

**Preschool predictors of arithmetic skills
and language effect on numerical
development**

Preschool predictors of arithmetic skills and language effect on numerical development

A longitudinal study on Vietnamese children and
two cross-linguistic studies between Vietnamese and French

Lê Thị Mai Liên

Promoteur

Marie-Pascale Noël (UCLouvain)

Thèse présentée en vue de
l'obtention du grade de Docteur
en sciences psychologiques et
de l'éducation

Comité d'accompagnement et jury

Jacques Grégoire (UCLouvain, Président de jury)
Marie-Pascale Noël (UCLouvain, Secrétaire du jury)
Michael Andres (UCLouvain)
Laurence Rousselle (Université de Liège)
Catherine Thevenot (Université de Lausanne)

Image de couverture : © Nguyễn Viết Xuân Huy & Phan Hoàng Lộc

Table des matières

Table des matières	5
Résumé - Abstract	9
Remerciements	11
Aperçu de la thèse	15
1. Projet général	15
2. Contenu des chapitres	16
Chapitre 1. Introduction	19
1. Prédicteur du développement arithmétique et croissance arithmétique	22
1.1 Les capacités de base du développement arithmétique	22
1.2 Le développement des stratégies arithmétiques	29
1.3 Études sur les prédicteurs des compétences arithmétiques	31
1.4 Rôle des prédicteurs	35
1.5 Résumé	38
2. L'effet de la culture et de la langue sur le développement numérique	39
2.1 Influences culturelles et parentales sur le développement numérique	40
2.2 Effet de la langue	41
2.3 Différents niveaux de l'effet de la langue sur les mathématiques	45
2.4 Effet du système numérique verbal sur la cognition numérique	50
3. Étude présente	58
3.1 Objectifs et questions de recherche	58
3.2 Plan d'étude	58
3.3 Hypothèses	59
Chapter 2. Preschool numerical predictors of later arithmetic skills. A 2-year longitudinal study in Vietnamese children	63
1. Introduction	65
1.1 From early numerical skills to arithmetic learning	65
1.2 Longitudinal studies' findings of a predictor of first-grade arithmetic achievement	67
1.3 Present study	69
2. Methods	71
2.1 Participants	71
2.2 Tasks	72
2.3 Procedure	76
3. Results	76
3.1 Preliminary analyses	76
3.2 Longitudinal data analysis plan	78

4. Discussion	82
4.1 Counting as a robust contributor to the arithmetic skills	82
4.2 Contributing role of cardinal knowledge	83
4.3 Contributing role of nonsymbolic magnitude knowledge and other predictors	84
4.4 Implications	85
4.5 Limitations	85
5. Conclusions	85
Chapter 3. Numerical predictors of children's evolution in arithmetic from preschool to end of first grade	87
1. Introduction	89
1.1 Review of longitudinal studies on arithmetic growth	89
1.2 Present study	90
2. Methods	91
3. Results	91
3.1 Descriptive results	91
3.2 Correlations	92
3.3 Generalized linear mixed models predicting for arithmetic growth	92
4. Discussion	95
4.1 Role of counting and cardinal principle knowledge in enumeration task	95
4.2 Role of symbolic magnitude understanding	96
4.3 Role of symbolic approximate addition	96
4.4 Limitations	97
5. Conclusion	97
Chapter 4. Transparent number-naming system gives only limited advantage for preschooler's numerical development	99
1. Introduction	101
1.1 Overview of numerical development	101
1.2 Effect of language on the numerical development of preschoolers	102
1.3 Home numeracy and preschoolers' numerical performance	103
1.4 Present study	105
2. Methods	106
2.1 Participants	106
2.2 Tasks	108
2.3 Procedure	111
3. Results	112
3.1 Analyses	112
3.2 General cognitive ability	112
3.3 Cross-national variation in numerical ability	113
3.4 Difference in counting ability and cardinal knowledge	114
3.5 Cross-national variation in home activity frequency	116
3.6 Difference in formal versus informal numeracy activity	116
3.7 Home numeracy and children's numerical performance	117
3.8 Language, home numeracy, and counting variation	119

