

Quelles difficultés dans l'écriture des nombres

Marie-Pascale Noël

Professeure à l'Université Catholique de Louvain, Belgique

Les nombres verbaux

- Une trentaine de primitives lexicales
 - Un ...neuf, dix, onze ...seize, vingt, trente...nonante, cent, mille, million ...
- Structures des nombres verbaux
 - Représentation en base 10 peu transparente
 - Deux mille (2×10^3) trois cents (3×10^2)
 - soixante (6×10), seize (!), quatre-vingt-douze (!)
 - Relations additives
 - Cent-cinq: $[100] + [\text{cinq}]$
 - Relations multiplicatives
 - Cinq-cents: $[5] \times [100] \Rightarrow$ ordre des mots !

Les nombres arabes

- CP
 - Lire et écrire les chiffres de 1 à 9
- CE1
 - Lire et écrire les nombres à 2 chiffres et début des nombres à 3 chiffres (77% RC)
- CE2: lecture et écriture des nombres à 4 chiffres

Les nombres arabes

- Seulement 10 primitives lexicales: 0, 1, 2, ..., 9
- Système en base 10 positionnel
 - 2, 23, 254: valeur du chiffre dépend de sa position (calculée à partir de la droite) dans le nombre:
 - $[2] \times 10^0$, $[2] \times 10^1$, $[2] \times 10^2$: deux, vingt, deux cents
 - Valeur de surface $\neq$ valeur positionnelle
 - $12 \neq 21$
 - Même valeur de surface
 - $\neq$ valeurs positionnelles (le « 1 » représente les dizaines vs les unités)

Le transcodage

- Ces $\neq$ entre codes rendent la « traduction » d'un code à l'autre peu aisée
 - Lire « 1205 » $\neq$ « un deux zéro cinq »
 - Écrire « mille cinq cent trois » $\neq$ 1000 5 100 3
- Évolution de cet apprentissage
 - Relation additive DU (23)
 - Relation produit UC (300)
 - Relation additive à cent: CU (105)

(Seron, Deloche, Noël, 91; Seron & Fayol, 94)

Le transcodage

- 2 types d'erreurs
 - Lexicales: un mot/chiffre pour un autre
 - neuf $\Rightarrow$ 6; seize $\Rightarrow$ 13
 - Surtout en CP
 - Syntaxiques: généralises relations entre mots ou chiffres
 - Vingt-sept $\Rightarrow$ 207; trois cents $\Rightarrow$ 3100;
 - 834 $\Rightarrow$ quatre-vingt trente quatre; ...

Comprendre la base 10

- Pour comprendre les nombres arabes ou passer du code arabe au code verbal et inversement, deux acquisitions sont nécessaires:
 - Comprendre la représentation en base 10
 - Comprendre le système positionnel

- Notre système verbal est en base 10, mais avec peu de transparence
 - Beaucoup de langues asiatiques sont transparentes à la base 10:
 - 274 se dit « deux cents sept dix quatre »
 - Apprentissage plus rapide de la suite du comptage
 - Meilleure compréhension de la base 10
 - Meilleures performances en transcodage

Comprendre la base 10

- Notre système verbal est en base 10, mais avec peu de transparence
 - Le français de Belgique est plus transparent que le français de France:
 - 78: septante-huit vs soixante-dix-huit
 - 97: nonante-sept vs quatre-vingt-dix-sept
 - Dictée de nombres à 7 ans
 - 78, 97 ne posent pas problème aux belges
 - Erreurs chez les français du type 6018, 618, pour 78 ou bien 42017, 4117, 817 pour 97 (Seron & Fayol, 1994)

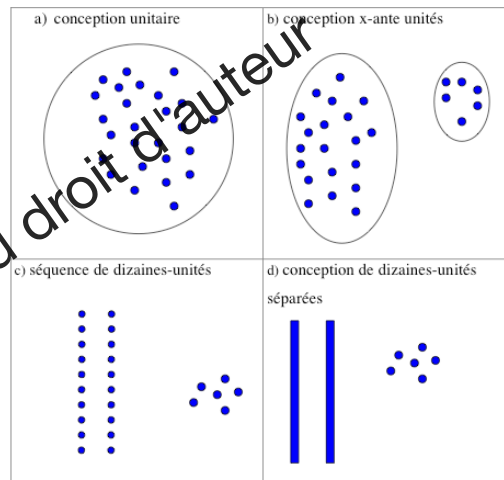
Comprendre la base 10

- Les difficultés des élèves français semblent venir d'une incompréhension des nombres verbaux
 - Sélectionner des jetons de valeur 1 ou 10
 - « soixante-dix-neuf » => erreurs du type
 - 7 jetons de 10 et 19 de 1
 - 6 jetons de 10 et 9 jetons de 1
- => important de travailler la compréhension de la base 10 à l'oral:
 - les allumettes, les paquets de 10 allumettes, la dizaine d'allumettes: notion d'équivalence

