



Report on:

**Etude des champs magnétiques sous les lignes à
haute tension de Belgique.**

**Développement d'une méthodologie statistique pour
dérivée une distribution et des paramètres nationaux
et
application aux réseaux 70, 150 et 380 kV**

Client: J. Hoeffelman – Elia - Bruxelles

Authors: A. Delaigle, B. Govaerts et J. Hoeffelman (Elia)

Status : Public

Résumé

La société Elia a organisé en 2001 une campagne de mesures dont l'objectif était d'évaluer les niveaux de champ magnétique et électrique aux voisinages des lignes à haute tension de Belgique. Les lignes échantillonnées appartiennent à quatre réseaux : 380 kV, 220kV, 150kV et 70kV. Pour chaque réseau, un certain nombre de lignes ont été sélectionnées et les champs mesurés à différentes positions en dessous et aux alentours de trois portées de chaque ligne.

La société Elia a contacté l'Institut de Statistique de l'UCL pour réaliser une étude statistique des données récoltées pour les champs magnétiques et développer une méthodologie pour résumer ces données à un niveau national.

La méthodologie propose tout d'abord d'établir, pour chaque position d'intérêt sous les lignes, une distribution nationale de champ magnétique. De cette distribution peuvent ensuite être dérivés des paramètres d'intérêt tels qu'un champ moyen, un écart-type ou des percentiles 90 ou 95 ainsi que des intervalles de confiance pour ces paramètres.

La distribution nationale du champ magnétique H est établie sur base de deux distributions considérées comme indépendantes. Tout d'abord, une distribution agrégée des courants I observés tout au long de l'année dans l'ensemble des lignes du réseau étudié. Cette première distribution peut être parfaitement connue si des moyens de mesures sont disponibles dans les centrales. Une seconde distribution pour les champs magnétiques standardisés est dérivée sur base des mesures de champ observées durant la campagne de mesure. Le champ magnétique standardisé H_{st} en un point donné sous une ligne est défini comme le champ magnétique réel observé en ce point à un instant donné divisé par le courant circulant dans la ligne à cet instant $H_{st} = H/I$.

La méthodologie développée dans ce rapport est appliquée aux différentes positions échantillonnées aux alentours des lignes pour trois des quatre réseaux de tension : 380 kV, 220kV, 150kV et 70kV (le réseau à 200kV ne possède pas assez de données). Pour chaque réseau, une analyse descriptive des données a été réalisée pour mettre en évidence des éventuels points aberrants et les propriétés statistiques des données. Une distribution nationale est ensuite dérivée ainsi que les paramètres d'intérêt qui y sont liés.

Partie I : Méthodologie statistique et application au réseau 380 KV.

Cette section présente la méthodologie développée et l'applique directement au réseau 380kV.

1. Description des données disponibles

Pour le réseau 380V, nous disposons de mesures sur 7 tronçons géographiques de lignes correspondant à 12 circuits différents. Sur chacun de ces tronçons, des mesures sont effectuées sur deux ou trois portées, en 6 positions différentes sur la portée :

- 1** : à hauteur d'un pylône, sous le conducteur inférieur, à une hauteur 1.5 m du sol
- 1h** : à hauteur d'un pylône, sous le conducteur inférieur, à une hauteur 3.5 m du sol
- 2** : à mi portée, sous le conducteur inférieur, à une hauteur 1.5 m du sol
- 2h** : à mi portée, sous le conducteur inférieur, à une hauteur 3.5 m du sol
- 3** : à une distance de 40 mètres de part et d'autre de l'axe de la ligne à mi-portée, à une hauteur 1.5 m du sol
- 4** : à une distance de 80 mètres de part et d'autre de l'axe de la ligne à mi-portée, à une hauteur 1.5 m du sol.

En chaque position une mesure de champ magnétique H a été réalisée et la valeur du courant I dans la ligne à cet instant est aussi disponible. Un champ magnétique standardisé peut s'en déduire et est défini comme $H_{st} = H/I$.

Dans la plupart des cas, nous disposons, en chacune de ces 6 positions, de deux mesures différentes prises à gauche et à droite de la ligne. Elles seront notées G (gauche) ou D (droite). Deux circuits différents peuvent, en effet, être portés par les mêmes pylônes. La mesure d'un côté du conducteur sera plus influencée par le circuit se trouvant du même côté.

Nous avons également à notre disposition la fonction de répartition observée du courant sur chacune de ces lignes (12 circuits), ainsi que sur deux lignes supplémentaires (4 circuits).

Dans le réseau, nous disposons de deux types de lignes : des lignes simples (à un terne) et des lignes doubles (à deux ternes). Nous verrons que ceci aura son importance dans la pondération réalisée quand les données seront agrégées.

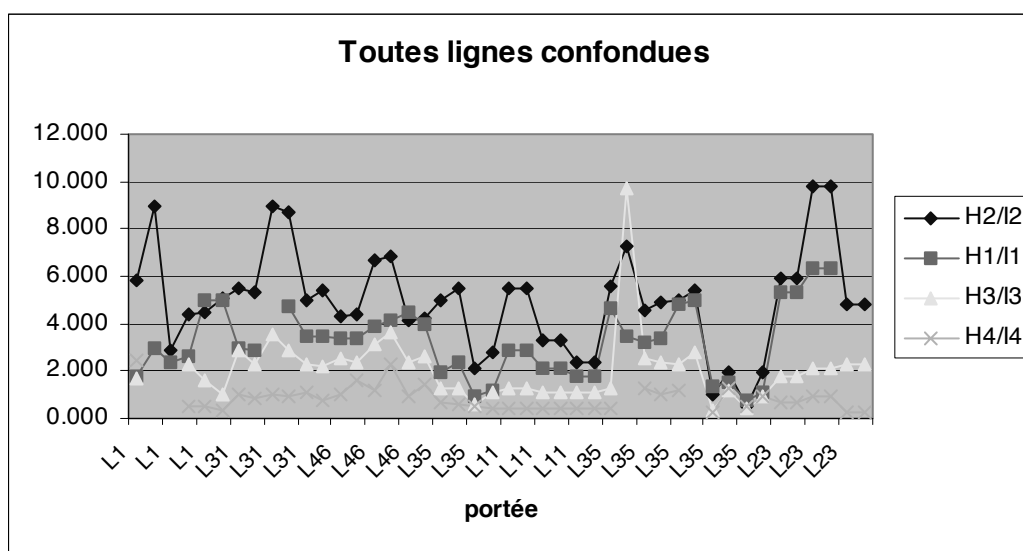
Notons aussi que certaines données sont manquantes.

2. Analyse descriptive des données

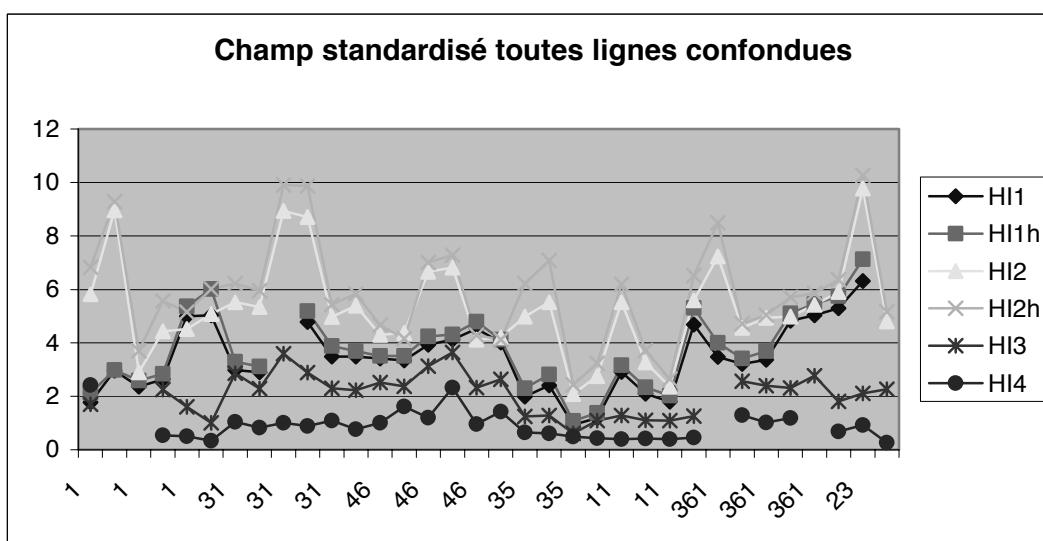
Cette section présente quelques résumés descriptifs des données disponibles qui permettront de détecter des valeurs aberrantes dans le set de données et de valider certaines hypothèses statistiques qui seront prises dans la méthodologie d'analyse proposée.

2.1 Graphiques des champs mesurés sur chaque ligne

Ce type de graphique nous aide à détecter des anomalies dans les données. Ainsi, en représentant le champ standardisé (c-à-d le champ rapporté au courant dans le terne au moment de la mesure) sur chaque ligne à différents points de mesure, nous avons détecté un « outlier » dans la ligne 35. Après vérification des données, il s'avère qu'il est impossible de corriger cette valeur. Nous décidons, dès lors, de supprimer cette valeur aberrante de la suite de l'étude.



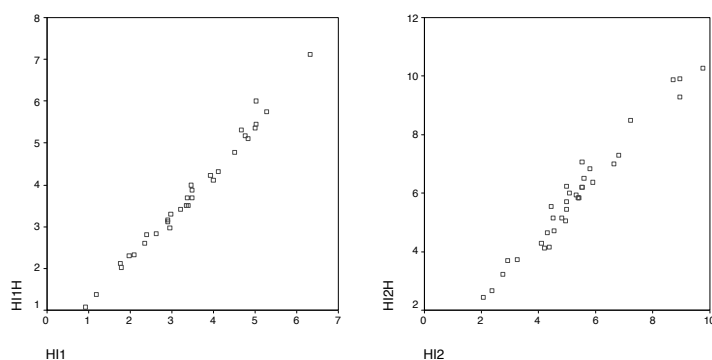
Nous remarquons également que c'est généralement au milieu de la portée (point 2), sous la ligne que la valeur du champ est la plus forte. Ensuite vient la mesure sous le pylône (point 1), puis la mesure au milieu de la portée à une distance a (point 3), puis à une distance $2a$ (point 4). Pour les lignes 11 et 23, nous ne disposons que d'une mesure par portée (pas de mesures gauche-droite). Par ailleurs, notons que, pour la ligne 35/36, nous ne disposons que de mesures sur 2 portées. Voici finalement une représentation graphique des données que nous retenons. Ces données semblent maintenant tout à fait 'régulières', sans aucune anomalie.



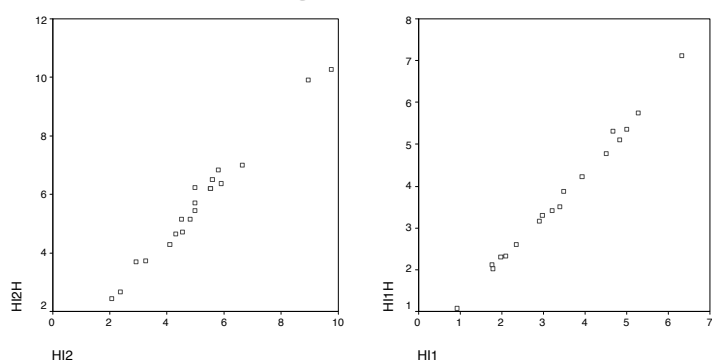
2.2 Relation entre des mesures effectuées à des hauteurs différentes

Nous commençons par analyser graphiquement la relation entre les champs standardisés mesurés à une même position sous la ligne, mais à des hauteurs différentes. Pour cela, nous créons des nuages de points avec, en abscisse, les données mesurées au point le plus bas, et, en ordonnée, les données mesurées au point le plus haut. Les graphiques obtenus (voir ci-dessous) nous indiquent clairement une relation linéaire entre ces données.

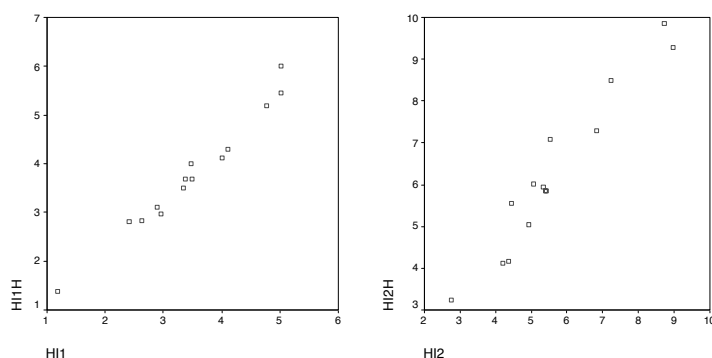
Scatterplot des deux côtés en même temps



Scatterplot pour le côté gauche

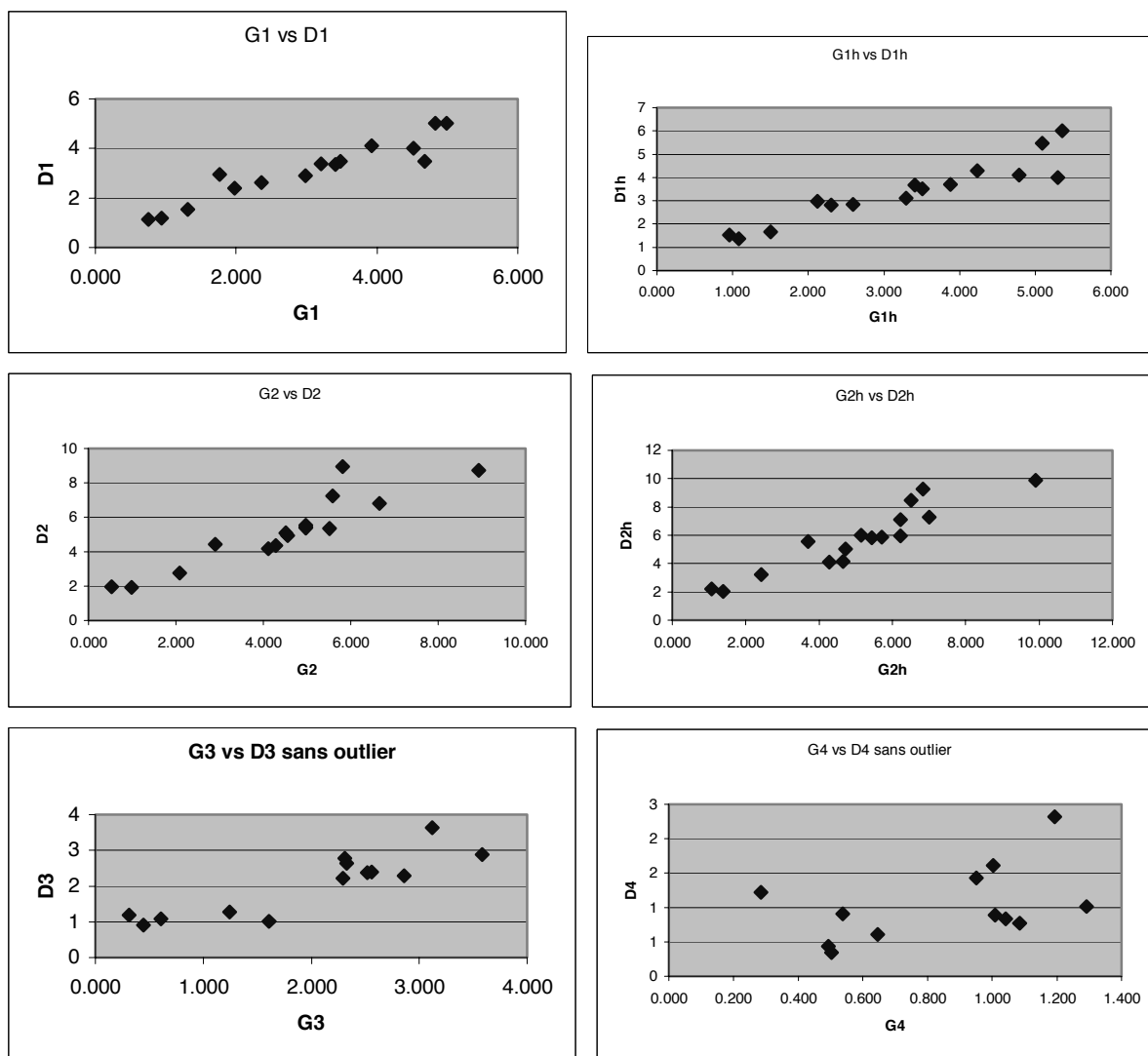


Scatterplot pour le côté droit



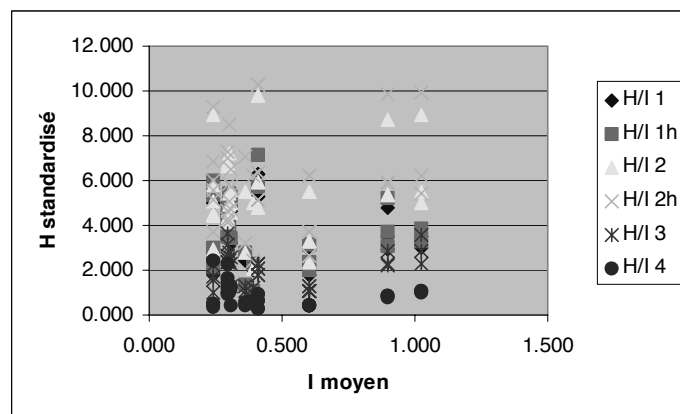
2.2 Relation entre les mesures Gauche – Droite

Les quelques graphiques ci-dessous montrent que les mesures effectuées à gauche et à droite des lignes sont très corrélées (surtout près de la ligne). On ne pourra donc pas considérer dans l'analyse que les mesures d'un côté amènent une information complémentaire aux mesures de l'autre côté. Le nombre de degrés de liberté dans les analyses se limitera donc au nombre de portées échantillonnées et non au nombre total de mesures prises à gauche et à droite de ces portées.