4. Discussion	119
4.1 Differences in numerical ability between the two countries	119
4.2 Differences in home numeracy by country	122
4.3 Strengths and limitations	123
Chapter 5. Transparent Vietnamese number-naming system facilitates first graders transcoding-cross-linguistic study comparison with French	125
1. Introduction	127
1.1 Language effect on transcoding tasks	127
1.2 Transcoding models	129
1.3 Present study	130
2. Methods	133
2.1 Participants	133
2.2 Tasks and stimulus	134
2.3 Procedure	136
2.4 Transcoding error analysis	136
2.5 Misunderstanding of the base-10 representation	137
3. Results	137
3.1 Preliminary analyses	137
3.2 Analysis plan	139
3.3 Verbal-Arabic-transcoding performance and error analysis	139
3.4 Analog-Arabic-transcoding performance and error analysis	144
4. Discussion	146
4.1 Advantage of the base-10 number-naming system on the verbal-Arabic-transcoding task	147
4.2 Advantage of the base-10 number-naming system for the analog-Arabic-transcoding task	148
4.3 Limitations and perspectives	150
Chapitre 6. Discussion générale	151
1. Résumé de l'étude	153
2. Prédicteurs et mécanismes sous-jacents au développement arithmétique	154
2.1 Acquisition et élaboration de la chaîne numérique verbale comme précurseur des compétences arithmétiques ultérieures	154
2.2 La compréhension de la magnitude des nombres symboliques prédit l'évolution arithmétique	156
2.3. La magnitude non symbolique est moins importante dans l'apprentissage arithmétique	157
3. Est-ce que la transparence de la structure des mots nombres est un avantage pour le développement numérique?	157
4. Réflexion sur le modèle du transcodage	160
5. Forces et limitations	160
6. Perspectives futures	161
6.1 Extension des études sur les prédicteurs du développement mathématique de l'enfant	162
6.2 Extension sur l'effet de la langue sur la compréhension de base 10	162

6.3 Étude d'implication	165
7. Conclusions	166
Références	167
Appendices	193
Appendix A. Supplementary results related to chapter 2	195
Appendix B. Prediction of transcoding error related to chapter 5	201
Appendix C. Repère de développement de comptage et de cardinalité	205

Résumé

Cette thèse poursuit deux objectifs. Le premier est d'explorer les prédicteurs robustes des capacités arithmétiques ultérieures. Dans cette optique, une étude longitudinale a été menée sur des enfants vietnamiens de 4 à 6 ans. A l'âge préscolaire, différentes aptitudes numériques ont été évaluées chez ces enfants, telles que le comptage, le dénombrement, la compréhension de la cardinalité, la capacité à comparer des nombres verbaux et des collections, et à faire des additions approximatives. A la fin de la première année du primaire, les capacités d'additions ont été mesurées par un facteur couvrant à la fois les aspects quantitatifs (précision, fluidité) et qualitatifs (stratégies). Le second objectif est d'observer l'effet de la langue, en particulier, le degré de transparence à la base 10 de son système numérique verbal, sur le développement numérique de l'enfant. Deux études interlinguistiques auprès d'enfants vietnamiens et belges francophones ont été menées afin d'examiner cet effet, à la fois chez les jeunes enfants d'âge préscolaire dans des tâches numériques variées et puis chez les enfants de première année primaire dans des tâches de transcodage numérique.

Abstract

This thesis has two objectives. The first is to explore the robust predictors of later arithmetic abilities. A two-year longitudinal study was conducted on Vietnamese children aged 4 to 6 years. This study measures different numerical skills at preschool age, such as counting, enumeration, understanding of cardinality, ability to compare verbal numbers and collections, and approximate addition, to determine which ones predict addition skills at the end of first grade measured by a factor that covers both quantitative (accuracy, fluency) and qualitative (strategies) aspects. The second is to examine the effect of language, in particular, the degree of transparency to the base 10 of its verbal numerical system, on the child's numerical development. Two cross-linguistic studies with Vietnamese and French-speaking Belgian children were conducted to examine this effect, both in young preschoolers in various numerical tasks and in first grade children in numerical transcoding tasks.

