairement par une réduction de l'activité polluante), par opposition au moyen direct qui consiste à retraiter les déchets avant leur rejet dans l'environnement.

Dans cette section, on se propose d'introduire dans le modèle de référence une taxe destinée à limiter les émissions polluantes.

Cette taxe est supposée linéairement proportionnelle à la pollution R:

$$T = tR = tpy_1 \quad (3.1)$$

où  $t$  est une constante positive exogène.

Dans ce contexte, les fonctions de profit deviennent:

$$\Omega_1 = (p - tp) y_1 - \bar{w}L_1 \quad (3.2)$$

$$\Omega_2 = py_2 - \bar{w}L_2 \quad (3.3)$$

avec les mêmes conditions sur les variables qu'à la section précédente (cf. les formules (2.2) à 2.4)).

Les conditions du 1er ordre pour un équilibre de Cournot deviennent:

$$\frac{\partial \Omega_1}{\partial y_1} = p - tp + \dot{p}y_1 - \bar{w}(q_1 + \dot{q}_1 py_1) = 0 \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial \Omega_2}{\partial y_2} = p + \dot{p}y_2 - \bar{w}q_2 = 0 \quad (3.5)$$

Les conditions suffisantes d'existence (2e ordre) et d'unicité restent celles du modèle de référence (MR) (cf. les formules 2.7 à 2.11).

Cette propriété découle de la linéarité entre  $T$  et  $y_1$  (formule 3.1).

Par rapport au MR, la courbe de coût marginal de la firme polluante a été déplacée vers le haut d'une quantité  $\rho t$ . Peut-on en déduire que plus le taux de taxation imposé ( $t$ ) sera élevé, plus la pollution d'équilibre sera réduite? Poser cette question revient à se demander comment évolue l'équilibre de Cournot en fonction de  $t$ , ce à quoi le paragraphe suivant tente de répondre.

La première étape consiste à différencier totalement le système (3.4 - 5) par rapport à  $y_1$ ,  $y_2$  et  $t$ . Après réarrangement, on obtient l'équation matricielle:

$$\begin{bmatrix} 2\dot{p} + \ddot{p}y_1 - \bar{w}\rho[2\dot{q}_1 + \ddot{q}_1 y_1] & \dot{p} + \ddot{p}y_1 \\ \dot{p} + \ddot{p}y_2 - \bar{w}\rho\dot{q}_2 & 2\dot{p} + \ddot{p}y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dy_1 \\ dy_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho dt \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

toutes les variables apparaissant dans (3.6) étant calculées au point d'équilibre de Cournot ( $y_1(t)$ ,  $y_2(t)$ ) correspondant à un taux de taxation égal à  $t$ . Si le déterminant est non nul, la solution s'obtient simplement par inversion de (3.6), ce qui donne

$$\begin{bmatrix} dy_1 \\ dy_2 \end{bmatrix} = \frac{\rho dt}{\Delta} \begin{bmatrix} 2\dot{p} + \ddot{p}y_2 \\ -(\dot{p} + \ddot{p}y_2 - \bar{w}\rho\dot{q}_2) \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

où  $\Delta$  est le déterminant du système (3.6).

Les relations (3.7) indiquent qu'un accroissement du taux de taxation ( $dt > 0$ ) n'implique pas nécessairement  $dy_1 < 0$  et  $dy_2 > 0$ , et donc une réduction de la pollution. Mais avant d'aborder les différents cas possibles, certains allègements d'écriture seront proposés.

Ainsi a-t-on posé:

$$\begin{bmatrix} 2\dot{p} + \ddot{p}y_1 - \bar{w}\rho[2\dot{q}_1 + \ddot{q}_1 y_1] & \dot{p} + \ddot{p}y_1 \\ \dot{p} + \ddot{p}y_2 - \bar{w}\rho\dot{q}_2 & 2\dot{p} + \ddot{p}y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

La relation (3.7) peut maintenant être réécrite comme suit :

$$\begin{bmatrix} dy_1 \\ dy_2 \end{bmatrix} = \frac{\rho dt}{\Delta} \begin{bmatrix} d \\ -c \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

où bien sûr  $\Delta = ad - bc$ .

En vertu des conditions du deuxième ordre (2.8),  $a$  et  $d$  sont négatifs. Par contre, les signes de  $b$ ,  $c$  et  $\Delta$  sont a priori inconnus, sauf hypothèses supplémentaires. Le diagramme ci-dessous décrit tous les cas possibles en fonction des signes de ces variables.

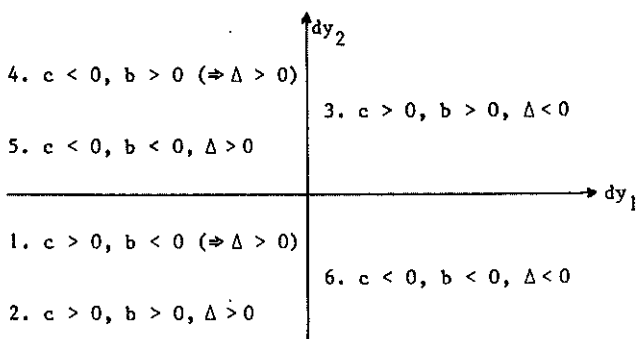


fig.3

Six situations potentielles ont été recensées. Par exemple, la première d'entre elles est décrite par les inégalités  $c > 0, b < 0$ , qui assurent par (3.9) que  $dy_1 < 0$  et  $dy_2 < 0$  si  $dt > 0$ <sup>12</sup>.