Conception en base 10

Conceptions

- Unitaire
- X-ante unités
- Paquets de 10 & unités
- Dizaines-unités



Le système positionnel

- Comprendre comment la représentation en base 10 s'exprime dans le code arabe par le système de position
 - Le premier rang à droite exprime les unités
 - Le second les dizaines
 - Le troisième les centaines etc.
- Une aide à ce niveau: l'abaque

Dizaines	Unités

Centaines	Dizaines	Unités

Un défi dans l'apprentissage

- Dessiner 16 roues puis montrer celles correspondant aux chiffres 1 et 6 (Karni (1982))
 - 6 ans: entourent 1 et 6 roues
 - Réponse correcte chez 12% des enfants de 7 ans
 - Réponse correcte chez 42% des enfants de 9 ans
 - Réponse correcte chez 78% des étudiants de 13 ans !
- Collet (2004)
 - Construire une collection équivalente à un NA puis montrer la part correspondant au chiffre des U puis celle correspondant au chiffre des dizaines
 - Nombres arabes: 23, 34 et 42
 - Réussite chez 44% des enfants de CP et 85% en CE1



Impact sur le calcul

- Sur le calcul mental
 - 25 + 13: avec une conception unitaire du nombre, seule stratégie possible, *counting* min 25, 26, 27...38
 - 28 + 13: avec une conception en base 10 limitée, risque de traiter les chiffres des D (2+1=3) et des U (8+3=11) et de produire 311 comme réponse
 - La compréhension de la base 10 et du système positionnel permet ≠ stratégies de calcul
 - Traiter séparément les D et U et puis les regrouper
 - Ajouter les U au 1^{er} terme, puis les U
 - ...L'abaque peut aider

Dizaines	Unités
2	8
1	3

Fuson, Smith, Lo Cicero, 97

Impact sur le calcul

- Sur le calcul écrit en colonnes
 - Importance d'une conception en base 10 et d'une compréhension du système positionnel des nombres pour comprendre le positionnement des nombres en calcul écrit
 - Autrement: procédures = algorithmes abscons, non soutenus par de la compréhension, grand risque d'erreurs
 - L'abaque peut également soutenir cet apprentissage
 - 230 + 85

Centaines	Dizaines	Unités
2	3	0
	8	5

Impact sur le calcul

- Ho & Chen (97): travaillent la base 10-positionnelle chez des enfants de 1^{ère} année (CP)
- 5 séances d'1h
 - Comptent des pailles; quand 10: 1 fagot; quand 10 fagots: 1 verre
 - Exercices d'ajouts et de retraits => ouvrir des fagots; échanger regrouper des fagots en verre ...
 - X fagots et x pailles: montrer combien cela fait de pailles en nombre arabes, pour les fagots et pour les pailles seules (exemple: 2 fagots = 20 pailles)
- => Amélioration de la compréhension de la valeur positionnelle et effet sur l'addition (pas sur la soustraction)

Les nombres décimaux

- Le système en base 10, positionnel, regroupe aussi les nombres décimaux
- difficulté dans cet apprentissage liée au biais des nombres naturels (Ni & Zhou, 2005)
 - Exple: 0,345 jugé > 0,67
 - Quand grandeur relative du nombre rationnel est incongruente avec grandeur relative des « nombres naturels »:
 - 20% de réponses correctes en CE2 et CM1
 - Exple: 0,09 jugé > 0,2 (Desmet, Grégoire & Mussolin, 2010)

Les nombres décimaux

Valeurs de position

- Nombres naturels: le rang positionnel se calcule à partir de la droite du nombre en allant vers la gauche
 - 3 32 352 3572
 - 2 unités partout
 - 3 unités, dizaines, centaines, milliers => augmente !
- Nombres décimaux: le rang positionnel se calcule à partir de la droite de la virgule, en allant vers la droite
 - 0,3 0,32 0,352 0,3572
 - 2 centièmes, 2 millièmes, 2 dix millièmes => diminue !
 - 3 dixièmes partout

Les nombres décimaux

- Ajouter un 0 à la droite du nombre
 - Change la grandeur du nombre entier
 - 35 => 350
 - Ne modifie pas la valeur du nombre décimal
 - 0,35 = 0,350
- Le nom des unités considérées
 - Est implicite – non-dit pour les naturels
 - 45 = 47 unités
 - Doit être spécifié pour les décimaux
 - 0,47: 47 centièmes

Conclusion

- Deux apprentissages fondamentaux
 - La compréhension de la base 10 (déjà sur nombres verbaux)
 - La compréhension du système positionnel arabe
 - Pour les nombres écrits en chiffres: les naturels et les décimaux

Marie-Pascale Noël

Professeure à l'Université Catholique de Louvain,
Louvain-la-Neuve, Belgique

Soumis au droit d'auteur