Remerciements

Mon parcours, ce sont 4 ans et demie d'études, de recherches, de rencontres bienveillantes et d'apprentissage avec mes professeurs/es, mes collègues, mes amis/es, sans oublier la découverte de nouveaux pays. Je suis reconnaissante à ceux qui m'ont donné l'opportunité d'avancer dans mes travaux, m'ont fait confiance, m'ont encouragée et soutenue dans cette thèse!

Très chère professeure Marie-Pascale Noël - ma promotrice : je te suis très reconnaissante de tes renseignements dévoués en recherche, et à ton partage de la vie quotidienne en dehors de la recherche. Merci pour les leçons de raisonnement pointu. Je suis très fière et heureuse d'avoir appris la recherche avec toi, qui es l'une des 100 000 meilleurs chercheurs (euses) au monde. Merci pour ta patience, ta gentillesse, ton soin et ta présence réconfortante, surtout lors du confinement en Belgique. Le temps passé en Belgique est celui de bons souvenirs, grâce à toi, en tant qu'amie avec qui on se promenait, cuisinait, pratiquait le yoga, chantait.

Je tiens à remercier Monsieur le Professeur Jacques Grégoire, responsable du projet de coopération de formation belgo-vietnamien. Merci pour ton temps et ton empathie pour le Vietnam, vers un bénéfice durable pour les enfants ayant des difficultés d'apprentissage, vers une vision de développement professionnelle pour l'équipe d'enseignement et de pratique en psychologie à HCMV. Merci pour tes leçons sur la gestion de projets, tes soutiens précieux aux doctorants et tes conseils pour ma thèse de doctorat.

Je remercie particulièrement Madame la Professeure Laurence Rousselle pour ses précieux conseils de recherche et Mr. David Leclere - Principal de l'école Hanret (Namur) pour son plein soutien dans la collecte de données en Belgique. Les réunions d'encadrement annuel avec toi, Laurence, stimulaient toujours mon plaisir de la découverte en élargissant mon sujet de recherche, tout en restant prudente dans la formulation de conclusions. Merci de m'avoir accompagnée en toutes circonstances, pour l'énergie positive et la richesse que tu as toujours apportée.

Je tiens à remercier Monsieur le Professeur Michael Andres, mon premier professeur en communication scientifique. Le meilleur Poster est un travail à l'IPSY dont j'étais très fière, parce que, produit à partir de ta supervision attentive et dévouée. Je te remercie pour les nombreuses leçons sur la communication de messages scientifiques. Par la suite, dans le processus d'écriture d'autres articles, j'ai appris de nouvelles techniques et stratégies auprès d'Elsevier, de reviewers, de mon superviseur, du groupe d'écriture; cependant, la première leçon sur « *un message par paragraphe* » soulignée par toi est toujours ma ligne directrice.

Je remercie Madame le Professeur Catherine Thevenot d'avoir accepté d'être jury pour ma thèse. Je remercie tous les membres de mon jury de doctorat pour le temps consacré et leur intérêt pour mon travail.

Je souhaite exprimer ma gratitude aux Professeurs et secrétaires de l'institut IPSY : Mauro, Martin, Nadine, Yolande, Roland, Pierre, Céline, Fabienne. Merci bien Isabelle pour ton amitié, ta bonne humeur et ta contribution pour le projet PFS. Merci Dominique pour ton soutien enthousiaste en toute circonstance.

Je remercie tout particulièrement Nathalie pour ses précieux conseils statistiques dans toutes mes études. Je remercie également Marianne, qui m'a beaucoup aidée pour toutes les démarches logistiques et le travail d'édition pour ma thèse à distance. Je suis touchée de votre aide et votre gentillesse envers mon travail. Je remercie bien Mme Martine Janssens pour son précieux soutien administratif !

Merci à l'ARES pour la bourse et pour avoir adapté son soutien pendant la pandémie. Je suis reconnaissante à l'ARES qui m'a donné l'opportunité d'apprendre et de me développer humainement parlant. La plus grande valeur d'un projet de coopération de développement, à mon avis, est le développement humain. Recevoir est toujours associé à donner. Je crois qu'à partir de ce projet, je vais contribuer, inspirer, et permettre un développement durable du programme de formation.