Si  $p$  est supposée quasi-concave, la discussion se simplifie largement. En effet,  $b$  et  $c$  sont alors négatifs et seuls les cas 5 et 6 de la figure 3 sont encore possibles<sup>13</sup>. D'autre part, si l'équilibre de Cournot est supposé unique (autrement dit, puisque  $\ddot{p} \leq 0$ , si les conditions (2.10) et (2.11) sont remplies), alors le 6e cas disparaît. En effet, compte tenu des simplifications de notation (3.8); (2.10) et (2.11) peuvent respectivement se réécrire :

$$a - b < 0$$

$$d - c < 0$$

Le fait que  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$  sont toutes négatives implique immédiatement que  $\Delta > 0$ . On se limitera donc ci-dessous à l'interprétation du 5<sup>e</sup> cas.

Ce cinquième cas est intuitif: une hausse du taux de taxation renchérit le coût marginal de la firme polluante, ce qui l'oblige à réduire son activité, d'où baisse de la pollution. La firme 2 profite doublement de cette situation: d'abord, la première firme réduisant sa production, le prix augmente, d'où hausse du revenu marginal de la firme 2. Ensuite, le rejet de déchets étant moindre, son impact négatif sur la productivité du travail de la firme 2 diminue, d'où baisse de son coût marginal. La conjonction de ces deux effets permet à la firme 2 d'augmenter sa production. Par ailleurs, à partir de (3.9), on détermine facilement le sens de la variation de la production globale:

$$dy = dy_1 + dy_2 = \frac{(d-c)\rho dt}{\Delta} < 0$$

en vertu de la 2<sup>e</sup> condition d'unicité qui implique  $d - c < 0$ .

Il peut être intéressant de déterminer le taux  $\tilde{t}$  qui permet l'internalisation des effets de la pollution. En fait, il s'agit au moyen de la taxe d'internaliser les effets de la pollution sur la firme 2 seule, car comme le montre la condition du premier ordre du MR (formule 2.5), la firme 1 internalise déjà les effets sur elle-même en l'absence de taxe. Après calculs (cf. annexe B), on obtient:

$$\tilde{t} = \bar{w}q_2(\tilde{y}_1)\tilde{y}_2 \quad (3.11)$$

où  $\tilde{y}_i$  est la production d'équilibre de la firme  $i$  ( $i=1, 2$ ), équilibre caractérisé par une internalisation complète des effets de la pollution. Mais avant de poursuivre, il faut remarquer que les niveaux  $\tilde{y}_1$  et  $\tilde{y}_2$  (obtenus avec  $t = \tilde{t}$ ) ne correspondent pas à ceux qui auraient été obtenus par la collusion des intérêts des deux firmes, qui est un autre moyen d'internaliser les externalités (cf. annexe B).

En conclusion, compte tenu des hypothèses sur  $p$  (ou sur les revenus marginaux (cf. la note 13)) et des conditions d'unicité de l'équilibre, il apparaît qu'une taxe diminue  $y_1$ , augmente  $y_2$ , l'effet sur la production totale étant négatif. En outre, les profits de la firme 1 baissent et ceux de la firme 2 augmentent. Quant à la pollution  $R$ , elle diminue avec  $y_1$ .

Mais même si la taxe à l'effet voulu sur  $R$ , cela n'implique pas une variation positive du bien-être. Dans le cas d'une industrie produisant un bien homogène, une mesure possible de la contribution de celle-ci au bien-être est la valeur sociale de sa production, c.à.d. la somme des surplus du consommateur et du producteur (avant taxe) dégagés par chaque firme.<sup>13b</sup> Dans le cadre du MR, cette contribution valait:

$$BE^* = \int_0^{y_1^*} p(y) dy - \bar{w} \int_0^{y_1^*} (q_1 + q_1 p y_1) dy_1 - \bar{w} q_2^* y_2^* \quad (3.12)$$

Si une taxe est imposée afin d'internaliser les effets de la pollution (suivant la formule 3.11), la contribution au bien-être devient:

$$\tilde{BE} = \int_0^{\tilde{y}_1} p(y) dy - \bar{w} \int_0^{\tilde{y}_1} (q_1 + q_1 p y_1) dy_1 - \bar{w} q_2 \tilde{y}_2 \quad (3.13)$$

L'introduction de la taxe n'améliorera la valeur sociale de la production de l'industrie que si  $\tilde{BE} - BE^* > 0$ , ce qui après quelques manipulations peut se réécrire

$$\begin{aligned} \tilde{BE} - BE^* &= \int_{y_1^*}^{\tilde{y}_1} p(y) dy - \bar{w} \int_{y_1^*}^{\tilde{y}_1} (q_1 + q_1 p y_1 + q_2 p \tilde{y}_2) dy_1 \\ &\quad - \bar{w} q_2^* (\tilde{y}_2 - y_2^*) > 0 \end{aligned} \quad (3.14)$$

Or, il n'est pas certain que cette inégalité soit vérifiée, car si les premier et troisième termes sont négatifs, le 2ième est lui positif. L'effet d'une taxation de la pollution est donc, dans le cadre du présent modèle, controversé. Si la taxe améliore les conditions de production des firmes, elle a comme effet pervers de déplacer l'équilibre dans le sens d'une production globale moindre. Pris isolément, ces deux effets influencent  $BE$  de façon prévisible. Leur résultante est cependant indéterminée sans nouvelle hypothèse.