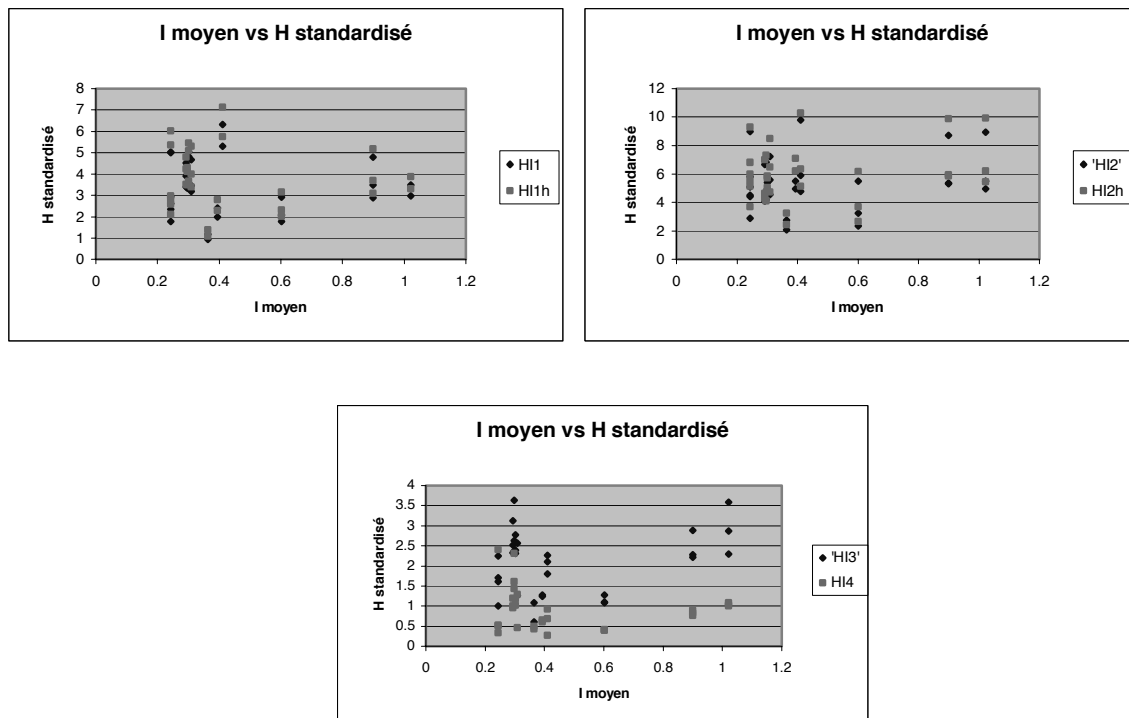


2.3 Etude du champ standardisé selon les points de mesure

Les graphiques suivants représentent, pour chaque point de mesure, le champ standardisé en fonction du courant moyen annuel sur la ligne.



¹ Lorsqu'il n'y a pas d'ambiguïté entre ligne et terre (ou circuit) on utilise le mot générique « ligne » pour désigner en fait le circuit (référéntié dans les fichiers par le doublet tension-numéro)



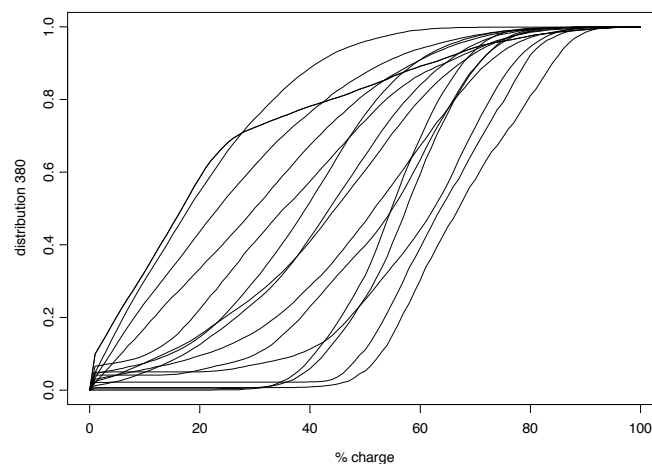
Ces graphiques montrent qu'il ne semble pas y avoir de relation particulière entre H_{st} et la valeur moyenne annuelle du courant (on ne remarque pas spécialement de grandes valeurs de champ standardisé là où on a un courant moyen assez élevé). Il semble donc plausible de supposer que le champ standardisé est indépendant du courant. Ceci corrobore la présomption naturelle qui veut qu'une ligne soit dimensionnée indépendamment du courant réel qui la parcourt. Cette hypothèse sera à la base

2.4 Normalité des champs standardisés

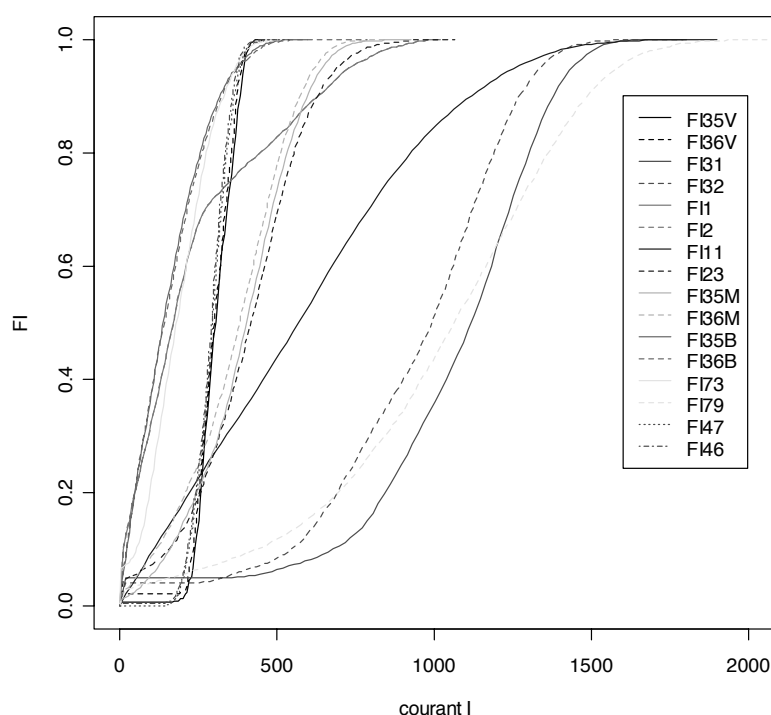
Une approche qui permettrait de simplifier fortement les calculs que nous effectuerons par la suite est celle qui suppose que les champs standardisés suivent une distribution normale. Pour voir si cette hypothèse est plausible, nous avons effectué des graphiques quantile-quantile et des tests de Kolmogorov-Smirnov sur les données. Les résultats obtenus sont fournis en Annexe 1. D'après ces résultats, l'hypothèse de normalité semble plausible. Nous allons dès lors supposer dans la suite que les champs standardisés suivent une loi normale.

2.5 Distributions de courant dans les lignes

Voici l'allure des 16 fonctions de répartition du pourcentage de charge dans les lignes (pour les 16 circuits 380 kV disponibles) :



Pour obtenir, à partir de cette distribution en pourcentage de charge, une distribution du courant, il suffit de remplacer, dans chaque ligne, ou plus précisément dans chaque circuit, les pourcentages (entre 0 et 100) par ces pourcentages multipliés par la valeur maximale du courant dans ce circuit. On obtient alors 16 fonctions de répartition du courant



On constate que le courant sur deux ternes (circuits) portés par les mêmes pylônes est très similaire.

Les maxima de courant fournis par ligne varient selon qu'on prend le fichier 'distributions monotones.xls' ou le fichier des données brutes. Les maxima fournis dans ces deux fichiers n'ont en effet pas été calculés avec la même précision. Ainsi, outre un facteur 1000, les

données sont plus précises dans le fichier de données brutes que dans le fichier des distributions de courant. Dans les calculs ci-dessous, nous mélangeons donc des données calculées avec une plus grande précision (les champs standardisés H_{ST} sont calculés à partir des données brutes) et avec une plus petite précision (pour calculer les distributions de courant, nous utilisons les I_{max} fournis dans 'monotones.xls')

2.6 Autre remarque

Dans cette étude, nous n'avons pas tenu compte de la distance conducteur-sol car elle n'était pas disponible. Celle-ci devrait permettre de mieux expliquer les variations observées dans les champs standardisés et donc de raffiner l'analyse.

3. Estimation d'une distribution nationale de champ magnétique

L'objectif poursuivi ici est d'établir, pour chaque position de mesure possible (1, 1H, 2, 2H...), une distribution générale de champ magnétique H pour l'ensemble des lignes du réseau. Cette distribution de probabilité de H répond à une expérience aléatoire où, pour une position donnée, on choisirait une portée au hasard du réseau (chaque portée ayant la même probabilité d'être choisie) et on y mesurerait le champ à un instant choisi également au hasard.

La distribution résultante sera appelée *distribution nationale de champ* et sera calculée sur base des quatre hypothèses suivantes :

1. Le champ magnétique standardisé H_{ST} suit une distribution Normale. Une méthodologie sera également proposée sans postuler cette hypothèse.
2. Le champ magnétique standardisé H_{ST} observé sous une ligne est indépendant du courant I passant dans la ligne (il dépend d'autres facteurs tels que la configuration de la ligne, la distance au sol des câbles...)
3. La distribution annuelle des courants est supposée parfaitement connue pour l'ensemble du réseau (même si dans les données disponibles la distribution annuelle de courant n'est pas disponible pour certaines lignes)
4. Quand les données sont agrégées au niveau du réseau, les lignes seront pondérées par leur longueur. Quand une ligne porte 2 circuits, chaque circuit aura une pondération égale à la moitié de sa longueur dans l'agrégation.

La méthodologie propose de dériver la distribution nationale de champ à partir de deux distributions de variables supposées indépendantes : une distribution de champ standardisé et une distribution de courant qui sont ensuite combinées pour obtenir une distribution de champ (non standardisée). Une distribution sera disponible pour chaque position possible sous les lignes.

3.1 Calcul d'une distribution nationale de courant I

A partir des distributions annuelles de courant disponibles pour chaque circuit du réseau (voir section 3.6), on peut dériver une distribution « nationale » de courant en agréant les distributions de base par la formule suivante :

$$F_I(i) = P(I \leq i) = \sum_{j=1}^L F_{I_j}(i) \cdot P(L_j),$$

où i représente le courant et L_j représente la ligne² j et $P(L_j)$ la probabilité de la ligne j , qui est proportionnelle à sa longueur. En pratique, nous ne disposons dans chaque ligne d'une distribution discrète de courant soit 101 valeurs de la fonction de répartition, différentes pour chaque ligne. Nous disposons donc pour $F_I(i)$ pour 101*16 valeurs possibles. Pour un i donné, $F_I(i)$ est donc approximé par $F_I(i^*)$ où i^* est défini comme la plus grande de ces 101*16 abscisses qui soit plus petite que i .

Rappelons encore que, à chacun des deux circuits portés par les mêmes pylônes (càd à chacun des deux termes d'une double ligne), nous attribuons un poids égal à la longueur de la ligne divisée par 2.

Notons également que les résultats calculés ci-dessous supposent que la distribution de courant est parfaitement connue. Le faible nombre de lignes pour lesquelles nous disposons d'une fonction de répartition du courant permet de mettre en doute cette hypothèse. Il est clair que les résultats obtenus ci-dessous seraient d'autant plus précis que nous disposerions d'un plus grand nombre de distributions de courant. Nous verrons plus tard une étude plus précise de l'impact du choix de ces 16 lignes particulières sur nos calculs.

3.2 Estimation de la distribution nationale pour le champ standardisé H_{ST}

Deux approches sont proposées pour estimer une distribution pour les champs standardisés. La première ne prend aucune hypothèse statistique stricte sur les données et sera prise comme référence pour valider la seconde méthode qui suppose la normalité des champs (hypothèse vérifiée sur les données dans la section 2.5). Notons que le nombre de données pour estimer cette distribution est très limité puisqu'il se limite à une vingtaine.

Première approche : distribution empirique

On peut estimer la distribution de H_{st} par sa distribution empirique, c'est-à-dire :

$$\hat{P}(H_{st} \leq x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n 1\{H_{st,i} \leq x\}.$$

Deuxième approche : distribution normale

Si l'on suppose que H_{st} suit une loi normale, on peut estimer les deux paramètres de cette loi (moyenne et variance) par la moyenne empirique $\overline{H}_{st}$ et la variance empirique $S_{H_{st}}^2$ et estimer la loi de H_{st} par une distribution $N(\overline{H}_{st}, S_{H_{st}}^2)$. Par cette deuxième approche, nous obtenons les valeurs suivantes :

² Lorsqu'il n'y a pas d'ambiguïté entre ligne et terme (ou circuit) on utilise le mot générique « ligne » pour désigner en fait le circuit (référéntié dans les fichiers par le doublet tension-numéro)

Position	$\overline{H}_{st}$	$\sum H_{st}^2$	$S_{H_{st}}^2$	$S_{H_{st}}$
H1G	3.414	13.6763	2.141	1.463
H1D	3.477	13.1564	1.147	1.071
H1hG	3.740	16.3473	2.497	1.580
H1hD	3.789	15.7119	1.462	1.209
H2G	5.075	29.1518	3.578	1.892
H2D	5.652	34.7271	2.993	1.730
H2hG	5.656	35.7953	4.007	2.002
H2hD	6.270	42.8534	3.809	1.952
H3G	1.980	4.4969	0.608	0.780
H3D	2.235	5.5478	0.601	0.776
H4G	0.860	0.9725	0.246	0.496
H4D	0.979	1.2776	0.351	0.592

3.3 Estimation de la distribution nationale de champ magnétique (non standardisé)

Comme H, le champ magnétique réel, peut s'exprimer comme $H = H_{st} \cdot I$, et si on suppose que H_{st} et I sont indépendants, alors, on peut calculer la distribution de H à partir des distributions obtenues dans la section précédentes pour H_{st} et I :

$$F_H(h) = P(H \leq h) = P(H_{st} \cdot I \leq h) = \int_0^{\infty} P(H_{st} \leq h/i \mid I = i) \cdot f_I(i) di = \int_0^{\infty} P(H_{st} \leq h/i) \cdot f_I(i) di ,$$

On peut estimer cette distribution de plusieurs façons, selon la technique utilisée pour estimer le distribution de H_{st} :

Première approche : distribution empirique

$$\begin{aligned} \hat{F}_H(h) &= \hat{P}(H \leq h) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \int_0^{\infty} 1\{H_{st,j} \leq h/i\} \cdot f_I(i) di \\ &= \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \int_0^{h/H_{st,j}} f_I(i) di = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n P(I \leq h/H_{st,j}) \end{aligned}$$

Etant donné que nous avons un estimateur de la distribution de courant (calculé à partir des 16 distributions de courant connues), nous pouvons calculer l'estimateur défini ci-dessus en remplaçant le distribution de I par son estimateur.