Je voudrais également témoigner ma gratitude à l'UCLouvain, à l'ADRI, à Mme Lucie Pétillon, Danisa, Gabriella, et David pour votre accueil chaleureux !

Très chère Vân, merci beaucoup pour ton aide de grande qualité et ton rôle de liaison et ta grande contribution au projet de formation à la coopération.

Je pense fort à Olivette, qui m'a accueillie chez elle plusieurs séjours.

Merci à mes collègues du projet de formation, en Belgique : Christelle, Anne-Lise, Sylvie, Catherine, Frédéric, Alice, Sandrine, Lucie, Nathalie, Véronique, Line, Anne, Marie, Céline et au Vietnam: Anh Diệp, Chị Lạc An, Diệu Anh, Huy, Đức, Chị Huệ, Anh Công, Chị Tú, Chúc, Anh Giang, Chị Mai Trang, Cô Huệ, Chị Vân qui ont coopéré et travaillé en étroite collaboration avec moi pour l'élaboration de programmes et la création d'activités. Merci anh Diệp qui offre des conditions de travail favorables aux doctorants.

Merci aux élèves et à leurs parents et aux manageurs des écoles (Chị Ngọc, Cô Kim Anh, Cô Hồng, Chị Hằng, Cô Thành, Thầy Phước) d'avoir participé à l'étude. Merci aux étudiants qui ont contribué à la collecte de données en Belgique et au Vietnam: Marie, Anne, Justine, Marie, Mady, Đào, Nhân, Nguyễn, Ân, Trang, Minh, Kim Liên, Quyên.

Chère Marie-Anne, merci beaucoup d'avoir été une amie proche pendant mon séjour en Belgique, où nous avons partagé des séances de yoga, des séances de théâtre qui m'ont aidée à soulager beaucoup de stress en tant que doctorante.

Cher Nathan, j'admire toujours ton excellence en recherche. Je te remercie beaucoup pour ton partage, tes conseils et ton aide dans mon parcours.

Laurie, Samuel, Marie, Amélie, Sophie, Nastasya, Nicolas, les amis/amies du couloir C au 3^{ème} étage, où j'étais la seule étrangère. Je vous remercie de votre amitié !

Mon cher professeur de français, Christophe Séguineau ! Toi et moi, nous avons travaillé ensemble pour mon mémoire de Master en français, le mémoire de fin d'étude de Psychomotricité, et maintenant la thèse de doctorat. Je te remercie pour ton soutien enthousiaste et ton amitié au cours des 10 dernières années (2011-2021).

Merci mes amis en France, en Belgique, au Vietnam pour vos témoignages et encouragements : C. Hải, C. Phụng, C. Mỹ Anh, C. Nhi, Anh Việt, Nhung, A. Thành, A. Tuấn Anh, Chì Nga –Anh Tường, A. Sơn, A. Linh, A. Đạt, Stéphan, Sylvain, Dominique, Françoise, Clément, Cô Quý et Camille, Phụng et Huyền. Merci pour votre amitié !

Ma famille d'accueil Moineau, Chantal, Jean-Paul, Aurélie, Anthony, Wilfrid, Sandro, Naël, je vous remercie pour votre attachement et votre amitié.

Je voudrais adresser mes sincères remerciements à ma famille pour son soutien moral. Je vous remercie, Cha Mẹ Xứ Nghệ et Cần Thơ, de toujours soutenir ma joie d'apprendre. Je remercie sincèrement mes quatre sœurs (Thủy, Chung, Xoan, Thương) d'avoir pris soin de mes parents, afin que je puisse étudier dans différents pays et endroits. Merci aussi à mes beaux-frères, notamment anh Thi pour ta première leçon de français. Je pense à mes neveux (Bảo, Tuấn, Bin, Ốc, Sóc) et nièces (Bảo Ngọc, Bảo Linh, Hà An). Ils étaient toujours impatients d'avoir des nouvelles lorsque je rentrais. Mon aventure est la mienne, mais la leur aussi. Je suis très heureuse de pouvoir partager avec eux mes découvertes.