#### 4. Installation de traitement de la pollution

Un moyen direct de lutte contre la pollution est d'adjoindre à sa source une installation de traitement des effluents (ITE). Contrairement à la taxation, l'ITE permet, moyennant une mobilisation supplémentaire de facteurs, de réduire la pollution sans pour autant diminuer le niveau de production.

Avec l'ITE, le schéma de la technologie polluante (TP1) devient:

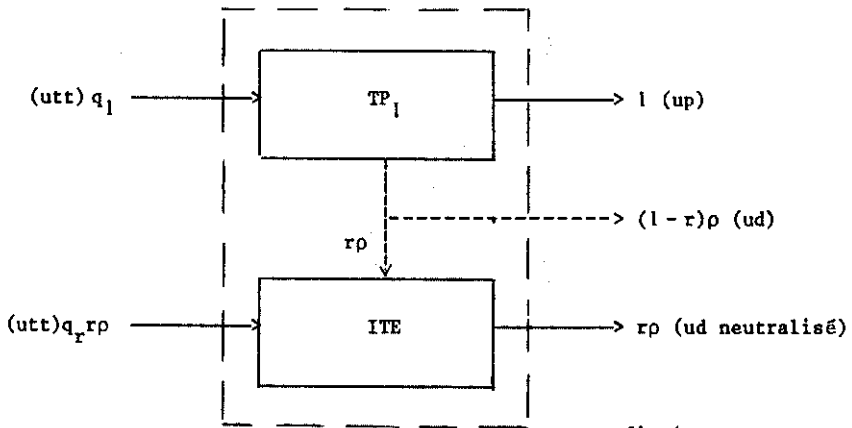


fig.4

Les entrepreneurs de la  $TP_1$  disposent maintenant d'une deuxième variable de décision,  $r$ , qui mesure le taux de traitement des déchets. L'unité de traitement ou de recyclage exige  $q_r$  utt par  $ud$  à traiter. Une fois neutralisés, les effluents sont dispersés dans l'environnement sans conséquence pour celui-ci. Selon la fig.4, le coefficient technique du travail de la firme 1 devient, ITE comprise, égal à  $\tilde{q}_1 = q_1 + rpq_r$ <sup>14</sup>.

Les différentes variables de productivité du travail restent sensibles à la pollution non traitée. Celle-ci s'exprime simplement sous la forme:

$$R = (1-r) p y_1 \quad (4.1)$$

Comme dans le MR, les fonctions  $q_i$  ( $i = 1, 2$ ) sont supposées croissantes et convexes en R. Par contre, l'ITE est supposée d'autant plus performante que les déchets dans l'environnement sont abondants. Etant donné (1.5), il sera admis que

$$q_r = q_r(R), \quad \dot{q}_r < 0, \quad \ddot{q}_r > 0 \quad (4.2)$$

Le signe de  $\ddot{q}_r$  se justifie de la même façon que pour  $\dot{q}_1$  (cf. la note 7).

Etant donné ce qui précède, les fonctions de profit des deux firmes deviennent:

$$\Omega_1 = py_1 - \bar{w}(q_1 + r\rho q_r)y_1 \quad (4.3)$$

$$\Omega_2 = py_2 - \bar{w}q_2y_2 \quad (4.4)$$

Dans ce contexte, on comptera 3 conditions du premier ordre (2 pour la firme 1 et une pour la firme 2):

$$\frac{\partial \Omega_1}{\partial y_1} = p + \dot{p}y_1 - \bar{w}(q_1 + r\rho q_r + (\dot{q}_1 + \dot{q}_r r\rho)R) = 0 \quad (4.5)$$

$$\frac{\partial \Omega_1}{\partial r} = -\bar{w}(\rho q_r - (\dot{q}_1 + \dot{q}_r r\rho)\rho y_1)\dot{y}_1 = 0 \quad (4.6)$$

$$\frac{\partial \Omega_2}{\partial y_2} = p + \dot{p}y_2 - \bar{w}q_2 = 0 \quad (4.7)$$

Les relations (4.5) et (4.7) correspondent aux égalités classiques entre coût marginal et recette marginale pour chaque producteur. Quant à la relation (4.6), elle peut se réécrire:

$$\frac{\partial \tilde{q}_1}{\partial r} = 0 \quad (4.8)$$

La firme polluante traitera ses effluents jusqu'au moment où le coût de neutralisation d'une unité supplémentaire est exactement compensé par l'économie de travail que cette neutralisation permet de réaliser <sup>14b</sup>. Cette condition (4.8) s'interprète facilement au moyen du graphique suivant:

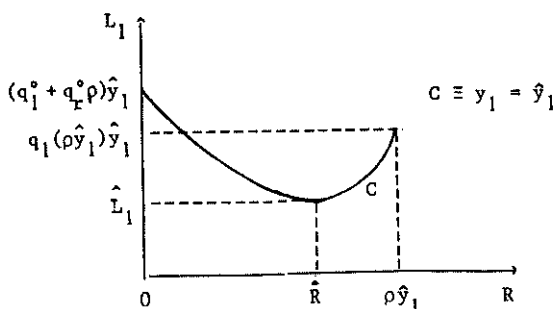


fig.5

où  $q_1^0 = q_1(0)$  et  $q_r^0 = q_r(0)$ .