Deuxième approche : hypothèse de normalité de H_{st}

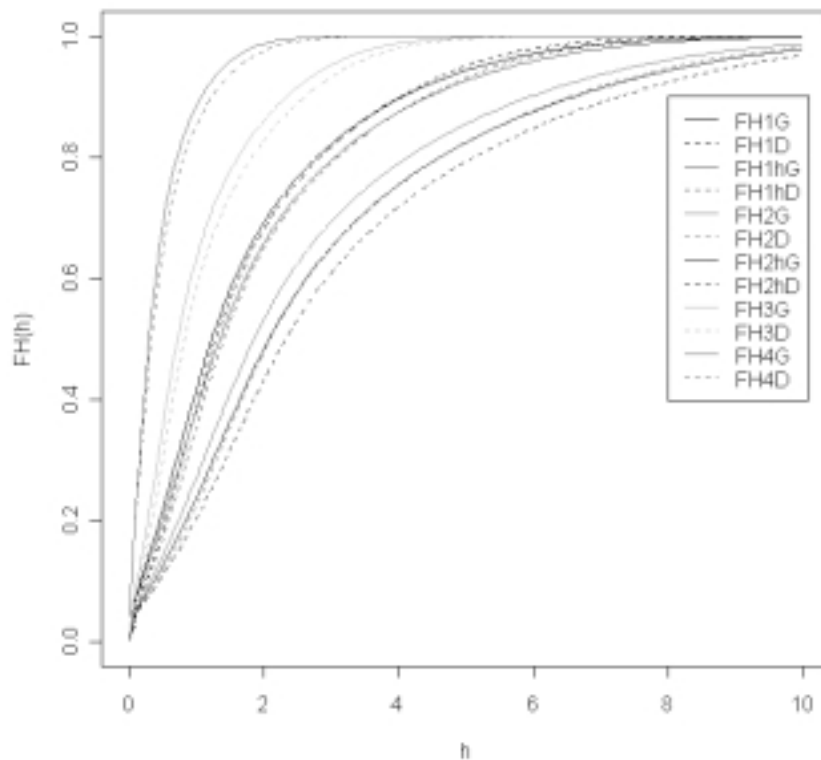
Si l'on suppose que H_{st} suit une loi normale, on peut estimer les deux paramètres de cette loi (moyenne et variance) par la moyenne empirique $\overline{H}_{st}$ et la variance empirique $S_{H_{st}}^2$ et estimer la loi de H_{st} par une distribution $N(\overline{H}_{st}, S_{H_{st}}^2)$. On trouve alors :

$$\begin{aligned} \hat{F}_H(h) &= \hat{P}(H \leq h) = \int_0^{\text{Imax}} \hat{P}(H_{st} \leq h/i) \cdot f_I(i) di \\ &\approx \sum_{j=1}^K \hat{P}(H_{st} \leq h/a_j) \cdot [F_I(a_j + \Delta j) - F_I(a_j)] \end{aligned}$$

où on a partitionné l'intervalle $[0, \text{Imax}]$ en K intervalles $[a_j, a_j + \Delta j]$ de longueur Δj .

Puisque l'hypothèse de normalité semble plausible dans notre cas, c'est cette seconde approche que nous emploierons.

Voici, en fonction de la position sous la ligne considéré, l'allure des fonctions de répartition F_H obtenues. Les différentes couleurs représentent les courbes en différentes positions, gauche et droite ayant la même couleur. Selon la position considéré sous la ligne, on constate des différences assez nettes, mais par contre, gauche et droite sont, logiquement, très semblables.



4. Estimation de paramètres d'intérêt pour le champ magnétiques

Pour chaque position possible sous la ligne, à partir de la distribution nationale F_H du champ H , nous pouvons déduire des estimateurs pour différents paramètres d'intérêt comme la moyenne μ_H , la variance σ_H^2 et les quantiles $q_{0.9}$ et $q_{0.95}$ du champ H .

4.1. Estimation de la moyenne μ_H

Première approche

La moyenne μ_H est définie par :

$$\mu_H = \int h \cdot f_H(h) dh ,$$

ou f_H dénote la densité de probabilité de H . En pratique, on ne dispose que d'un estimateur de la fonction de répartition F_H , et donc on ne peut calculer que l'estimateur suivant de μ_H :

$$\hat{\mu}_H = \int h \cdot \hat{f}_H(h) dh \approx \sum_{j=1}^L h_j \cdot (\hat{F}_H(h_j + \Delta h_j) - \hat{F}_H(h_j)),$$

où $\{h_1, \dots, h_{L+1}\}$ est une partition suffisamment fine de l'intervalle $[0, H_{\text{Max}}]$. Les résultats obtenus sont présentés dans la table 1.

Deuxième approche

Sous l'hypothèse d'indépendance entre H_{st} et I , une approche plus simple est fournie par le formule : $E(H) = E(I \cdot H_{\text{st}}) = E(I) \cdot E(H_{\text{st}})$. On estime alors $E(H_{\text{st}})$ par la moyenne empirique de H_{st} , $\bar{H}_{\text{st}}$, et $E(I)$ par :

$$\hat{E}(I) = \sum_{j=1}^L \bar{I}_j \cdot P(L_j)$$

Notons cependant que nous ne disposons pas des moyennes de courant pour toutes les lignes dont nous disposons de la fonction de répartition de courant. Procédant de la sorte, nous trouvons comme moyenne de courant 0.459. La table 1 présente les estimateurs de moyenne de champ obtenus selon la position sous la ligne considérée.

Table 1 : estimation de la moyenne du champ par les deux méthodes.

position	$\hat{\mu}_H$ (approche 1)	$\bar{H}_{\text{st}}$	$\hat{E}(I)$	$\hat{\mu}_H$ (approche 2)
H1G	1.707	3.414	0.459	1.567
H1D	1.737	3.477	0.459	1.596
H1hG	1.872	3.740	0.459	1.717
H1hD	1.895	3.789	0.459	1.739
H2G	2.531	5.075	0.459	2.329
H2D	2.815	5.652	0.459	2.594
H2hG	2.807	5.656	0.459	2.596
H2hD	3.098	6.270	0.459	2.878
H3G	0.980	1.980	0.459	0.909
H3D	1.108	2.235	0.459	1.026
H4G	0.417	0.860	0.459	0.395
H4D	0.479	0.979	0.459	0.449

4.2 Estimation de la variance

Première approche

Pour la variance, on a $\sigma_H^2 = E(H^2) - (EH)^2$. Pour la calculer, nous devons donc calculer $E(H^2)$, c'est-à-dire :

$$E(H^2) = \int h^2 \cdot f_H(h) dh,$$

que l'on estimera en pratique par :

$$\hat{E}(H^2) = \int h^2 \cdot \hat{f}_H(h) dh \approx \sum_{j=1}^L h_j^2 \cdot (\hat{F}_H(h_j + \Delta h_j) - \hat{F}_H(h_j)).$$

On en déduit un estimateur de la variance :

$$\hat{\sigma}_H^2 = \hat{E}(H^2) - \hat{\mu}_H^2.$$

Les résultats obtenus sont présentés plus loin, à la table 2.

En utilisant cette formule, on peut avoir des erreurs numériques qui fournissent finalement une valeur négative pour la variance. Pour y remédier, on utilise alors plutôt la formule suivante :

$$\begin{aligned}\text{var}(H) &= E(H - EH)^2 = \int (h - \mu_H)^2 \cdot f_H dh \approx \int (h - \bar{H})^2 \cdot \hat{f}_H(h) dh \\ &\approx \sum_{j=1}^L (h_j - \bar{H})^2 \cdot (\hat{F}_H(h_j + \Delta h_j) - \hat{F}_H(h_j))\end{aligned}$$

Deuxième approche

Sous l'hypothèse d'indépendance entre H_{st} et I , une approche plus simple est d'utiliser la formule : $E(H^2) = E(I^2 \cdot H_{st}^2) = E(I^2) \cdot E(H_{st}^2)$. On estime alors $E(H_{st}^2)$ par la moyenne empirique de H_{st}^2 , et $E(I^2)$ par :

$$\hat{E}(I^2) = \sum_{j=1}^L \overline{I_j^2} \cdot P(L_j).$$

Etant donné que ces moyennes empiriques ne nous sont pas fournies, nous estimerons plutôt les moments d'ordre 1 et 2 de I par des formules similaires à celles données plus haut pour H .

4.3 Estimation des quantiles

Pour le quantile $q_{0.9}$, on a

$$q_{0.9} = F_H^{-1}(0.9).$$

En pratique, pour trouver $q_{0.9}$, nous devons donc résoudre l'équation suivante en x :

$$F_H(x) - 0.9 = 0,$$

c'est-à-dire que nous devons trouver le zéro de la fonction $F_H(x) - 0.9$. Nous réalisons ceci à l'aide d'une fonction prédéfinie du logiciel R. Des calculs similaires sont effectués pour trouver le quantile 0.95.

Table 2 : tableau récapitulatif des paramètres d'intérêt

position	$\hat{\mu}_H$	$\hat{\sigma}_H^2$	$q_{0.9}(H)$	$q_{0.95}(H)$
H1G	1.707	2.678	4.06	5.20
H1D	1.737	2.357	4.02	4.99
H1hG	1.872	3.169	4.44	5.67
H1hD	1.895	2.833	4.39	5.46
H2G	2.531	5.171	5.95	7.51
H2D	2.815	5.791	6.54	8.10
H2hG	2.807	6.026	6.61	8.29
H2hD	3.098	6.770	7.26	9.01
H3G	0.980	0.860	2.33	2.96
H3D	1.108	1.026	2.61	3.27
H4G	0.417	0.210	1.07	1.41
H4D	0.479	0.284	1.23	1.63

Notons que ces valeurs sont du même ordre que les valeurs calculées par d'autres méthodes d'approximation par Monsieur Hoeffelman.

A partir de ces résultats, pour chaque position, nous rassemblons les valeurs (G-D) en une seule en prenant la moyenne de ces deux valeurs. Nous obtenons ainsi :

Table 2b

Position	$\hat{\mu}_H$	$\hat{\sigma}_H^2$	$q_{0.9}(H)$	$q_{0.95}(H)$
H1	1.722	2.5175	4.04	5.095
H1h	1.8835	3.001	4.415	5.565
H2	2.673	5.481	6.245	7.805
H2h	2.9525	6.398	6.935	8.65
H3	1.044	0.943	2.47	3.115
H4	0.448	0.247	1.15	1.52

5. Calcul d'intervalles de confiance pour les paramètres d'intérêt

5.1 Méthodologie

Nous pouvons maintenant calculer des intervalles de confiance sur les trois quantités estimées en 2.3. Nous allons procéder par la méthode du bootstrap. Cette méthode permet de construire un intervalle de confiance approximatif sur un paramètre θ d'une variable X , à partir de B échantillons artificiels de cette variable X , appelés échantillons bootstrap. Ces B échantillons sont en fait générés artificiellement par le statisticien lui-même. A partir d'un échantillon bootstrap, la méthode consiste à imiter les processus réalisés dans le monde réel, dans un monde que nous appellerons monde bootstrap. Le tableau suivant illustre le processus d'imitation dans notre cas.

Monde réel	Monde bootstrap
Echantillon : $H_{st,1}, \dots, H_{st,n} \sim F_{H,st} = N(\mu_{H,st}, \sigma_{H,st}^2)$	Echantillon : $H_{st,1}^*, \dots, H_{st,n}^* \sim \hat{F}_{H,st} = N(\bar{H}_{st}, S_{H,st}^2)$
Estimateurs sur H_{st} : $\bar{H}_{st}$ et $S_{H,st}^2$ construits à partir de $H_{st,1}, \dots, H_{st,n}$ $\hat{F}_{H,st} = N(\bar{H}_{st}, S_{H,st}^2)$	Estimateurs sur H_{st} : $\bar{H}_{st}^*$ et $S_{H,st}^{*2}$ construits à partir de $H_{st,1}^*, \dots, H_{st,n}^*$ $\hat{F}_{H,st}^* = N(\bar{H}_{st}^*, S_{H,st}^{*2})$
Estimateurs sur H : $\hat{F}_H(h) = \sum_{j=1}^K \hat{F}_{H,st}(h/a_j) \cdot [F_I(a_j + \Delta j) - F_I(a_j)]$ $\hat{\mu}_H = \sum_{j=1}^L h_j \cdot (\hat{F}_H(h_j + \Delta h_j) - \hat{F}_H(h_j))$ $\hat{E}(H^2) = \sum_{j=1}^L h_j^2 \cdot (\hat{F}_H(h_j + \Delta h_j) - \hat{F}_H(h_j))$	Estimateurs sur H : $\hat{F}_H^*(h) = \sum_{j=1}^K \hat{F}_{H,st}^*(h/a_j) \cdot [F_I(a_j + \Delta j) - F_I(a_j)]$ $\hat{\mu}_H^* = \sum_{j=1}^L h_j \cdot (\hat{F}_H^*(h_j + \Delta h_j) - \hat{F}_H^*(h_j))$ $\hat{E}^*(H^2) = \sum_{j=1}^L h_j^2 \cdot (\hat{F}_H^*(h_j + \Delta h_j) - \hat{F}_H^*(h_j))$

$\hat{\sigma}_H^2 = \hat{E}(H^2) - \hat{\mu}_H^2$	$\hat{\sigma}_H^{*2} = \hat{E}^*(H^2) - \hat{\mu}_H^{*2}$
$\hat{q}_{0.9}$ solution de $\hat{F}_H(x) - 0.9 = 0$	$\hat{q}_{0.9}^*$ solution de $\hat{F}_H^*(x) - 0.9 = 0$

En itérant ce processus B fois, nous obtenons B réplifications bootstrap de nos estimateurs de la moyenne, la variance et le quantile 0.9. De manière générale, appelons θ chacune des trois quantités μ_H , σ_H^2 et $q_{0.9}$. Nous allons maintenant décrire comment construire un intervalle de confiance sur θ à partir de l'estimateur $\hat{\theta}$ et de l'échantillon bootstrap $\theta_1^*, \dots, \theta_B^*$. Un intervalle de confiance à $(1-2\alpha).100$ % sur θ est donné par :

$$IC = [2\hat{\theta} - \theta_{(B, (1-\alpha))}^*, 2\hat{\theta} + \theta_{(B, \alpha)}^*],$$

où $\theta_{(m)}^*$ désigne la $m^{\text{ème}}$ observation de l'échantillon $\theta_1^*, \dots, \theta_B^*$ ordonné (c'est-à-dire rangé par ordre croissant). Si $B(1-\alpha)$ n'est pas un nombre entier, on travaille avec $\lfloor (B+1)(1-\alpha) \rfloor$. Même remarque pour $B\alpha$. En pratique, au plus B est grand, au plus les résultats sont fiables. Nous travaillerons avec une valeur très fréquemment utilisée, à savoir $B=1000$. Une autre possibilité est d'utiliser la formule suivante :

$$IC = [\theta_{(B, \alpha)}^*, \theta_{(B, (1-\alpha))}^*],$$

qui donne des résultats différents, mais de qualité similaire.

5.2 Intervalles en supposant la normalité des champs standardisés.

Procédant de cette façon, et sur base d'une hypothèse de normalité sur la distribution des champs standardisés, nous obtenons les intervalles de confiance à 95% suivants :

Table 3 : Intervalles de confiance pour les paramètres d'intérêt

position	μ_H (app1)	μ_H (app 2)	σ_H^2	$q_{0.9}(H)$	$q_{0.95}(H)$
H1G	[1.392,2.064]	[1.311,1.945]	[1.775,3.520]	[3.328,4.799]	[4.240,6.023]
H1D	[1.473,2.018]	[1.393,1.901]	[1.746,2.907]	[3.442,4.611]	[4.293,5.583]
H1hG	[1.517,2.243]	[1.431,2.116]	[2.092,4.224]	[3.619,5.244]	[4.612,6.649]
H1hD	[1.588,2.212]	[1.501,2.083]	[2.008,3.662]	[3.729,5.094]	[4.633,6.243]
H2G	[2.141,2.897]	[2.016,2.759]	[3.611,6.473]	[4.959,6.850]	[6.163,8.676]
H2D	[2.430,3.225]	[2.289,3.078]	[4.224,7.048]	[5.591,7.549]	[6.806,8.996]
H2hG	[2.427,3.178]	[2.288,3.055]	[4.528,7.262]	[5.673,7.573]	[7.010,8.996]
H2hD	[2.693,3.529]	[2.540,3.420]	[5.242,7.996]	[6.219,8.356]	[7.632,8.996]
H3G	[0.804,1.150]	[0.769,1.092]	[0.575,1.110]	[1.929,2.703]	[2.432,3.378]
H3D	[0.892,1.309]	[0.852,1.241]	[0.709,1.324]	[2.127,3.020]	[2.682,3.716]
H4G	[0.312,0.528]	[0.311,0.508]	[0.104,0.349]	[1.006,1.349]	[1.020,1.799]
H4D	[0.321,0.658]	[0.317,0.629]	[0.098,0.485]	[1.006,1.657]	[1.042,2.167]

A partir de ces résultats, nous pouvons créer un nouveau tableau d'intervalles. Pour chaque position, nous rassemblons les deux intervalles (G-D) en un seul en prenant l'union de ces

deux intervalles. Cette approche conservatrice nous fournit des intervalles approximatifs de niveau 0.95. Nous obtenons ainsi :

Tabke 3.b

position	μ_H (app1)	μ_H (app 2)	σ_H^2	$q_{0.9}(H)$	$q_{0.95}(H)$
H1	[1.392,2.064]	[1.311,1.945]	[1.775,3.520]	[3.328,4.799]	[4.240,6.023]
H1h	[1.517,2.243]	[1.431,2.116]	[2.008,4.224]	[3.619,5.244]	[4.612,6.649]
H2	[2.141,3.225]	[2.016,3.078]	[3.611,7.048]	[4.959,7.549]	[6.163,8.996]
H2h	[2.427,3.529]	[2.288,3.420]	[4.528,7.996]	[5.673,8.356]	[7.010,8.996]
H3	[0.804,1.309]	[0.769,1.241]	[0.575,1.324]	[1.929,3.020]	[2.432,3.716]
H4	[0.312,0.658]	[0.311,0.629]	[0.104,0.485]	[1.006,1.657]	[1.020,2.167]

N.B. La colonne μ_H (app 2) reprend les intervalles de confiance sur la moyenne du champ, calculés par la méthode simple (deuxième approche) présentée plus haut.