Et enfin, merci Lộc, mon cher mari. Ton accompagnement m'a rendue encore plus forte, confiante et courageuse pour finaliser cette thèse.

Aperçu de la thèse

1. Projet général

Cette thèse s'inscrit dans le cadre du projet ARES-CCD 2016-2021 intitulé « *Développement et mise en place d'un certificat universitaire en Evaluation et intervention psychologique pour les enfants ayant des difficultés d'apprentissage en milieu scolaire* ». Il s'agit d'un projet de coopération entre l'UCLouvain, l'ULiège et l'USSH- Université nationale du Vietnam (VNU) - Ho Chi Minh ville (HCMV). Le projet actuel aborde la question centrale de l'aide aux enfants présentant des troubles de l'apprentissage et de leur intégration dans l'enseignement ordinaire. Pour atteindre cet objectif, des professeurs d'universités belges ont coopéré avec des professeurs vietnamiens pour construire des cours adaptés au contexte vietnamien, et ont ensuite formé plus de 50 psychologues et professeurs d'éducation spécialisée vietnamiens à HCMV. Les professionnels nouvellement formés ont ensuite travaillé comme praticiens, contribuant à identifier les enfants souffrant de troubles de l'apprentissage et à intervenir auprès d'eux. Il s'agissait là de leur premier enjeu. Le deuxième enjeu était le développement de la recherche liée aux processus cognitifs et émotionnels des enfants et à l'impact de la langue et de l'environnement familial sur leur apprentissage et leur développement. Le bénéfice de tout ce projet est à la fois humain et académique : d'une part, les enfants concernés pourront développer leurs compétences et avoir de meilleures chances d'intégration sociale et, d'autre part, le projet contribue au développement d'un nouveau laboratoire de recherche au sein de l'USSH-VNU-HCMV. Ce nouveau centre de recherche permettra d'étudier de nombreuses questions pour lesquelles des réponses scientifiques font actuellement défaut. Par exemple, quelles sont les particularités des troubles du langage oral et écrit liés aux spécificités de la langue vietnamienne, monosyllabique et système à six tons ? Que représentent les difficultés mathématiques et la dyscalculie lorsque l'enfant parle et apprend un système numérique verbal transparent à la base 10 ? Quelles sont les particularités des troubles émotionnels et comportementaux et leurs facteurs sous-jacents dans le contexte éducatif et culturel vietnamien ?

Dans ce projet, j'ai joué deux rôles : l'un en tant que partenaire pour le développement de programmes, traductrice de contenu et collaboratrice avec le partenaire belge; l'autre en tant que doctorante. Dans le premier rôle, j'ai coopéré avec des professeurs et des praticiens belges : Marie-Pascale Noël, Alice De Visscher, Lucie Hubinon, Nathalie Timmermans et Sandrine Mejias, pour construire trois cours adaptés au contexte vietnamien tels que le développement du traitement des nombres, l'évaluation et le diagnostic de la dyscalculie, l'intervention dans les troubles de la dyscalculie. Ces travaux m'ont également permis d'acquérir les bases de la recherche et de la pratique en cognition numérique que je n'avais jamais pu acquérir auparavant (la formation sur la cognition numérique au Vietnam est inadaptée et presque uniquement basée sur la théorie Piagétienne).

Sur le plan académique, j'ai développé un projet de recherche lié au développement numérique des enfants vietnamiens de 2017 à aujourd'hui avec la professeure Marie-Pascale Noël - ma promotrice de thèse. La thèse a deux objectifs principaux : d'abord, **explorer les meilleurs prédicteurs des compétences arithmétiques ultérieures et de l'évolution arithmétique de l'enfant**; ensuite, **examiner l'effet de la langue (c'est-à-dire la transparence en base 10 du système numérique verbal) sur plusieurs aspects du développement numérique**.

Pour le premier objectif, nous avons mené une étude longitudinale pendant deux ans (voir figure 1) sur des enfants vietnamiens de 4 à 6 ans. Pour le second objectif, nous avons mené deux études inter linguistiques auprès d'enfants d'âge préscolaire (étude comparative 1) et d'enfants de première année (étude comparative 2) du Vietnam et de Belgique, où les enfants parlent deux systèmes numériques contrastés (vietnamien et français).