C est l'isoquant correspondant à la production d'équilibre  $\hat{y}_1$  de la firme 1<sup>15</sup>. Le minimum d'emploi nécessaire pour fabriquer  $\hat{y}_1$  détermine  $\hat{R}$ , ou, de façon équivalente, le taux optimal de recyclage  $\hat{r}$ .

Les conditions (4.5) à (4.7) déterminent donc implicitement les valeurs optimales de  $y_1$ ,  $r$  et  $y_2$ . Bien entendu, il est possible que celles-ci violent l'une ou l'autre des inégalités que doivent satisfaire les variables de décision, à savoir:

$$y_1 \geq 0, y_2 \geq 0, 0 \leq r \leq 1 \quad (4.9)$$

La solution, si elle existe, est alors en coin. Deux cas particuliers méritent à ce propos d'être évoqués. Le premier est celui du modèle de référence, qui correspond aux relations  $\hat{y}_1 \geq 0, \hat{y}_2 \geq 0, \hat{r} = 0$ . Le procédé de traitement des déchets n'est pas utilisé (par exemple parce qu'il est trop coûteux<sup>16</sup>). Par opposition, le second est celui du recyclage total:  $y_1 \geq 0, y_2 \geq 0, r = 1$ . On se retrouve dans une situation sans pollution et donc sans externalités. Autrement dit, les 2 technologies sont devenues propres.

Qu'en est-il maintenant des conditions du deuxième ordre? Celles qui assurent l'existence d'un équilibre de Cournot sont au nombre de 4 (3 pour la firme 1 et 1 pour la firme 2):

$$\frac{\partial^2 \Omega_1}{\partial y_1^2} = 2\ddot{p} + \ddot{p}y_1 - \bar{w}(2(\dot{q}_1 + \dot{q}_r r\rho) + (\ddot{q}_1 + \ddot{q}_r r\rho)R)(1-r)\rho < 0 \quad (4.10)$$

$$\frac{\partial^2 \Omega_1}{\partial r^2} = -\bar{w}((\ddot{q}_1 + \ddot{q}_r r\rho)y_1 - 2\dot{q}_r)\rho^2 y_1^2 < 0 \quad (4.11)$$

$$\frac{\partial^2 \Omega_1}{\partial y_1^2} \frac{\partial^2 \Omega_1}{\partial r^2} - \left[ \frac{\partial^2 \Omega_1}{\partial r \partial y_1} \right]^2 > 0 \quad (4.12)$$

$$\frac{\partial^2 \Omega_2}{\partial y_2^2} = 2\ddot{p} + \ddot{p}y_2 < 0 \quad (4.13)$$

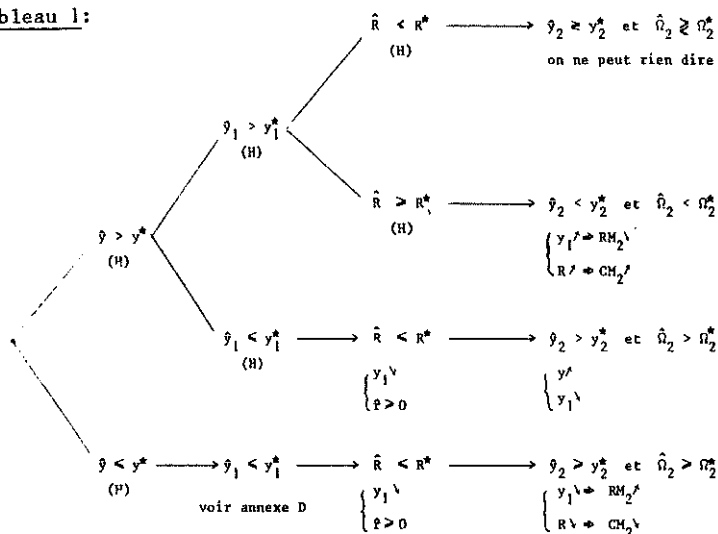
Les relations (4.10) et (4.13) expriment de la façon habituelle la concavité de la fonction de profit de chaque firme en fonction de sa propre production. L'inégalité (4.11) est assurée par les hypothèses relatives aux coefficients du travail  $q_1$ ,  $q_2$  et  $q_r$  (cf. les formules (2.3) et (4.2)). Quant à la condition (4.12), elle traduit conjointement avec (4.10) et (4.11), l'exigence que  $\Omega_1$  soit bien concave dans toutes les directions autour du point  $(\hat{y}_1, \hat{r})$ .

Le problème de l'unicité d'un équilibre de Cournot avec ITE a été traité en deux étapes. On s'est d'abord ramené à un modèle analogue au MR, (où chaque firme ne décide plus que du niveau de sa production), modèle conçu de façon à reproduire le comportement du duopole de Cournot avec ITE discuté dans cette section. Et c'est dans le cadre de ce nouveau modèle que dans un deuxième temps, les conditions d'unicité proposées par Friedman [VII] ont été brièvement explorées. L'ensemble des calculs sont exposés dans l'annexe C.

Par rapport à la situation du MR, il est clair que les entrepreneurs qui détiennent la TPI ont des profits supérieurs. Avec l'ITE, ils maximisent leurs profits librement au moyen de leurs deux variables de contrôle,  $y_1$  et  $r$ . Dans le MR, il s'agit au contraire d'une maximisation sous contrainte, l'absence d'ITE pouvant être simulée par la contrainte  $r = 0$ .