5.3 Intervalles en ne supposant pas la normalité des champs standardisés.

Dans la méthode bootstrap ci-dessous, la distribution des champs standardisés est supposée Normale et les échantillons bootstrap sont basés sur cette hypothèse. A titre de comparaison, nous levons ici cette hypothèse en basant directement les calculs sur la fonction de répartition empirique du champ standardisé. Pour cette seconde méthode, étant donnée la lourdeur des calculs, nous avons travaillé avec B=200 échantillons bootstrap (au lieu de B=1000). On voit que les résultats obtenus sont très proches des résultats obtenus à la table 3, et donc que l'hypothèse de normalité ne semble pas jouer un rôle majeur dans cette étude. Remarquons qu'ici, vu le nombre énorme de calculs à effectuer par la méthode empirique, les quantiles ont été calculés avec une précision inférieure à celle utilisée pour la méthode normale.

Table 4 : Estimations des paramètres sans hypothèse de normalité sur H_{ST}

position	$\hat{\mu}_H$	$\hat{\sigma}_H^2$	$q_{0.9}(H)$	$q_{0.95}(H)$
H1G	1.721	2.659	4.040	5.273
H1D	1.754	2.332	4.038	4.966
H1hG	1.887	3.140	4.389	5.718
H1hD	1.913	2.804	4.356	5.392
H2G	2.542	4.920	5.895	7.224
H2D	2.836	5.618	6.408	7.896
H2hG	2.825	5.791	6.554	8.080
H2hD	3.122	6.600	7.186	8.914
H3G	0.988	0.853	2.340	2.996
H3D	1.119	1.010	2.696	3.266
H4G	0.415	0.212	1.042	1.354
H4D	0.476	0.283	1.138	1.585

Table 5: Intervalles de confiance sur les paramètres sans hypothèse de normalité sur H_{ST}

position	μ_H	σ_H^2	$q_{0.9}(H)$	$q_{0.95}(H)$
H1G	[1.370,2.094]	[1.724,3.562]	[3.080,4.726]	[4.019,6.057]
H1D	[1.472,2.050]	[1.691,2.887]	[3.470,4.657]	[4.312,5.706]
H1hG	[1.497,2.322]	[2.071,4.446]	[3.559,5.410]	[4.579,6.835]
H1hD	[1.639,2.202]	[2.037,3.602]	[3.760,5.051]	[4.485,6.196]
H2G	[2.211,2.950]	[3.658,6.232]	[5.155,6.659]	[6.324,8.627]
H2D	[2.357,3.220]	[3.942,6.900]	[5.602,7.292]	[6.722,9.352]
H2hG	[2.393,3.259]	[4.460,7.094]	[5.607,7.493]	[7.040,9.375]
H2hD	[2.684,3.611]	[4.860,8.197]	[5.830,8.382]	[7.356,9.994]
H3G	[0.822,1.134]	[0.573,1.098]	[1.885,2.757]	[2.480,3.461]
H3D	[0.879,1.320]	[0.647,1.303]	[2.080,3.057]	[2.813,3.694]
H4G	[0.319,0.535]	[0.111,0.354]	[0.753,1.290]	[1.061,1.699]
H4D	[0.311,0.647]	[0.083,0.482]	[0.741,1.636]	[1.046,2.259]

On en déduit les valeurs et les intervalles approximatifs suivants pour chaque position :

Table 4b

position	$\hat{\mu}_H$	$\hat{\sigma}_H^2$	$q_{0.9}(H)$	$q_{0.95}(H)$
H1	1.7375	2.4955	4.039	5.119
H1h	1.9	2.972	4.372	5.555
H2	2.689	5.269	6.151	7.560
H2h	2.9735	6.1955	6.870	8.497
H3	1.0535	0.9315	2.518	3.131
H4	0.4455	0.2475	1.090	1.469

Table 5b

position	μ_H	σ_H^2	$q_{0.9}(H)$	$q_{0.95}(H)$
H1	[1.370,2.094]	[1.691,3.562]	[3.080,4.726]	[4.019,6.057]
H1h	[1.497,2.322]	[2.037,4.446]	[3.559,5.410]	[4.485,6.835]
H2	[2.211,3.22]	[3.658,6.900]	[5.155,7.292]	[6.324,9.352]
H2h	[2.393,3.611]	[4.460,8.197]	[5.607,8.382]	[7.040,9.994]
H3	[0.822,1.320]	[0.573,1.303]	[1.885,3.057]	[2.480,3.694]
H4	[0.311,0.647]	[0.083,0.482]	[0.741,1.636]	[1.046,2.259]

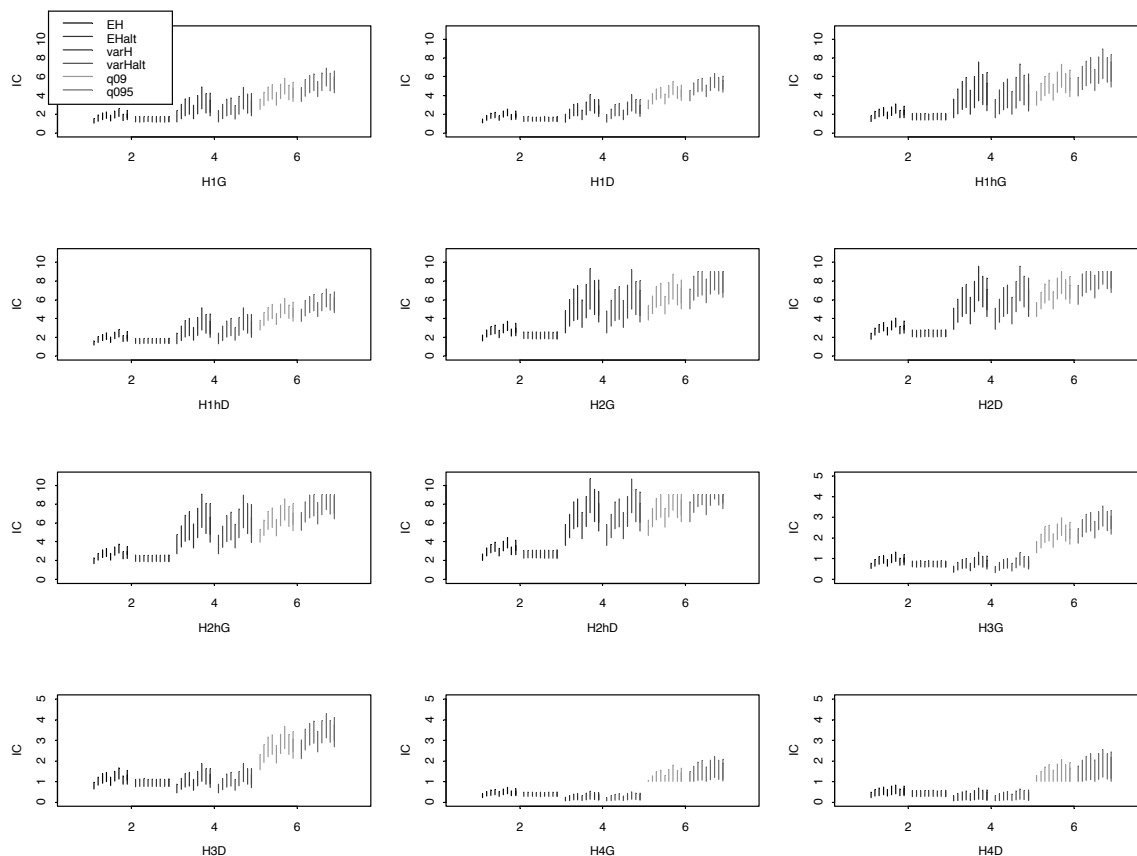
5.4 Impact de la non connaissance parfaite de la distribution de courant sur l'ensemble du réseau

Pour illustrer l'impact du choix de ces 16 lignes particulières sur les quantités calculées ci-dessus, nous tirons 8 échantillons de taille 16 au hasard et avec remise parmi ces 16 lignes, et nous recalculons, pour chacun des ces 8 échantillons, les intervalles en procédant comme ci-dessus.

Le graphique suivant représente par un trait vertical les intervalles de confiance trouvés avec les 16 lignes originales (1 graphique par position et une couleur pour chaque quantité ($E(H)$, $stddev(H)$, etc.), ainsi que les intervalles de confiance trouvés en prenant les 8 échantillons

généérés. Pour chaque quantité, le premier trait représente l'intervalle trouvé avec les 16 lignes originales, et les traits suivants représentent les 8 autres intervalles trouvés.

Nous constatons bien sûr un effet du choix des lignes, mais l'impact reste toutefois assez limité (la plupart des intervalles se chevauchent).



6. Annexe test de normalité du champ standardisé pour le réseau 380kV

6.1 Résultats du test de Kolmogorov-Smirnov

Pour le côté gauche :

Descriptive Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Minimum	Maximum
HI1	18	3,4139	1,46309	,94	6,32
HI1H	18	3,7401	1,58033	1,08	7,13
HI2	20	5,0747	1,89158	2,08	9,78
HI2H	20	5,6559	2,00165	2,43	10,26
HI3	19	1,9801	,77992	,61	3,58
HI4	19	,8598	,49610	,27	2,41

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		HI1	HI1H	HI2	HI2H	HI3	HI4
N		18	18	20	20	19	19
Normal Parameters ^{a,b}	Mean	3,4139	3,7401	5,0747	5,6559	1,9801	,8598
	Std. Deviation	1,46309	1,58033	1,89158	2,00165	,77992	,49610
Most Extreme Differences	Absolute	,108	,114	,181	,150	,133	,145
	Positive	,098	,114	,181	,150	,133	,145
	Negative	-,108	-,084	-,106	-,083	-,113	-,121
Kolmogorov-Smirnov Z		,460	,483	,807	,670	,578	,634
Asymp. Sig. (2-tailed)		,984	,974	,532	,761	,892	,816

a. Test distribution is Normal.

b. Calculated from data.

Pour le côté droit :

Descriptive Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Minimum	Maximum
HI1	14	3,4772	1,07115	1,18	5,03
HI1H	14	3,7888	1,20894	1,38	6,01
HI2	14	5,6523	1,72993	2,75	8,96
HI2H	14	6,2703	1,95165	3,23	9,87
HI3	12	2,2353	,77555	1,01	3,64
HI4	11	,9792	,59213	,34	2,32

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		HI1	HI1H	HI2	HI2H	HI3	HI4
N		14	14	14	14	12	11
Normal Parameters ^{a,b}	Mean	3,4772	3,7888	5,6523	6,2703	2,2353	,9792
	Std. Deviation	1,07115	1,20894	1,72993	1,95165	,77555	,59213
Most Extreme Differences	Absolute	,140	,137	,246	,194	,243	,205
	Positive	,140	,121	,246	,194	,142	,205
	Negative	-,100	-,137	-,129	-,086	-,243	-,140
Kolmogorov-Smirnov Z		,522	,511	,919	,726	,843	,680
Asymp. Sig. (2-tailed)		,948	,956	,368	,668	,476	,744

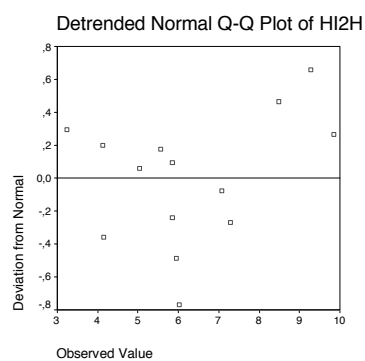
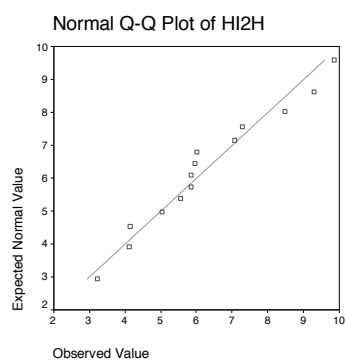
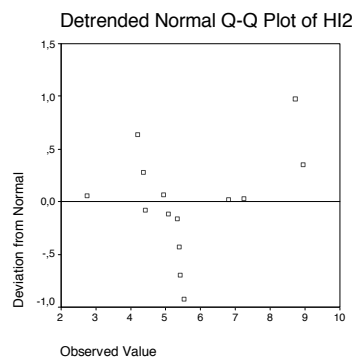
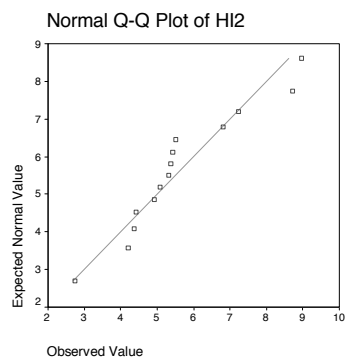
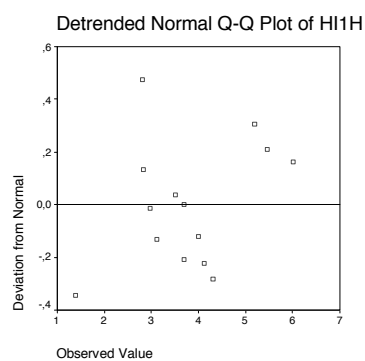
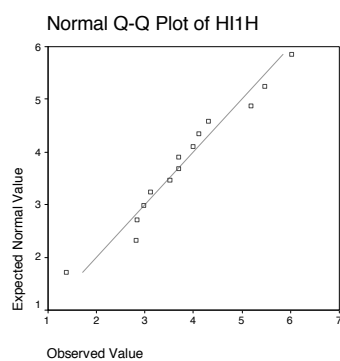
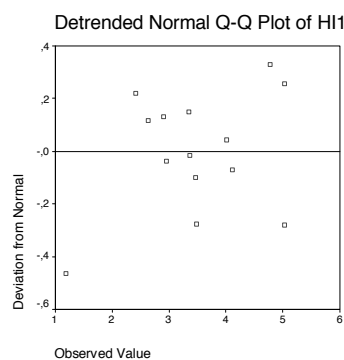
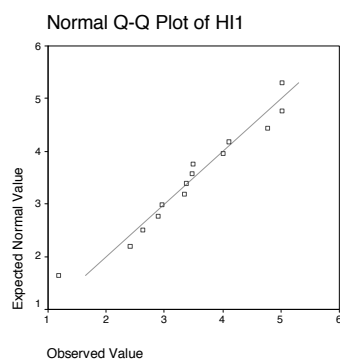
a. Test distribution is Normal.

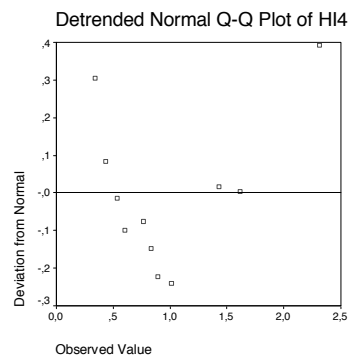
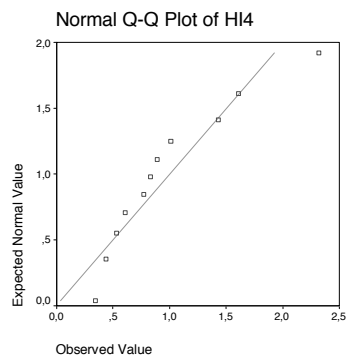
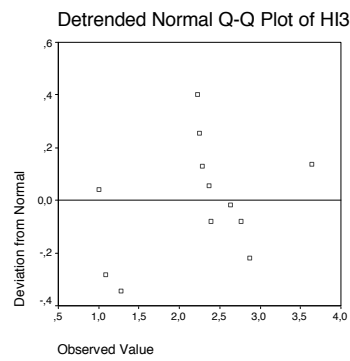
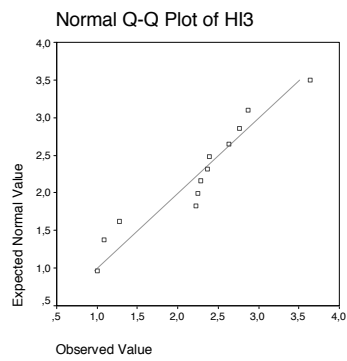
b. Calculated from data.

6.2 qqplots des champs standardisé

Pour le côté droit

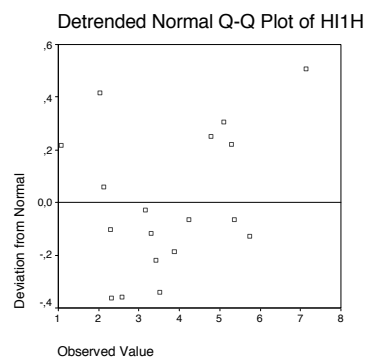
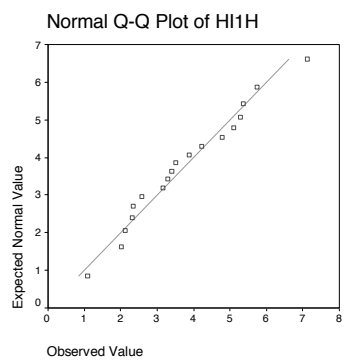
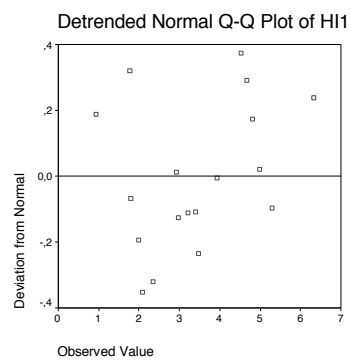
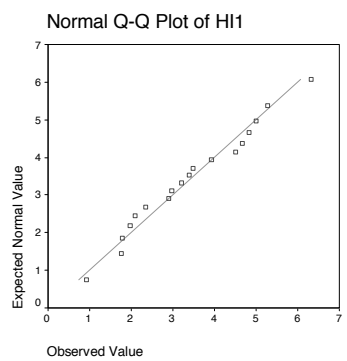
Expected Normal quantiles calculated using Blom's proportional estimation formula and assigning the mean to ties.