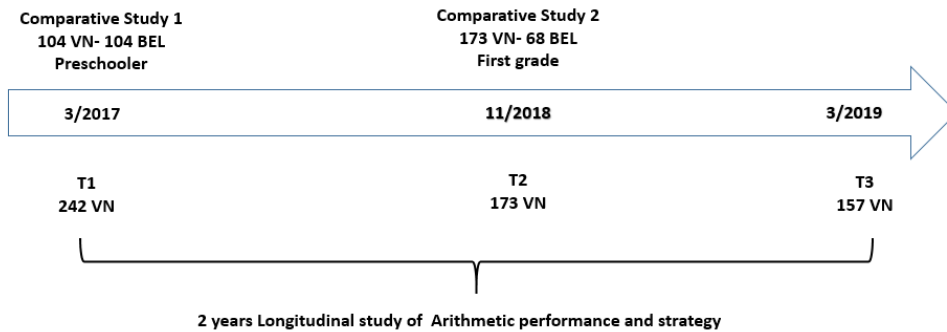


Figure 1. Chronologie d'une étude longitudinale et d'études interlangues

2. Contenu des chapitres

La thèse se compose de six chapitres. Le premier chapitre donne un aperçu du développement numérique et arithmétique de base et une synthèse de la littérature sur l'effet de la langue sur le développement numérique. Les chapitres 2 et 3 présentent l'étude longitudinale sur les prédicteurs des aptitudes arithmétiques ultérieures et du développement arithmétique. Les chapitres 4 et 5 portent sur deux études comparatives relatives à cet effet. Le dernier chapitre présente les conclusions générales des différentes études et suggère des perspectives futures.

Chapitre 1. Introduction

Dans ce chapitre, nous allons présenter le développement arithmétique de l'enfant. Puis, nous parlerons des études longitudinales qui ont examiné à l'âge préscolaire, les prédicteurs des performances arithmétiques ultérieures. Nous expliquerons le rôle de chaque prédicteur et la nécessité de mener notre étude longitudinale qui est l'étude principale de cette thèse. Nous présentons également l'effet des différences de langue sur le développement numérique des enfants. Nous commencerons par aborder brièvement les facteurs non linguistiques

(culture et pratique numérique parents-enfants) qui pourraient rendre compte de différences interculturelles. Puis nous abordons la question de l'impact de la différence dans la structure des nombres verbaux sur les traitements numériques. Nous définissons les différents niveaux d'influences linguistiques sur le développement numérique et expliquons plus en détail les influences lexicales (c'est-à-dire la transparence du système numérique verbal en base 10). Nous analysons les études publiées et introduisons la motivation derrière nos études interlangues. Enfin, nous présentons deux systèmes numériques très différents, le français et le vietnamien et introduisons nos études comparatives.

Chapitre 2. Prédicteurs numériques préscolaires des compétences arithmétiques ultérieures : une étude longitudinale de deux ans chez des enfants vietnamiens

Dans le chapitre 2, nous examinons notre première question principale « *Parmi les capacités numériques de base des enfants d'âge préscolaire, quels sont les prédicteurs robustes des compétences arithmétiques ultérieures?* »

Nous présentons les résultats d'une étude longitudinale dans laquelle nous mesurons différentes aptitudes numériques à l'âge préscolaire (telles que la capacité à compter, à élaborer la chaîne verbale des nombres, à comprendre le concept cardinal (via la tâche de dénombrer une collection et de donner N objets), à comparer des nombres verbaux et des collections, et à faire des additions approximatives) afin de détecter celles qui prédisent le mieux les compétences arithmétiques ultérieures. Ces compétences arithmétiques ont été mesurées par un facteur qui couvre à la fois les aspects quantitatifs (précision, fluidité) et qualitatifs (stratégies) de la résolution d'opérations additives. Nous avons effectué des analyses de régression et une analyse de dominance pour comparer le pouvoir prédictif de ces prédicteurs. Les résultats montrent que l'aptitude à compter, et en particulier l'aptitude à compter à partir d'une borne (comptage avancé), mesurée au début de la maternelle, est le prédicteur le plus robuste des compétences arithmétiques deux ans plus tard. Les autres capacités (dénumbrer et comparer des collections, etc.) sont moins importantes. Le rôle de chaque prédicteur a été discuté afin de comprendre comment il contribue au développement de l'arithmétique.