En ce qui concerne les autres variables importantes (comme les niveaux de production  $y_i$  ( $i = 1, 2$ ) ou de pollution  $R$ ), les conséquences de l'installation de l'ITE sont moins prévisibles. Dans certains cas, il est cependant possible de lier les évolutions de ces variables entre elles. L'ensemble des résultats sont regroupés dans le tableau ci-dessous.

Tableau 1:



note: RM = revenu marginal  
CM = coût marginal

Ce tableau se présente sous la forme d'un arbre, avec de gauche à droite les variables étudiées et de haut en bas les cas possibles. Les variables sont au nombre de 5: la production globale ( $y$ ), les productions individuelles ( $y_1$  et  $y_2$ ), la pollution ( $R$ ) et la fonction profit de la firme 2 ( $\hat{n}_2$ ). Chaque branche est formée d'une cascade d'inégalités, dont certaines (soulignées par un H) correspondent à une hypothèse relative aux valeurs d'équilibre prises par une certaine variable dans le MR et dans le modèle avec ITE (ces valeurs sont respectivement caractérisées par une  $*$  et un  $\wedge$ ). Les autres inégalités correspondent à des déductions conditionnées par les hypothèses en amont. Chacune est accompagnée par une brève explication, sauf une qui est expliquée en annexe D. Pour terminer, on signalera que les

résultats du tableau repose sur l'hypothèse que les revenus marginaux de chaque firme sont des fonctions décroissantes des 2 niveaux de production.

Cette section se terminera par la constatation que, comme dans le cas de la taxation, il n'est pas possible au vu du tableau de conclure que l'ITE accroîtra automatiquement la valeur sociale de la production de l'industrie, telle qu'elle a été définie à la section précédente.

## Conclusion

Le modèle développé dans ces pages combinait deux sortes de déséconomies: la première découlait d'une structure de marché imparfaite, la seconde résultait de la pollution. Les effets de celle-ci se cantonnaient au sein de l'industrie, à travers une baisse de la productivité du travail (le seul facteur de production) des 2 firmes qui la composent.

Ces 2 firmes produisant le même bien, mais se caractérisant par des technologies différentes (l'une polluante, l'autre propre), et sous l'hypothèse d'un comportement à la Cournot, la première question était de comparer les productions individuelles et globales d'équilibre en présence (cas du modèle de référence) et en l'absence d'externalités. La concavité de la fonction prix assure que la production globale sera plus basse en présence d'externalités. Quant à sa répartition, elle se modifiera en faveur de la technologie la moins sensible aux effets de la pollution.

Par la suite, 2 moyens de lutte contre la pollution ont été introduits séparément dans le modèle: la taxation et l'installation de traitement des effluents. Leurs effets respectifs sur une série de variables importantes (les productions individuelles et globales, les profits, la pollution) ainsi que sur le bien-être ont été analysés, et ce, sous l'hypothèse que les revenus marginaux de chaque firme sont des fonctions décroissantes des 2 niveaux de production individuelle. Première constatation: la taxation des effluents diminue le profit de la firme polluante, alors qu'au contraire, celle-ci n'utilisera l'ITE que si elle lui permet des profits supérieurs. Des raisons non technologiques peuvent ainsi s'opposer à l'emploi de l'ITE (cf. la note 16). Deuxième constatation: les évolutions partant de l'équilibre du modèle de référence et rendues possibles grâce à la mise en place d'une ITE sont plus nombreuses que celles permises par l'imposition d'une taxe. En particulier, celle-ci diminue certainement la pollution, alors que la possibilité du contraire ne peut être évacuée dans le cas de l'ITE. Troisième constatation: aucune des deux mesures anti-pollution n'implique à coup sûr une amélioration de la contribution au bien-être de l'industrie.

Certaines observations émises ci-dessus (en particulier la dernière) soulignent l'incertitude de certains résultats obtenus, et mettent ainsi en évidence le caractère exploratoire de ce travail. Dans le cadre des mêmes hypothèses, certains développements peuvent donc être proposés:

- préciser les conditions qui assurent que taxation et UTE augmentent la contribution au bien-être de l'industrie;
- étudier la stabilité des différents équilibres obtenus;
- étudier les conditions d'existence d'équilibres au bord;
- combiner taxation et ITE au sein d'un même modèle.

Mais les hypothèses du modèle elles-mêmes peuvent être modifiées. Dans cet ordre d'idée, un premier prolongement naturel de ce travail serait d'enrichir les fonctions de coût, notamment par l'introduction du facteur capital. On pourrait aussi lever l'hypothèse que les externalités se cantonnent au sein de l'industrie. Enfin, et on terminera par là, il serait également intéressant d'étudier des comportements de la part des firmes de type non-Nash.