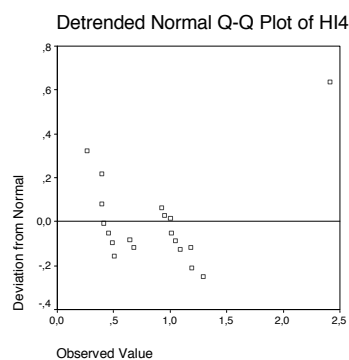
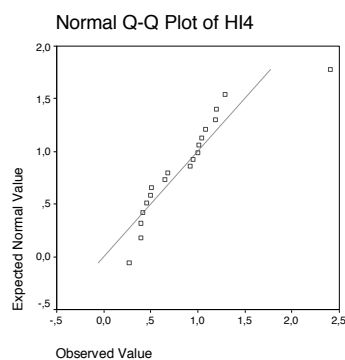
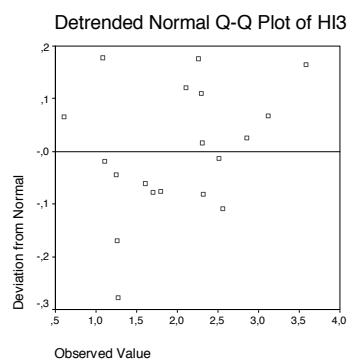
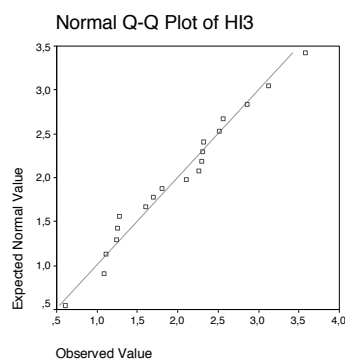
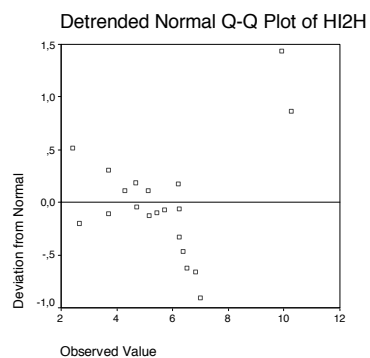
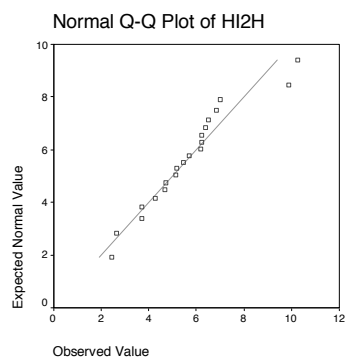
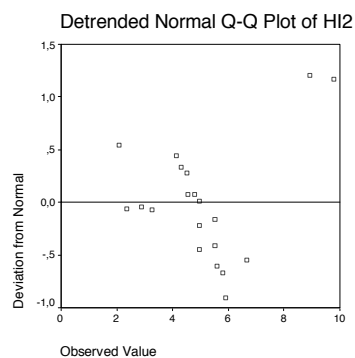
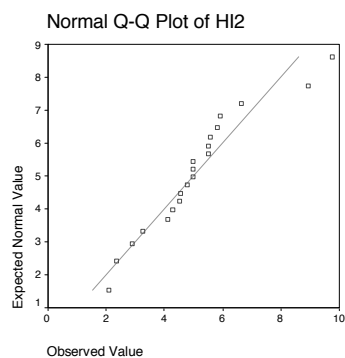




Pour le côté gauche

Expected Normal quantiles calculated using Blom's proportional estimation formula and assigning the mean to ties.





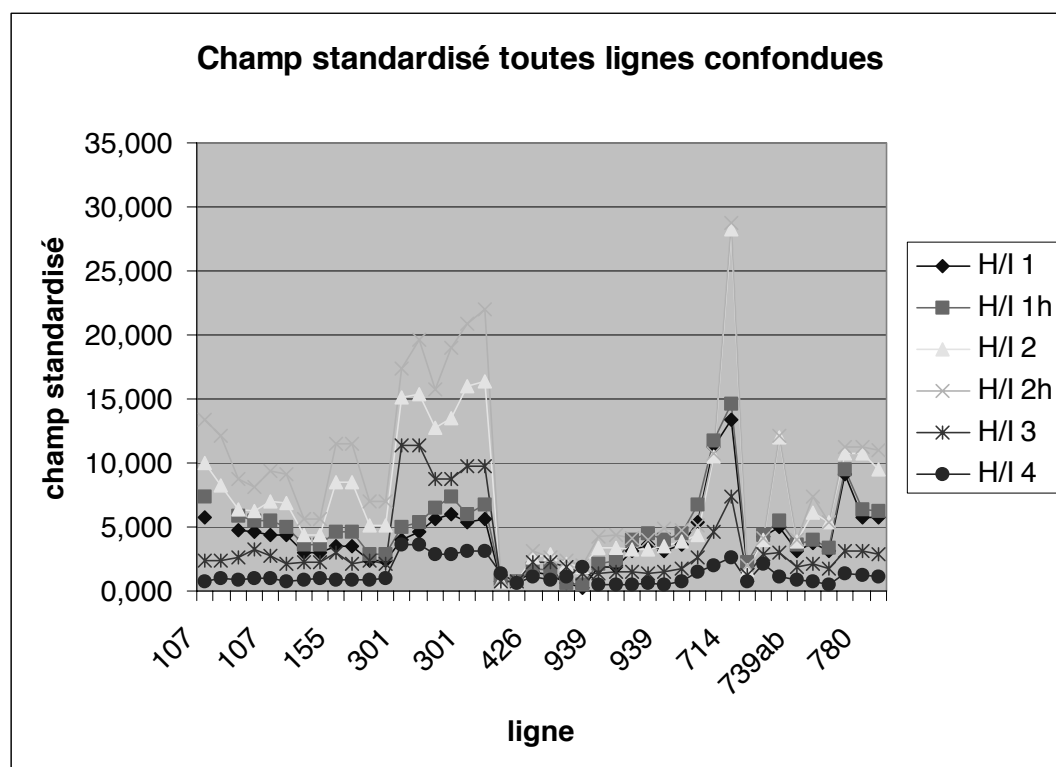
Partie II : Application de la méthodologie au réseau 70kV

Cette section présente les résultats de l'application de la méthodologie développée dans la partie I au réseau 70kV. Pour clarifier l'exposé, la structure de cette section est semblable à la précédente.

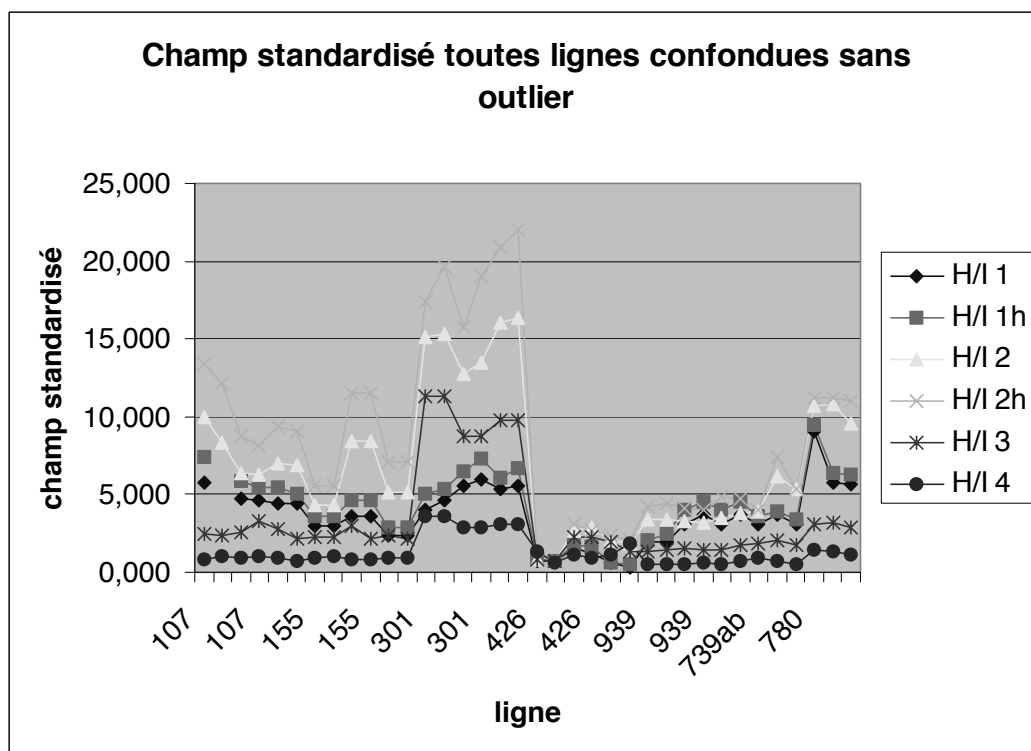
1. Analyse descriptive des données

1.1 Champs standardisés sur chaque ligne

Nous commençons par représenter le champ standardisé selon chaque ligne. Au départ, nous disposons de 8 lignes (dont 6 doubles).

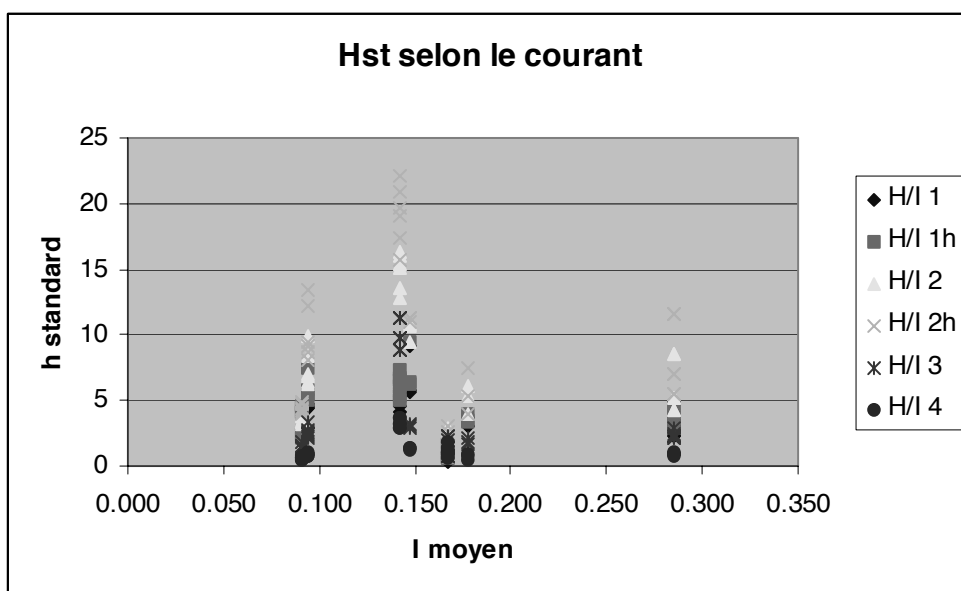


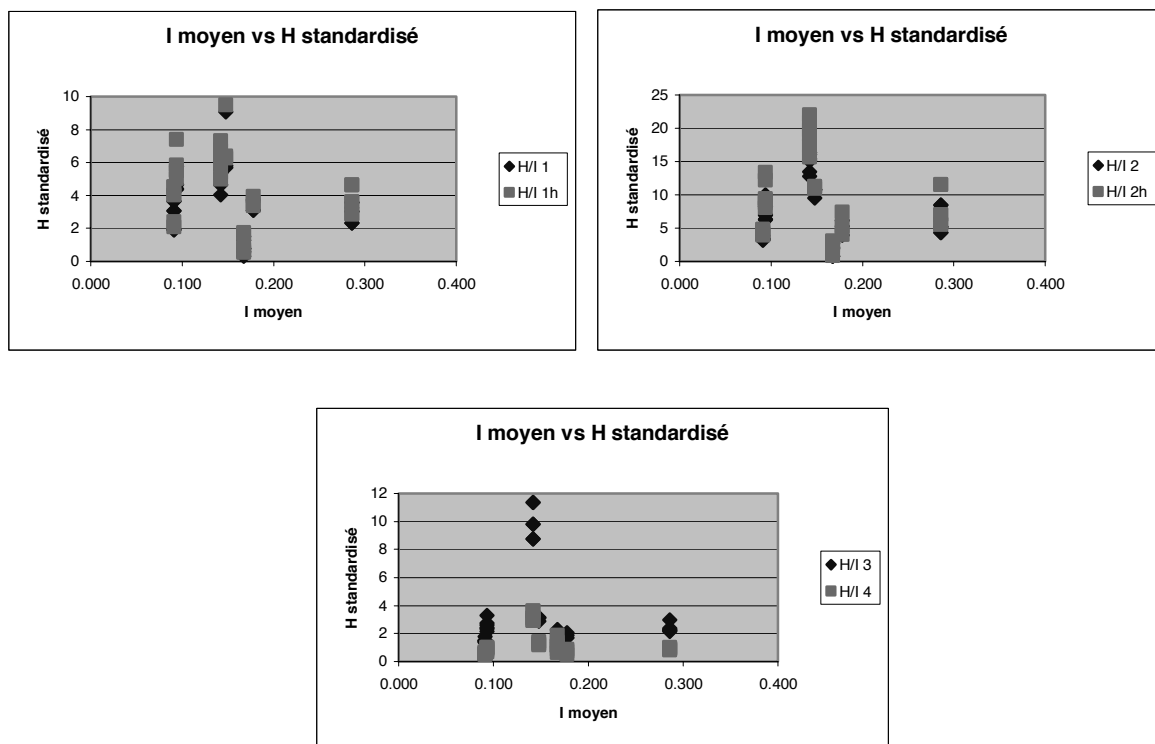
Nous constatons que deux lignes ont un comportement différent des autres : la ligne 301 et la ligne 714. Après discussion avec Monsieur Hoeffelman, nous convenons de retirer de l'étude la ligne 714/715 (incohérence des mesures successives). Par contre, nous gardons la ligne 301. Cette ligne a une configuration différente des autres lignes, ce qui explique les valeurs observées très différentes, mais ces valeurs sont malgré tout correctes. Il nous reste donc 7 lignes (dont 5 doubles) pour notre étude. Voici le graphique des champs standardisés avec ces 7 lignes :



1.2 Champ standardisé selon les points de mesure

Les graphiques suivants représentent, pour chaque point de mesure, le champ standardisé en fonction du courant moyen annuel sur la ligne.





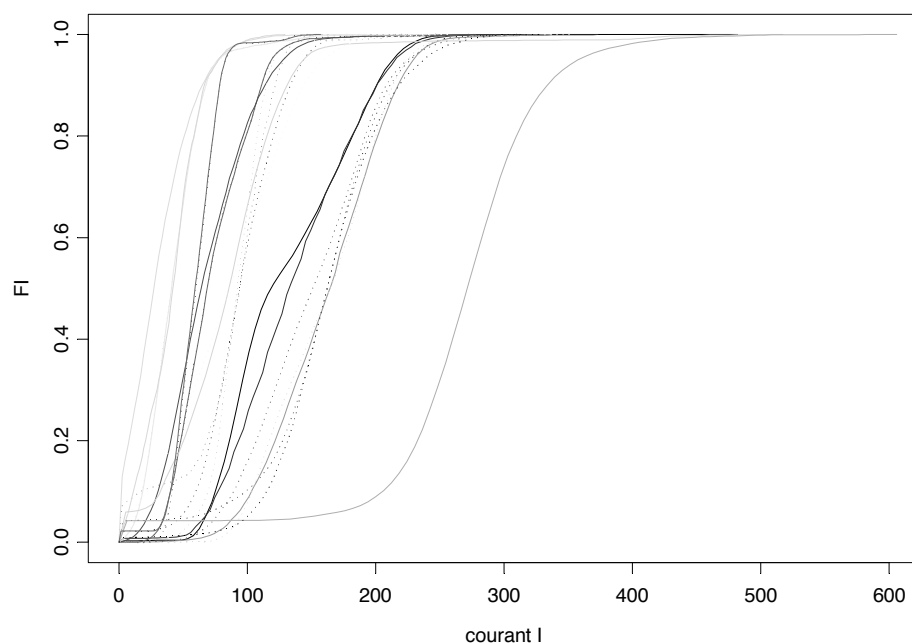
Ces graphiques montrent qu'il ne semble pas y avoir de relation particulière entre H_{st} et la valeurs moyenne annuelle du courant (on ne remarque pas spécialement de grandes valeurs de champ standardisé là où on a un courant moyen assez élevé). Il semble donc plausible de supposer que le champ standardisé est indépendant du courant.

1.3 Normalité des champs standardisés

Pour étudier l'hypothèse de normalité des champs standardisés, nous avons réalisé quelques qq plots pour chaque position sous la ligne (voir annexe). Sur base de ces graphiques, l'hypothèse de normalité semble plausible pour les positions 1 et 2, mais pas pour les positions 3 et 4. Par prudence, dans notre étude, nous réaliserons donc les calculs sous l'hypothèse de normalité, mais également sans cette hypothèse (en utilisant l'estimateur empirique de la distribution de champ).

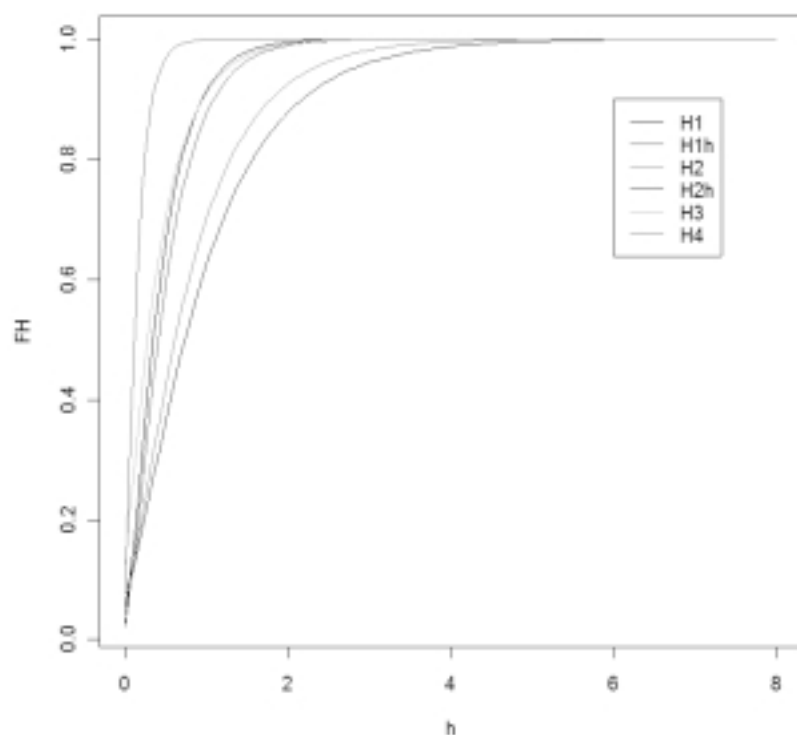
1.4 Distributions de courant dans les lignes

Pour estimer la distribution du courant, nous disposons de lignes supplémentaires. Nous disposons au total de la distribution de courant sur 15 lignes (dont 7 doubles). Nous en déduisons un estimateur du courant global dans le réseau, en additionnant les fonctions de répartition dans chaque ligne, pondérée par la probabilité de la ligne (proportionnelle à sa longueur). Voici l'allure de la distribution du courant dans chaque ligne :



2. Estimation d'une distribution nationale de champ magnétique

Les configurations G-D étant assez différentes, nous allons, pour chaque portée sur laquelle nous disposons de deux observations (notées ici G-D), prendre une de ces deux observations au hasard. Ceci nous évitera en effet de prendre systématiquement un côté ayant une même configuration. Procédant de la sorte, nous obtenons les résultats suivants :



3. Estimation de paramètres d'intérêt et des intervalles de confiances associés

Notons que l'estimateur de la moyenne du courant I calculé ci-dessous n'est pas calculé sur toutes les lignes pour lesquelles nous disposons de la distribution de courant. En effet, nous ne disposons pas de la moyenne pour chacune de ces lignes (mais uniquement de la moyenne des lignes sur lesquelles nous disposons aussi des mesures de champ). Cet estimateur est donc peu précis.

Table 6 : Estimateurs des paramètres d'intérêt sur base d'une hypothèse de normalité sur les champs standardisés.

Position	$\hat{\mu}_H$	$\hat{\sigma}_H^2$	$q_{0.9}(H)$	$q_{0.95}(H)$
H1	0.413	0.144	0.94	1.19
H1h	0.485	0.187	1.08	1.36
H2	0.780	0.559	1.79	2.28
H2h	0.946	0.833	2.17	2.78
H3	0.372	0.178	0.95	1.24
H4	0.122	0.020	0.33	0.42

Table 7 : Intervalles de confiance pour les paramètres d'intérêt sur base d'une hypothèse de normalité sur les champs standardisés.

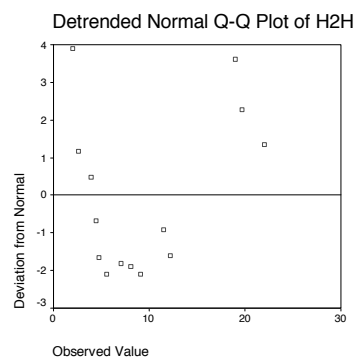
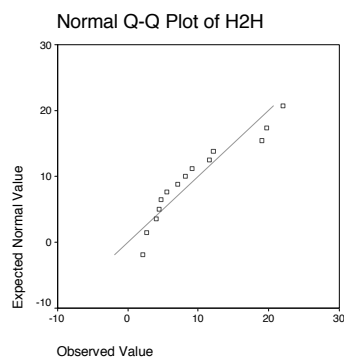
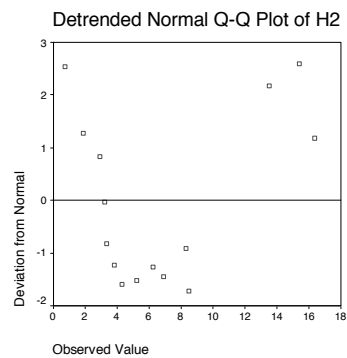
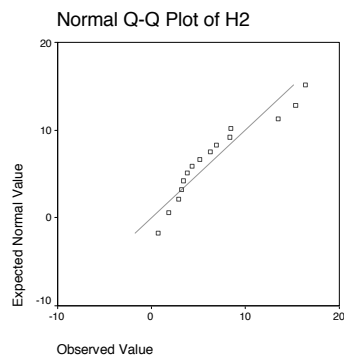
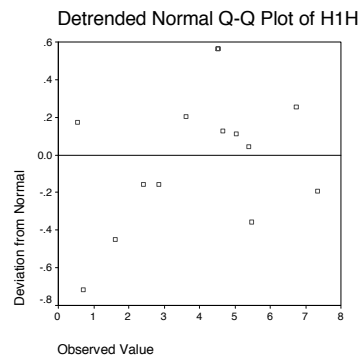
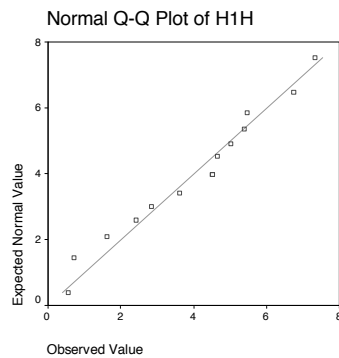
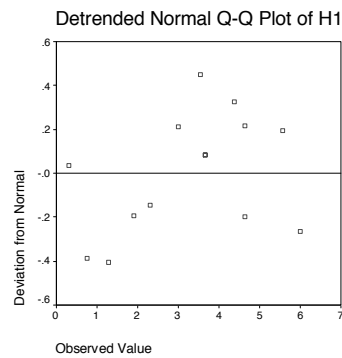
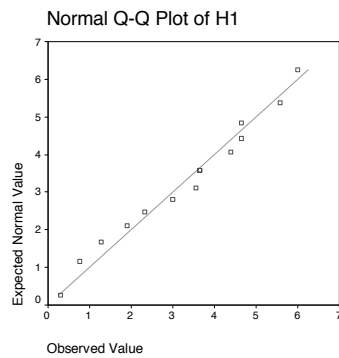
position	μ_H (appr 1)	μ_H (appr 2)	σ_H^2	$q_{0.9}(H)$	$q_{0.95}(H)$
H1	[0.318,0.508]	[0.471,0.740]	[0.088,0.210]	[0.745,1.130]	[0.940,1.420]
H1h	[0.385,0.583]	[0.569,0.846]	[0.124,0.249]	[0.886,1.260]	[1.110,1.570]
H2	[0.587,1.000]	[0.837,1.420]	[0.321,0.816]	[1.360,2.210]	[1.720,2.800]
H2h	[0.709,1.200]	[0.993,1.700]	[0.474,1.230]	[1.650,2.680]	[2.120,3.410]
H3	[0.228,0.524]	[0.352,0.736]	[0.034,0.329]	[0.498,1.290]	[0.608,1.680]
H4	[0.0823,0.17]	[0.147,0.263]	[0.006,0.034]	[0.216,0.440]	[0.266,0.562]

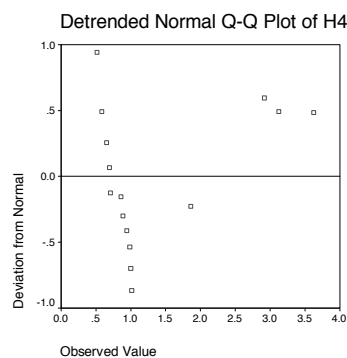
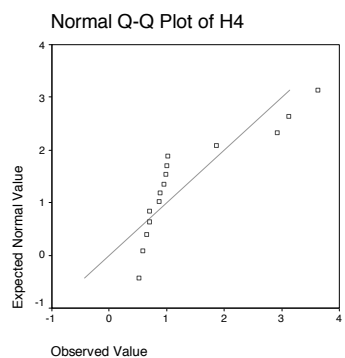
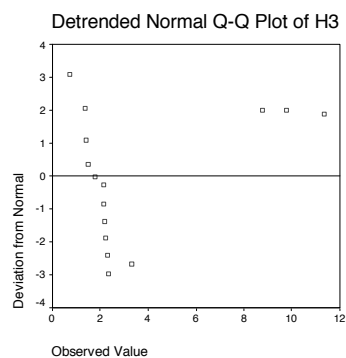
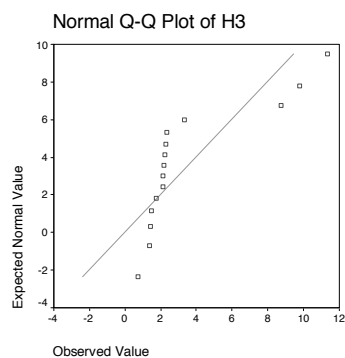
Table 8 : Estimateurs des paramètres d'intérêt sans hypothèse de normalité sur les champs standardisés.

position	$\hat{\mu}_H$	$E(H)$ alt	$\hat{\sigma}_H^2$	$q_{0.9}(H)$	$q_{0.95}(H)$
H1	[0.325,0.512]	[0.467,0.719]	[0.090,0.213]	[0.754,1.135]	[0.938,1.445]
H1h	[0.401,0.620]	[0.570,0.864]	[0.124,0.261]	[0.910,1.322]	[1.136,1.652]
H2	[0.565,1.030]	[0.790,1.412]	[0.335,0.853]	[1.322,2.327]	[1.785,2.932]
H2h	[0.723,1.220]	[1.001,1.669]	[0.515,1.270]	[1.666,2.760]	[2.224,3.495]
H3	[0.228,0.501]	[0.338,0.703]	[0.034,0.364]	[0.505,1.340]	[0.614,1.859]
H4	[0.089,0.170]	[0.153,0.260]	[0.010,0.038]	[0.219,0.447]	[0.287,0.610]

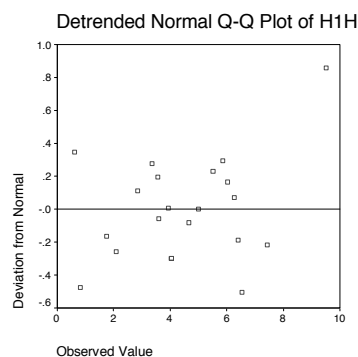
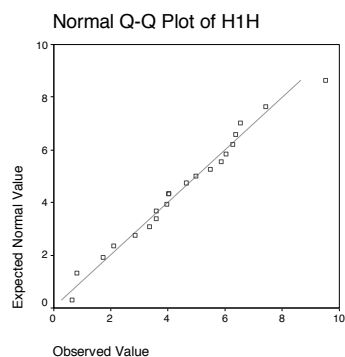
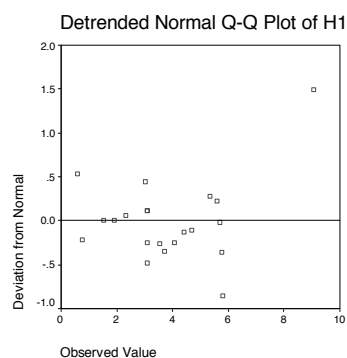
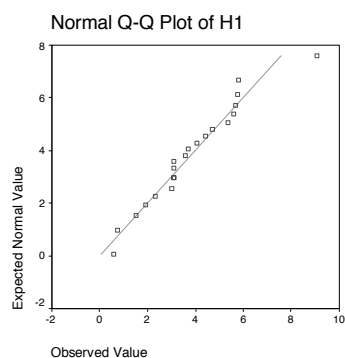
4. Annexe 2 : analyse de normalité des champs standardisés pour le réseau 70kV

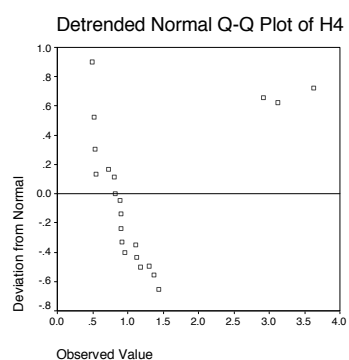
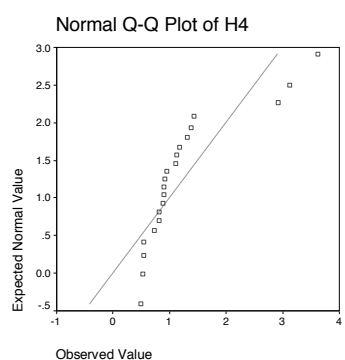
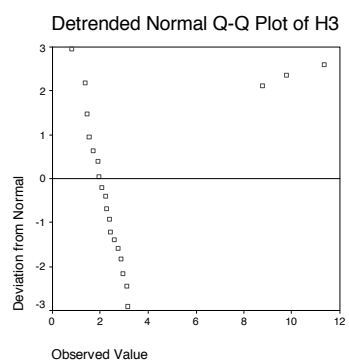
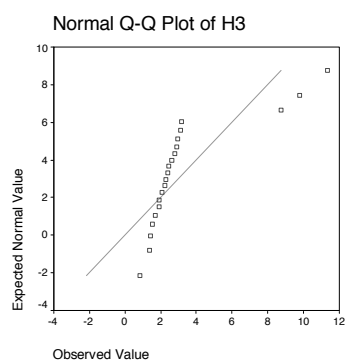
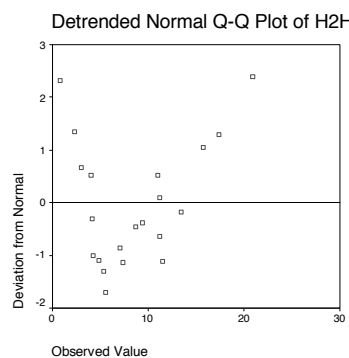
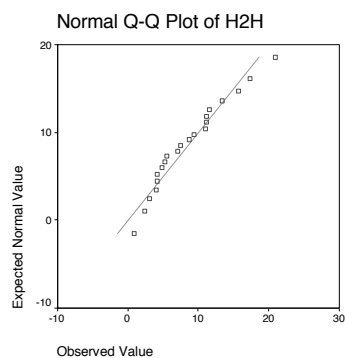
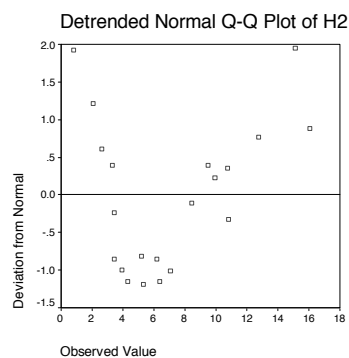
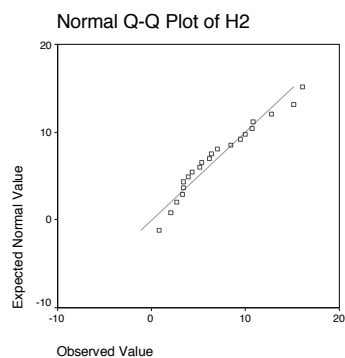
Pour le côté droit