# Annexe A

Pour voir si la présence d'externalités diminue ou accroît la production de l'industrie ( $y$ ), on part des conditions du premier ordre. Dans le cas où les externalités sont présentes, celles-ci s'écrivent:

$$p^* + \dot{p}^* y_1^* = \bar{w} (q_1^* + q_1^* \rho y_1^*) \quad (\text{A.1})$$

$$p^* + \dot{p}^* y_2^* = \bar{w} q_2^* \quad (\text{A.2})$$

Si les externalités sont absentes, on peut écrire:

$$p^\circ + \dot{p}^\circ y_1^\circ = \bar{w} q_1^\circ \quad (\text{A.3})$$

$$p^\circ + \dot{p}^\circ y_2^\circ = \bar{w} q_2^\circ \quad (\text{A.4})$$

où  $q_i^\circ = q_i(0) > 0$  ( $i = 1, 2$ ). L'addition membre à membre des deux systèmes donne:

$$2p^* + \dot{p}^* y^* = \bar{w} (q_1^* + q_2^* + q_1^* \rho y_1^*) \quad (\text{A.5})$$

$$2p^\circ + \dot{p}^\circ y^\circ = \bar{w} (q_1^\circ + q_2^\circ) \quad (\text{A.6})$$

Vu les propriétés de  $q_1$  et  $q_2$ , on déduit immédiatement que

$$2p^* + \dot{p}^* y^* \geq 2p^\circ + \dot{p}^\circ y^\circ \quad (\text{A.7})$$

La fonction  $F = 2p + \dot{p}y$  est une fonction de  $y$ . Sa dérivée s'écrit

$$\dot{F}(y) = 3\dot{p} + \ddot{p}y \quad (\text{A.8})$$

Une condition suffisante pour que  $\dot{F} < 0$  est que  $\ddot{p} \leq 0$ . Mais alors, si  $\dot{F} < 0$ , (A.7) implique immédiatement que  $y^* \leq y^\circ$ .

## Annexe B

La valeur du taux de taxation qui permet l'internalisation de tous les effets de la pollution par la firme 1, s'obtient en exprimant les conditions du premier ordre caractérisant un équilibre de Cournot, où sans taxe, la firme polluante comptabilise toutes les externalités. Ces conditions s'expriment

$$p + \dot{p}y_1 = \bar{w}(q_1 + \dot{q}_1 \rho y_1 + \dot{q}_2 \rho y_2) \quad (\text{B.1})$$

$$p + \dot{p}y_2 = \bar{w}q_2 \quad (\text{B.2})$$

Par rapport au MR (formules (2.5) et (2.6)), (B.1) comprend en plus la quantité  $\bar{w}\dot{q}_2\rho y_2$ , qui est le surcoût de production pour la firme 2 dû à la production de l'unité marginale par la firme 1.

Par ailleurs, un équilibre de Cournot avec taxe se caractérise par les conditions du premier ordre (formules (3.4) et (3.5))

$$p + \dot{p}y_1 = \bar{w}(q_1 + \dot{q}_1 \rho y_1) + t\rho \quad (\text{B.3})$$

$$p + \dot{p}y_2 = \bar{w}q_2 \quad (\text{B.4})$$

Pour qu'un couple  $(y_1, y_2)$  satisfasse les deux systèmes ci-dessus à la fois, il faut et il suffit que

$$t = \bar{w}\dot{q}_2(y_1)y_2 \quad (\text{B.5})$$

et on obtient la formule (3.11).

Le taux de taxation défini par (B.5) ne permet pas de trouver les niveaux de production qui seraient obtenus en cas de collusion entre les firmes. En fait, dans une telle situation, les firmes maximisent par rapport à  $y_1$  et  $y_2$  la somme des profits

$$\Omega = \Omega_1 + \Omega_2 = p(y_1 + y_2) - \bar{w}(q_1 y_1 + q_2 y_2) \quad (\text{B.6})$$

d'où les conditions du premier ordre suivantes:

$$\frac{\partial \Omega}{\partial y_1} = p + \dot{p}(y_1 + y_2) - \bar{w}(q_1 + \dot{q}_1 \rho y_1) = 0 \quad (\text{B.7})$$

$$\frac{\partial \Omega}{\partial y_2} = p + \dot{p}(y_1 + y_2) - \bar{w}q_2 = 0 \quad (\text{B.8})$$

La comparaison de (B.3-4) avec (B.7-8) montre qu'une taxe ne suffit pas pour obtenir les niveaux de production correspondant à la collusion. Il faut non seulement un taux de taxation

$$t = \bar{w}\dot{q}_2(y_1)y_2 - \frac{\dot{p}}{\rho} y_1 \quad (\text{B.9})$$

mais aussi un taux de subsidiation par up de la firme 2 égal à:

$$s = - \dot{p} y_1 \quad (\text{B.10})$$

où  $y_1$  et  $y_2$  sont les productions en cas de collusion.

Par ailleurs, il est aisé de vérifier que le montant des taxes perçues ( $tpy_1$ ) n'est pas nécessairement égal à celui des subsides distribués ( $sy_2$ ).