Pour le côté gauche





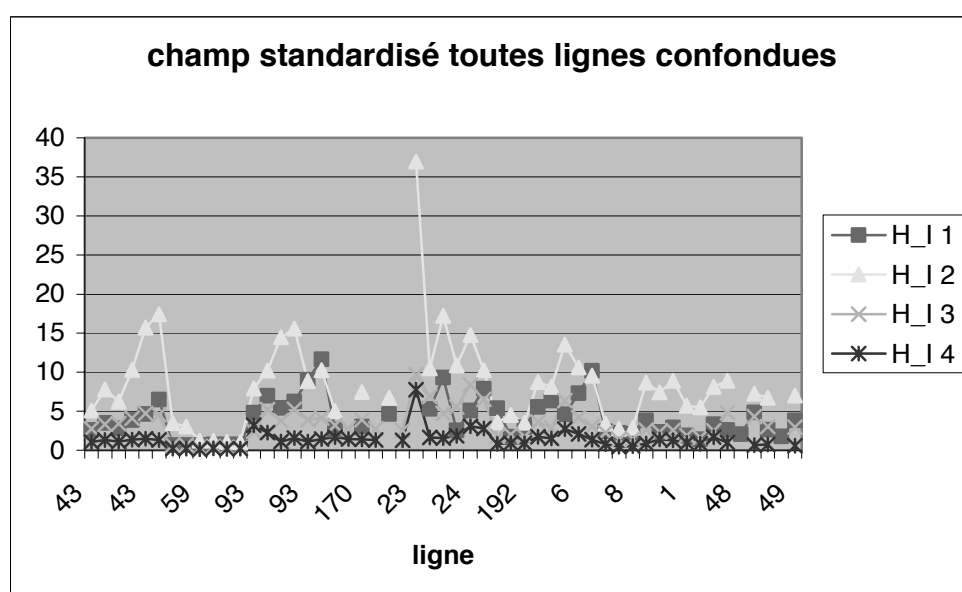
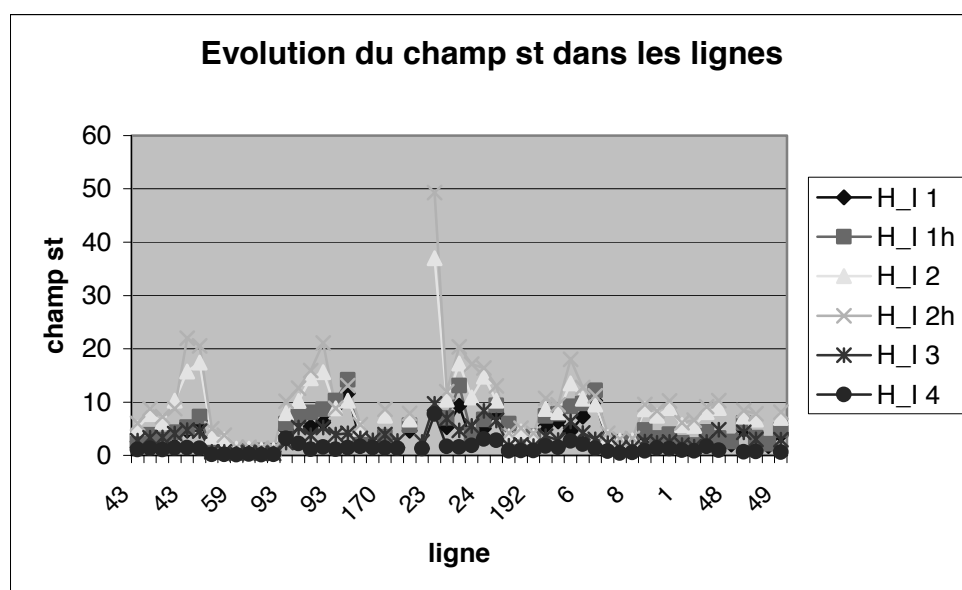
Partie II : Application de la méthodologie au réseau 150kV

Cette section présente les résultats de l'application de la méthodologie développée dans la partie I au réseau 150kV. Pour clarifier l'exposé, la structure de cette section est semblable à la précédente.

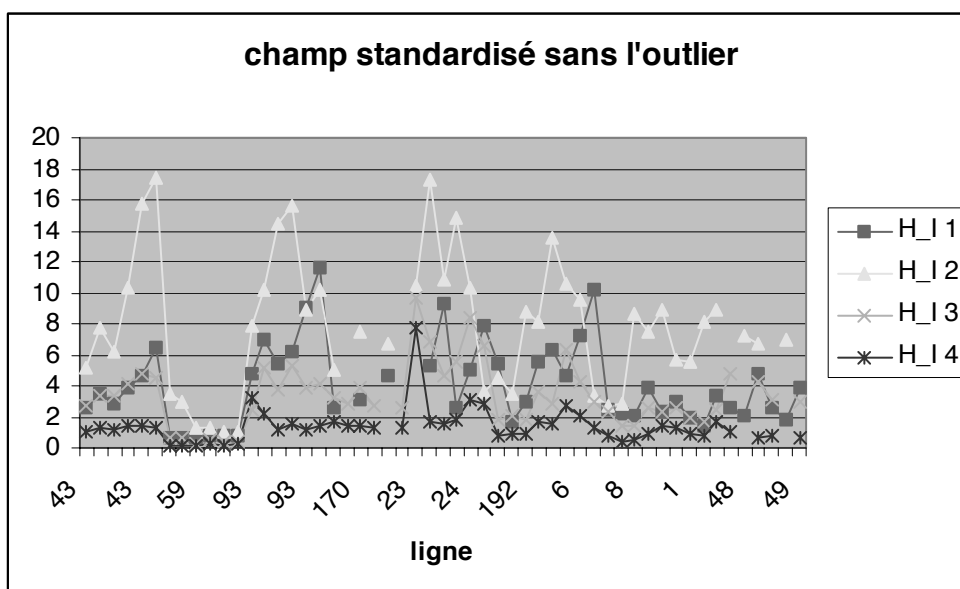
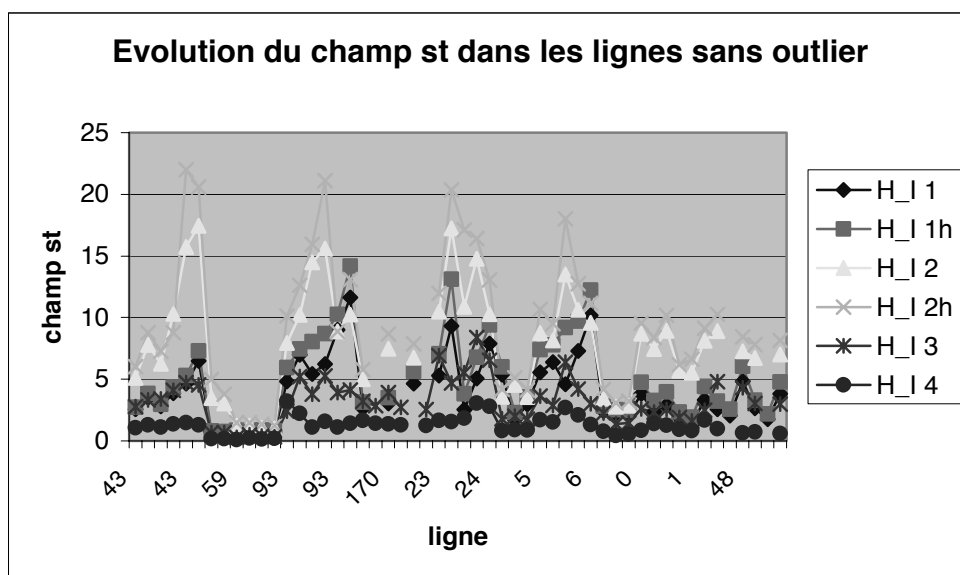
1. Analyse descriptive des données

1.1 Champs standardisés sur chaque ligne

Nous commençons par représenter le champ standardisé selon chaque ligne. Au départ, nous disposons de 10 lignes dont 8 doubles.

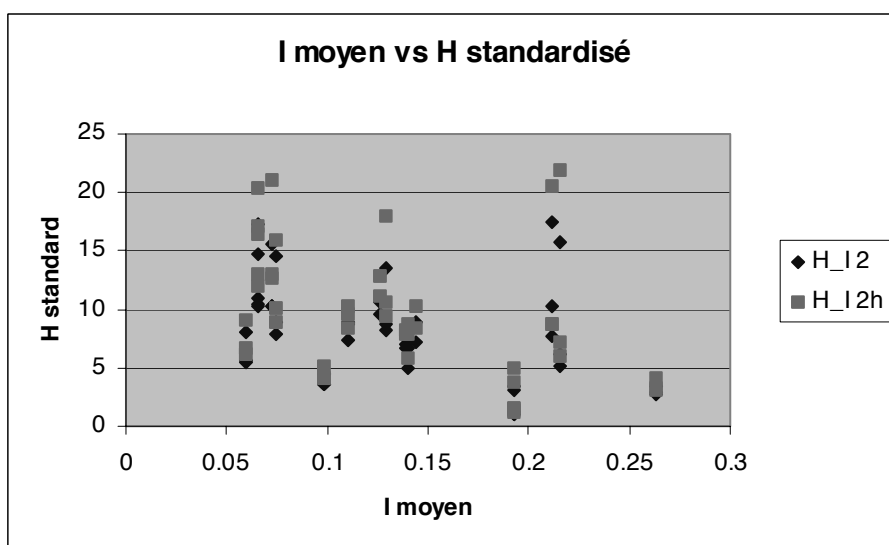
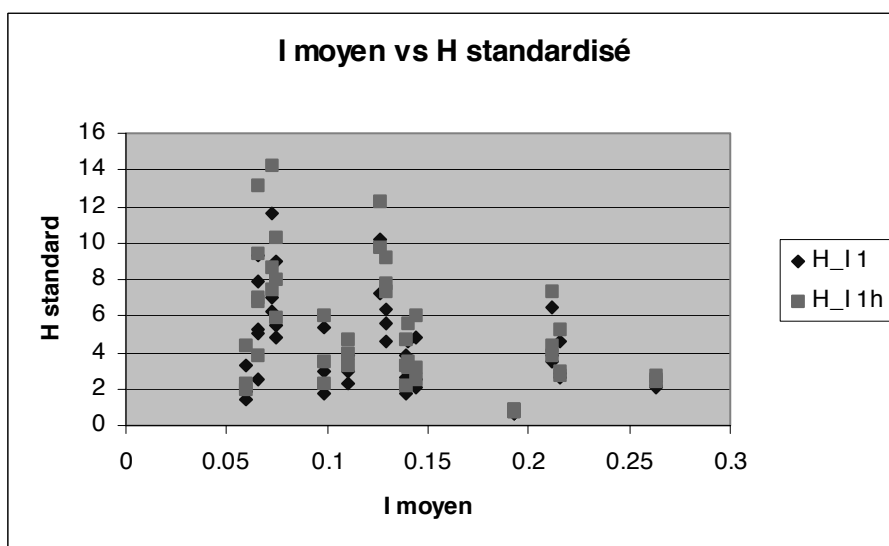
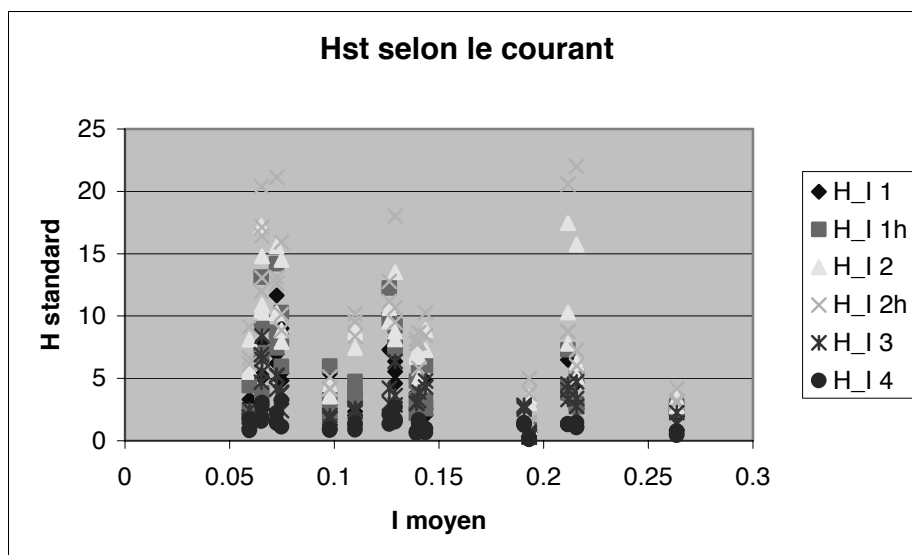


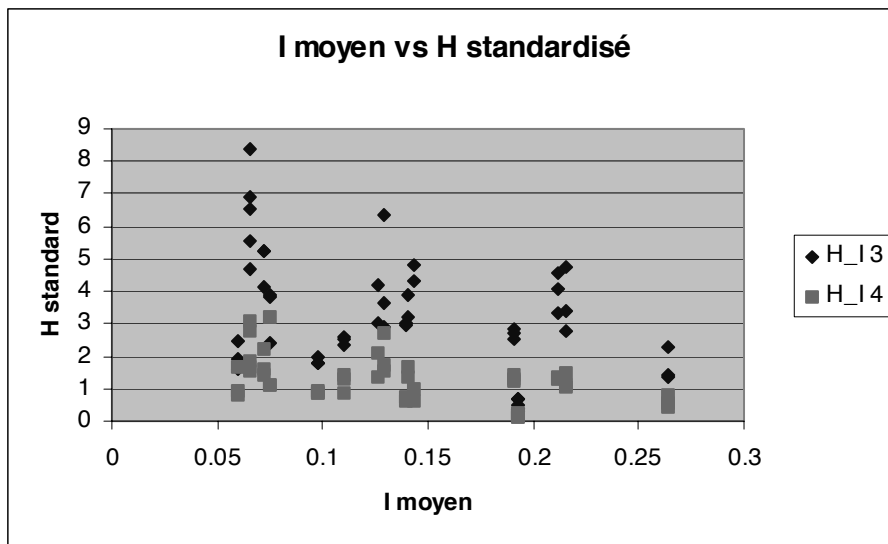
Au vu de ces graphiques, on supprime les données de la portée, ligne 23/24, car elle contient clairement une valeur aberrante. Voici ce qu'on obtient alors avec les lignes restantes :



1.2 Etude des champs standardisés selon les points de mesure

Les graphiques suivants représentent, pour chaque point de mesure, le champ standardisé en fonction du courant moyen annuel sur la ligne.





Par ces graphiques, il semble y avoir une relation entre le courant et le champ standardisé : plus le courant moyen sur la ligne augmente, plus le champ standardisé diminue. Ceci pourrait s'expliquer par des raisons historiques : les lignes les plus récentes, dimensionnées pour des courants plus élevés seraient aussi plus hautes. Il semble toutefois que l'on puisse garder l'hypothèse d'indépendance entre le courant et le champ standardisé car prendre cette hypothèse amènera plutôt à sur estimer les champs plutôt que les sous-estimer ce qui est une approche conservatrice.

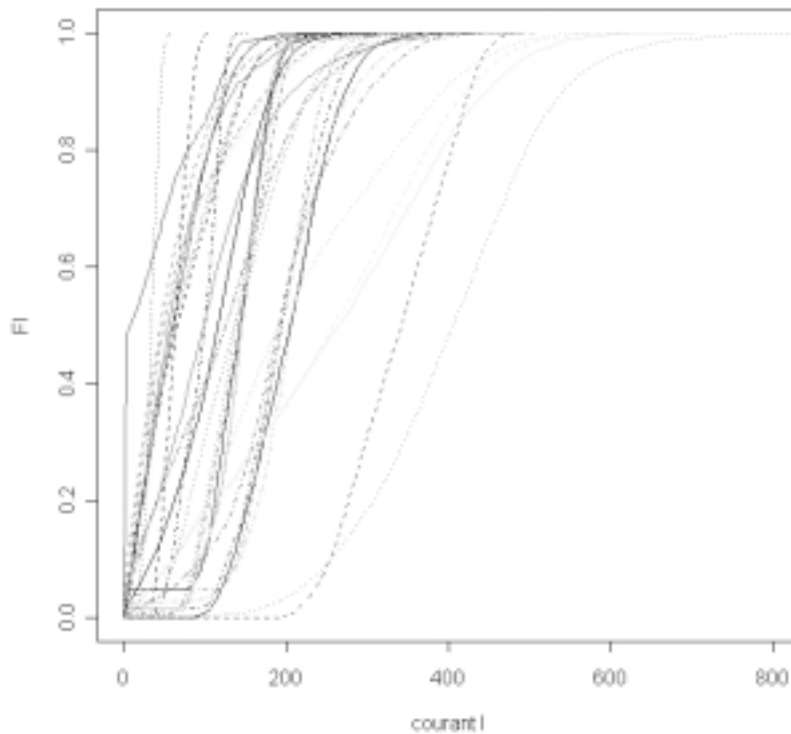
1.3 Normalité des champs standardisés

Pour étudier l'hypothèse de normalité des champs standardisés, nous avons réalisé quelques qq plots pour chaque position sous la ligne (voir annexe). Au vu de ces graphiques, l'hypothèse de normalité semble plausible. Par prudence, dans notre étude, nous réaliserons donc les calculs sous l'hypothèse de normalité, mais également sans cette hypothèse (en utilisant l'estimateur empirique de la distribution de champ).