# Annexe C

Dans le cadre du modèle avec ITE et afin de se ramener à une situation où chaque firme ne décide plus que du niveau de sa production, on commence par supposer que le théorème des fonctions implicites s'applique à la relation (4.6), autrement dit que se cache derrière (4.6) une fonction implicite

$$r = r(y_1) \quad (C.1)$$

La firme 1 peut alors être considérée comme ne choisissant plus que  $y_1$ , la valeur optimale de  $r$  étant alors automatiquement déterminée par le choix de  $y_1$  à travers (C.1). Dans ce contexte, le coefficient technique du travail de la firme 1 devient

$$\tilde{q}_1(y_1) = q_1(R) + r(y_1)\rho q_r(R) \quad (C.2)$$

où  $R$ , la pollution, s'écrit maintenant comme une fonction de  $y_1$  seule:

$$R = (1 - r(y_1))\rho y_1 \quad (C.3)$$

La suite consiste à traduire les conditions proposées par Friedman [VII, p.71] dans le cadre développé ci-dessus, ce qui donne:

$$p - \bar{w} \frac{d^2 L_1}{dy_1^2} < 0 \quad (C.4)$$

$$p + \bar{w} \frac{dq_2}{dy_1} < 0 \quad (C.5)$$

En utilisant la relation (4.6), on montre aisément que

$$\frac{dL_1}{dy_1} = q_1 + \rho q_r \quad (C.6)$$

Les fonctions  $q_i$  ( $i = 1, 2, r$ ) sont des fonctions de  $R$ , donc le système (C.4-5) peut se réécrire

$$\dot{p} - \bar{w}(\dot{q}_1 + \rho \dot{q}_1) \frac{dR}{dy_1} < 0 \quad (C.7)$$

$$\dot{p} + \bar{w} \dot{q}_2 \frac{dR}{dy_1} < 0 \quad (C.8)$$

avec

$$\frac{dR}{dy_1} = \rho(1-r - \frac{d\pi}{dy_1} y_1) \quad (C.9)$$

L'application de la règle de dérivation des fonctions implicites à la formule (4.8) permet d'écrire que:

$$\frac{dr}{dy_1} = - \frac{\frac{\partial^2 \tilde{q}_1}{\partial r \partial y_1}}{\frac{\partial^2 \tilde{q}_1}{\partial r^2}} = - \frac{(\dot{q}_r - (\ddot{q}_1 + r\rho \ddot{q}_r) y_1) (1-r)\rho^2 - (\dot{q}_1 + r\rho \dot{q}_r) \rho}{((\ddot{q}_1 + r\rho \ddot{q}_r) y_1 - 2\dot{q}_r)\rho^2 y_1} \quad (C.10)$$

A partir de (C.10) et après quelques manipulations, on arrive à la constatation que  $dR/dy_1$  et  $\dot{q}_1 + \rho \dot{q}_r$  sont de signes opposés. Cependant, cette dernière remarque est insuffisante pour assurer seule la validité des conditions d'unicité (C.7-8). De nouvelles hypothèses devraient être formulées, tâche à laquelle on ne s'attêlera pas ici.

## Annexe D.

Pour comprendre l'implication  $\hat{y} < y^* \Rightarrow \hat{y}_1 < y_1$ , on part des conditions du 1er ordre d'un équilibre de Cournot avec ITE.

Substituant (4.6) dans (4.5), on peut écrire:

$$\hat{p} + \hat{p} \hat{y}_1 = \bar{w} (\hat{q}_1 + \rho \hat{q}_2) \quad (D.1)$$

$$\hat{p} + \hat{p} \hat{y}_2 = \bar{w} \hat{q}_2 \quad (D.2)$$

L'addition membre à membre permet de retrouver la fonction F de l'annexe A :

$$F(\hat{y}) = 2\hat{p} + \hat{p} \hat{y} = \bar{w} (\hat{q}_1 + \hat{q}_2 + \rho \hat{q}_1) \quad (D.3)$$

En utilisant (4.6) à nouveau, il découle de (D.3) que:

$$F(\hat{y}) < \bar{w} (\hat{q}_1 + \hat{q}_2 + \hat{q}_1 \rho \hat{y}_1) \quad (D.4)$$

relation à comparer à la relation (A.5) du MR. Avec les niveaux de production  $(\hat{y}_1, \hat{y}_2)$  et dans le cadre du MR, la somme des revenus marginaux  $F(\hat{y})$  est inférieure à la somme des coûts marginaux (membre de droite de D.4)). Dans le MR, (D.4) traduit une situation de déséquilibre. Donc, le retour à l'équilibre dans le MR signifie le passage de l'inégalité (D.4) à l'égalité (A.5). Or, on a émis l'hypothèse que  $\hat{y} < y^*$ . Cela implique que  $F(\hat{y}) > F(y^*)$  puisque les revenus marginaux sont supposés décroissants. Donc, en passant de (D.4) à (A.5), le membre de gauche baisse. Vu le sens de l'inégalité, il faut qu'il en aille de même pour le membre de droite. Or les coûts marginaux sont des fonctions croissantes de  $y_1$ . Il faut donc que  $y_1^* < \hat{y}_1$ .

## Notes

- 1) Le précurseur fut sans doute J. Buchanan [I]. Dans sa courte note, il s'attache à démontrer la possible perversité d'une taxe pigouvienne dans le cadre d'une industrie monopolistique qui pollue une autre industrie.
- 2) R. Corner et T. Sandler [II] compare l'efficacité d'une taxe pigouvienne selon des comportements à la Nash ou à la non-Nash, dans le cadre d'un modèle à externalités de consommation réciproques et à prix fixes.
- 3) Ce dernier moyen est beaucoup moins courant que la taxe dans la littérature. A. Endres l'a cependant déjà utilisé dans le cadre d'un monopole [IV], et dans celui d'une industrie en concurrence parfaite (cf. [V] et la polémique qui a suivi avec De Meza [V'] et [V'']).
- 4) On s'est surtout concentré sur les conditions d'équilibre intérieur.
- 4b) Les externalités sont donc supposées se cantonner au sein de l'industrie, ce qui implique en particulier que les consommateurs ne sont pas affectés par la pollution à travers leur fonction d'utilité.
- 5) Pour une formulation plus générale, voir par exemple P. Dasgupta [III, p.155].
- 6) Une hypothèse fondamentale du modèle est donc que les externalités sont mesurables, ce qui bien sûr n'est pas toujours possible en pratique.
- 7)  $\dot{x}$  et  $\ddot{x}$  sont respectivement les dérivées première et seconde de la fonction  $x$  par rapport à la variable dont elle dépend. Le signe positif de  $\ddot{q}_1$  traduit l'hypothèse que les rendements d'échelle sont décroissants à cause de la pollution. L'idée est qu'il existe un niveau (sans doute élevé mais fini) de pollution à partir duquel les dégâts sont irréversibles: la quantité de travail nécessaire pour les réparer devient à ce niveau infinie.
- 8) Des conditions d'existence et d'unicité (un peu plus restrictives que celles de Friedman) peuvent également être trouvées chez F. Szidarovszky et al. [VIII].
- 9)  $y_1^0$  et  $y_2^0$  sont les productions d'équilibre en l'absence d'externalités.

10) Dans une précédente note de travail (non publiée), j'avais déjà obtenu un résultat similaire dans le cadre d'un modèle un peu différent. Des biens intermédiaires y apparaissaient explicitement, la production totale nette (hors biens intermédiaires) était fixée, et il s'agissait d'un monopsonne avec choix entre la TP1 et la TP2.

11) Pour passer de (2.12) à (2.13), il suffit d'utiliser le fait que

$$q_i^* = q_i^0 + \int_0^{R^*} \dot{q}_i(R) dR, \quad i = 1, 2$$

$$[\dot{q}_i(R) R]_0^{R^*} = \int_0^{R^*} \ddot{q}_i(R) R + \dot{q}_i(R) dR$$

12) Il importe de se rappeler que les résultats repris par la figure n°2 sont locaux. Les signes de  $dy_1$  et  $dy_2$  en fonction de  $dt$  dépendant de  $c$ ,  $d$  et  $\Delta$  qui dépendent à leur tour de  $t$ , la valeur du taux de taxation où a lieu la variation de cette même variable.

13) Une hypothèse moins exigeante pour que  $b$  et  $c$  soient négatifs postule que les revenus marginaux de chaque firme sont des fonctions décroissances des 2 niveaux de production. On retrouvera cette hypothèse dans la section suivante consacrée à l'unité de traitement de la pollution.

13b) Dans le cadre de la problématique du bien-être, il convient de se rappeler que les externalités se cantonnent dans l'industrie.

14) Pour une formulation plus générale d'une ITE, voir A. Endres [V].

14b) On vérifie facilement que la condition (4.8) est impossible à satisfaire (vu 4.2)) dans le cas particulier où la firme polluante n'est pas victime elle-même de la pollution. Dans ce cas en effet, l'ITE n'a aucun intérêt pour elle et le  $r$  optimal est trivialement nul.

15) Ce graphe est inspiré de celui de Tulkens-Schoumaker [IX, p.247].

16) Une autre cause de non-utilisation de l'ITE peut être avancée. Si la firme 2 est beaucoup plus affectée par le rejet de déchets que la firme 1, sa productivité s'améliorera aussi beaucoup plus vite grâce à l'ITE. La firme 2 aura alors tendance à accroître sa production, avec en conséquence une baisse des prix. Cet effet, s'il est suffisamment sensible, peut éventuellement plus que compenser les avantages (en termes de baisse des coûts) que la firme 1 tire elle-même de son ITE. Dans ces conditions, la firme 1 n'installera pas d'ITE, alors qu'elle l'aurait éventuellement fait dans le cas où  $p$  est fixe.

## Bibliographie

- [I] BUCHANAN J.: "External diseconomies, corrective taxes and market structure", American Economic Review, 1969, p.174-7.
- [II] CORNER R. et SANDLER T.: "Externalities, expectations, and pigouvian taxes", Journal of environmental economics and management, mars 1985, p. 1-13.
- [III] DASGUPTA P.: "The control of resources", Basil Blackwell, Oxford, 1982.
- [IV] ENDRES A.: "Monopoly-power as a means for polluting-control?", The Journal of Industrial Economics, Décembre 1978, p.185-7.
- [V] ENDRES A.: "Do efficient charges (always) reduce environmental damage?", Oxford Economic Papers, 1983, p.254-61.
- [V'] DE MEZA D.: "Effluent charges and environmental damage: a clarification", Oxford Economic Papers, 1985, p.700-2.
- [V''] ENDRES A.: "Effluent charges and environmental damage: a further clarification", Oxford Economic Papers, 1985, p.703-4.
- [VI] FRIEDMAN J.: "Oligopoly theory", Cambridge University Press, 1983.
- [VII] FRIEDMAN J.: "Oligopoly and the theory of games", North-Holland Publishing Company, 1977.
- [VIII] SZIDAROUSZKY F. et YAKOWITZ S.: "A new proof of the existence and uniqueness of the Cournot equilibrium", International Economic Review, 1977, p. 787-9.
- [IX] TULKENS H. et SCHOUMAKER F.: "Stability analysis of an effluent charge and the "polluters pay" principle", Journal of Public economics, 1975, p.245-69.