1.4 Distributions de courant dans les lignes

Pour estimer la distribution du courant, nous disposons de lignes supplémentaires. Nous disposons au total de la distribution de courant sur 33 lignes. Nous en déduisons un estimateur du courant global dans le réseau, en additionnant les fonctions de répartition dans chaque ligne, pondérée par la probabilité de la ligne (proportionnelle à sa longueur).

Voici l'allure de la distribution du courant dans chaque ligne :



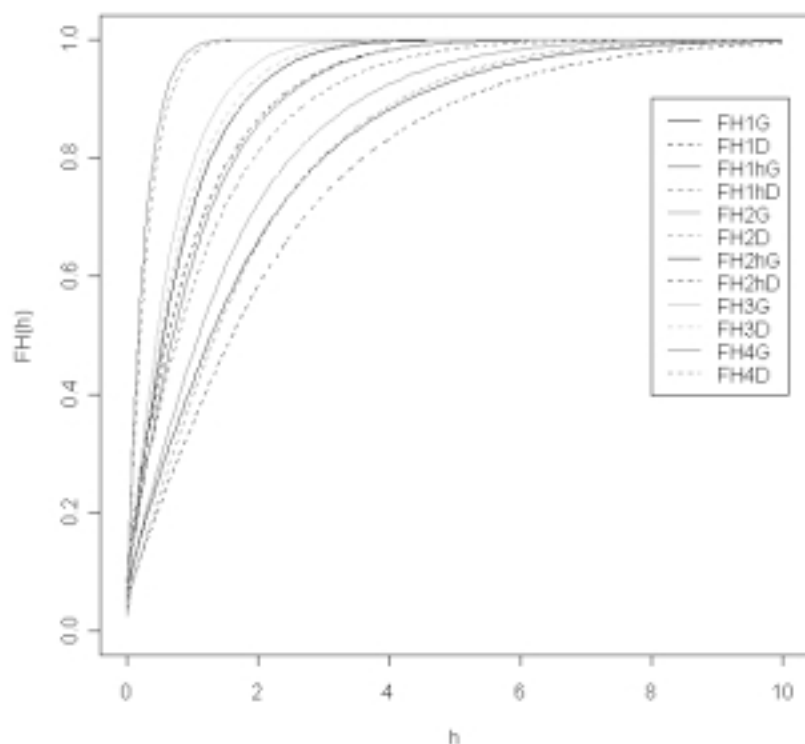
2. Estimation des distributions nationales de champs

Table 10 : Estimation la moyenne et variance du champ standardisé

Position	$\overline{H}_{st}$	$\sum H_{st}^2$	$S_{H_{st}}^2$	$S_{H_{st}}$
H1G	3.725	18.427	4.715	2.171
H1D	4.430	29.329	10.210	3.195
H1hG	4.757	31.134	8.813	2.969
H1hD	5.447	44.011	15.092	3.885
H2G	7.264	69.755	17.619	4.197
H2D	8.741	95.052	19.677	4.436
H2hG	8.628	101.232	27.774	5.270
H2hD	10.520	141.348	32.378	5.690
H3G	3.005	11.652	2.721	1.650
H3D	3.448	15.629	3.922	1.980
H4G	1.160	1.815	0.488	0.698
H4D	1.351	2.376	0.576	0.759

2.2 Estimation de la distribution du champ (non standardisé)

Distribution de champ dans le réseau 150 (avec l'hypothèse de normalité des champs standardisés) :



2. Estimation et intervalles de confiance pour les paramètres d'intérêt

3.1 Résultats en supposant la normalité des Hst

Table 11 : Estimation du champ moyen par l'approche 2

position	$\hat{\mu}_H$	$\hat{\mu}_I$	$\hat{\mu}_H$
H1G	3.725	0.148	0.550
H1D	4.430	0.148	0.654
H1hG	4.757	0.148	0.702
H1hD	5.447	0.148	0.804
H2G	7.264	0.148	1.073
H2D	8.741	0.148	1.291
H2hG	8.628	0.148	1.274
H2hD	10.520	0.148	1.553
H3G	3.005	0.148	0.444
H3D	3.448	0.148	0.509
H4G	1.160	0.148	0.171
H4D	1.351	0.148	0.200

Table 12 : Estimation des paramètres d'intérêt (avec hyp de normalité)

position	$\hat{\mu}_H$ (ap1)	$\hat{\sigma}_H^2$	$q_{0.9}(H)$	$q_{0.95}(H)$
H1G	0.752	0.587	1.835	2.349
H1D	0.915	1.013	2.310	3.018
H1hG	0.970	1.018	2.382	3.070
H1hD	1.128	1.515	2.830	3.695
H2G	1.486	2.212	3.571	4.569
H2D	1.783	2.863	4.178	5.282
H2hG	1.773	3.232	4.300	5.530
H2hD	2.147	4.236	5.097	6.479
H3G	0.600	0.362	1.459	1.860
H3D	0.693	0.496	1.691	2.165
H4G	0.219	0.058	0.574	0.738
H4D	0.258	0.074	0.660	0.841

En prenant la moyenne G-D, on en déduit le tableau suivant :

Table 12b

Position	$\hat{\mu}_H$ (ap1)	$\hat{\sigma}_H^2$	$q_{0.9}(H)$	$q_{0.95}(H)$
H1	0.833	0.800	2.072	2.683
H1h	1.049	1.266	2.606	3.382
H2	1.634	2.537	3.874	4.925
H2h	1.960	3.734	4.698	6.004
H3	0.646	0.429	1.575	2.012
H4	0.238	0.066	0.617	0.789

Table 13 : intervalles de confiance sous l'hypothèse de normalité de Hst

position	μ_H (ap1)	μ_H (ap2)	σ_H^2	$q_{0.9}(H)$	$q_{0.95}(H)$
H1G	[0.592,0.914]	[0.437,0.666]	[0.353,0.847]	[1.46,2.20]	[1.85,2.82]
H1D	[0.642,1.206]	[0.455,0.870]	[0.511,1.540]	[1.66,2.86]	[2.17,3.71]
H1hG	[0.761,1.208]	[0.553,0.874]	[0.575,1.510]	[1.87,2.89]	[2.39,3.74]
H1hD	[0.808,1.493]	[0.577,1.075]	[0.777,2.330]	[2.02,3.55]	[2.64,4.57]
H2G	[1.213,1.837]	[0.869,1.331]	[1.440,3.140]	[2.84,4.25]	[3.57,5.40]
H2D	[1.404,2.190]	[1.004,1.589]	[1.830,3.840]	[3.30,4.93]	[4.20,6.16]
H2hG	[1.391,2.159]	[0.999,1.560]	[1.830,4.510]	[3.35,5.26]	[4.25,6.72]
H2hD	[1.626,2.663]	[1.167,1.942]	[2.580,5.620]	[4.02,6.11]	[5.08,7.00]
H3G	[0.477,0.725]	[0.353,0.532]	[0.229,0.498]	[1.19,1.72]	[1.51,2.20]
H3D	[0.533,0.867]	[0.393,0.637]	[0.295,0.720]	[1.32,2.04]	[1.67,2.60]
H4G	[0.165,0.271]	[0.133,0.209]	[0.030,0.086]	[0.45,0.70]	[0.56,0.90]
H4D	[0.196,0.325]	[0.155,0.249]	[0.046,0.109]	[0.52,0.79]	[0.66,1.01]

En prenant l'union G-D, on en déduit des intervalles pour chaque position :

Table 13b

position	μ_H (ap1)	μ_H (ap2)	σ_H^2	$q_{0.9}(H)$	$q_{0.95}(H)$
H1	[0.592, 1.206]	[0.437,0.870]	[0.353,1.540]	[1.46, 2.86]	[1.85,3.71]
H1h	[0.761, 1.493]	[0.553,1.075]	[0.575,2.330]	[1.87, 3.55]	[2.39,4.57]
H2	[1.213, 2.190]	[0.869,1.589]	[1.440,3.840]	[2.84, 4.93]	[3.57,6.16]
H2h	[1.391, 2.663]	[0.999,1.942]	[1.830,5.620]	[3.35, 6.11]	[4.25,7.00]
H3	[0.477, 0.867]	[0.353,0.637]	[0.229,0.720]	[1.19, 2.04]	[1.51,2.60]
H4	[0.165, 0.325]	[0.133,0.249]	[0.030,0.109]	[0.45, 0.79]	[0.56,1.01]

3.2 Estimations sans hypothèse de normalité sur le Hst

Table 14 : Estimations des paramètres sans hypothèse de normalité de Hst

position	$\hat{\mu}_H$	$\hat{\sigma}_H^2$	$q_{0.9}(H)$	$q_{0.95}(H)$
H1G	0.736	0.604	1.8	2.3
H1D	0.886	1.071	2.3	3.1
H1hG	0.954	1.058	2.3	3.1
H1hD	1.100	1.598	2.8	3.8
H2G	1.482	2.267	3.5	4.5
H2D	1.793	2.887	4.2	5.2
H2hG	1.763	3.270	4.1	5.4
H2hD	2.160	4.291	5.1	6.6
H3G	0.609	0.371	1.5	1.9
H3D	0.702	0.506	1.7	2.2
H4G	0.232	0.060	0.54	0.71
H4D	0.273	0.076	0.64	0.84

En prenant la moyenne G-D, on trouve les valeurs suivantes :

Table 14b

position	$\hat{\mu}_H$	$\hat{\sigma}_H^2$	$q_{0.9}(H)$	$q_{0.95}(H)$
H1	0.611	0.837	2.05	2.7
H1h	1.027	1.328	2.55	3.45
H2	1.673	2.577	3.95	4.85
H2h	1.961	3.780	4.6	6.0
H3	0.655	0.438	1.55	2
H4	0.252	0.068	0.59	0.77

Table 15 : intervalles de confiance sans hypothèse de normalité de Hst

position	E(H)	var(H)	$q_{0.9}(H)$	$q_{0.95}(H)$
H1G	[0.572,0.869]	[0.339,0.825]	[1.4,2.2]	[1.9,3.0]
H1D	[0.602,1.171]	[0.554,1.521]	[1.6,3.0]	[2.2,4.0]
H1hG	[0.747,1.163]	[0.620,1.512]	[1.7,2.9]	[2.4,3.9]
H1hD	[0.732,1.459]	[0.742,2.327]	[1.8,3.7]	[2.4,4.7]
H2G	[1.124,1.848]	[1.267,3.290]	[2.9,4.2]	[3.7,5.7]
H2D	[1.373,2.138]	[1.909,3.721]	[3.3,5.0]	[4.2,6.3]
H2hG	[1.445,2.173]	[1.894,3.991]	[3.3,5.0]	[4.2,7.3]
H2hD	[1.674,2.659]	[2.850,5.727]	[4.0,6.1]	[5.1,8.0]
H3G	[0.474,0.762]	[0.240,0.528]	[1.2,1.7]	[1.5,2.2]
H3D	[0.538,0.861]	[0.291,0.708]	[1.4,2.0]	[1.7,2.6]
H4G	[0.185,0.301]	[0.035,0.097]	[0.47,0.67]	[0.60,0.92]
H4D	[0.206,0.336]	[0.045,0.111]	[0.53,0.81]	[0.67,1.05]

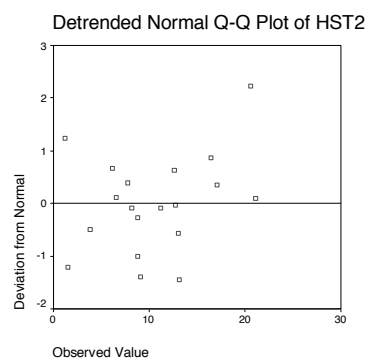
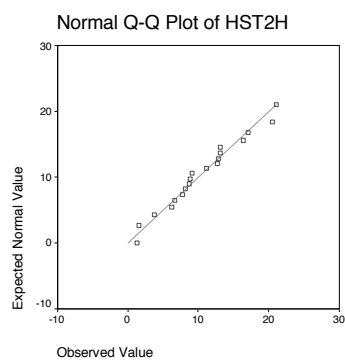
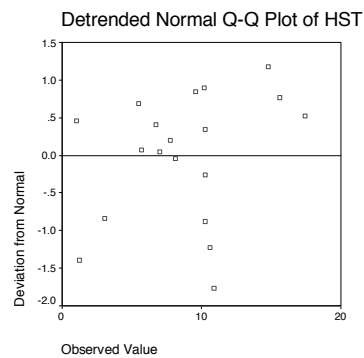
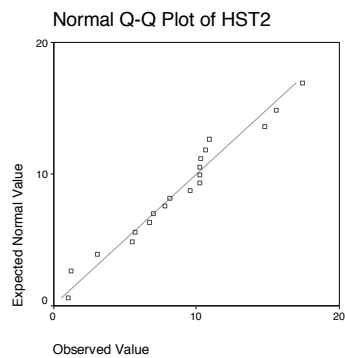
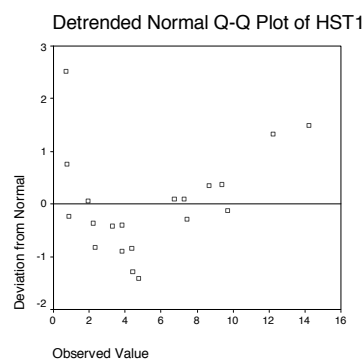
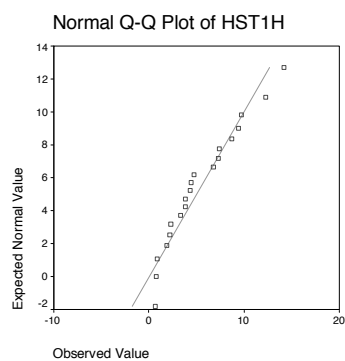
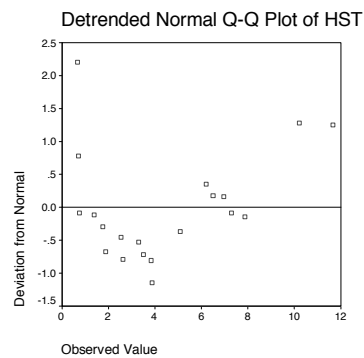
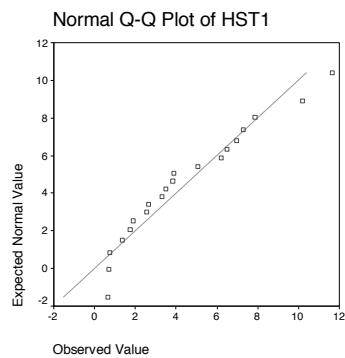
En prenant l'union G-D, on en déduit des intervalles pour chaque position :

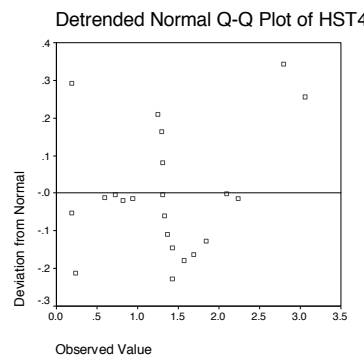
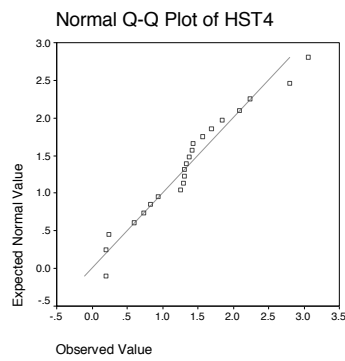
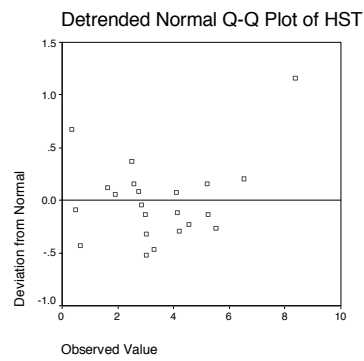
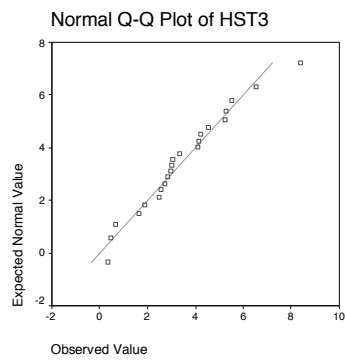
Table 15b

position	E(H)	var(H)	$q_{0.9}(H)$	$q_{0.95}(H)$
H1	[0.572,1.171]	[0.339,1.521]	[1.4,3.0]	[1.8, 3.8]
H1h	[0.732,1.459]	[0.620,2.327]	[1.7,3.7]	[2.4, 4.7]
H2	[1.124, 2.138]	[1.267,3.721]	[2.9,5.0]	[3.7, 6.3]
H2h	[1.445,2.659]	[1.894,5.727]	[3.3,6.1]	[4.2,8.0]
H3	[0.474,0.861]	[0.240,0.708]	[1.2,2.0]	[1.5, 2.6]
H4	[0.185,0.336]	[0.035,0.111]	[0.47,0.81]	[0.60,1.05]

3. Annexe : quelques plots pour tester la normalité des champs standardisés

Pour le côté droit





Pour le côté gauche