Chapitre 3. Prédicteurs numériques de l'évolution en arithmétique des enfants de l'école maternelle à la fin de la première année du primaire

Le chapitre 3 vise à déterminer les prédicteurs de l'évolution arithmétique. L'évolution arithmétique signifie ici la croissance intra-individuelle des performances arithmétiques entre la maternelle, puis le début et la fin de la première année primaire. Nous avons appliqué le modèle mixte linéaire généralisé (GLMM). Les prédicteurs pris en compte étaient les capacités numériques (évaluées à l'aide des sept tâches numériques utilisées au chapitre 2) et les capacités cognitives (raisonnement et empan de chiffre). L'analyse GLMM a montré que les capacités de traitement de nombre symbolique, telles que l'aptitude à compter (routine verbale), le dénombrement, la comparaison de nombres verbaux oraux, et l'addition approximative symbolique étaient des prédicteurs significatifs de la croissance arithmétique individuelle.

Chapitre 4. Le système numérique transparent ne présente qu'un avantage limité pour le développement numérique des enfants d'âge préscolaire : comparaison entre les enfants vietnamiens et francophones

Ce chapitre vise à examiner la question suivante : « *Dans quelle mesure le système de nombres verbaux d'une langue a-t-il un impact sur le développement numérique des enfants d'âge préscolaire ?* ». Dans notre première étude comparative, nous avons testé si le système vietnamien facilite l'acquisition de la chaîne numérique verbale et d'autres capacités numériques (tâches numériques mesurées de manière similaire au chapitre 1). Nous avons choisi des enfants d'âge préscolaire afin de minimiser l'influence de l'apprentissage scolaire. En outre, pour démêler l'effet de la langue et l'effet de la culture en général, nous avons également mesuré le niveau d'éducation des parents et l'expérience numérique parent-enfant à la maison comme facteurs environnementaux. Les résultats indiquent que les enfants vietnamiens ne surpassent les enfants belges francophones qu'en matière de comptage. Les deux groupes ne diffèrent pas dans les autres capacités numériques, bien que les parents vietnamiens aient tendance à stimuler leur enfant à la maison un peu plus que les parents belges francophones et que la structure numérique verbale vietnamienne soit plus transparente.

Chapitre 5. Le système numérique vietnamien transparent facilite le transcodage des élèves de première année - une comparaison translinguistique avec le français

Le chapitre 5 étudie l'effet de la langue sur le transcodage et vise à répondre à deux questions principales : « *La transparence du système de nombres en base 10 a-t-elle un impact sur le développement du transcodage des élèves de première année ?* ». *Qualitativement, comment les erreurs de transcodage diffèrent-elles entre les deux langues en fonction des caractéristiques lexicales et syntaxiques des nombres verbaux ?* ». Nous avons examiné l'écriture des nombres sous dictée et le transcodage des représentations analogiques (bloc dix et unité) en chiffres arabes. Les résultats ont montré que les enfants vietnamiens sont plus performants que les enfants francophones dans les deux tâches de transcodage. Les francophones font plus d'erreurs lexicales. Nous suggérons diverses explications pour ces différences inter-langues dans la performance de transcodage et la nature des erreurs, basées sur différents cadres théoriques de transcodage.

Chapitre 6. Discussion générale

Dans ce chapitre, nous discutons des deux sujets principaux de la thèse : les prédicteurs importants des compétences arithmétiques et l'effet de la langue sur le développement numérique. Ensuite, nous suggérons différentes perspectives pour approfondir ces sujets, quelques implications pratiques et des pistes de recherche appliquées cadrant avec le projet global (ARES-CDD).

Chapitre 1

Introduction

Introduction

L'arithmétique est une composante importante dans l'apprentissage mathématique en général. Les capacités arithmétiques peuvent être regroupées en domaines tels que les capacités procédurales, factuelles et conceptuelles, et chacun de ces domaines comprend diverses sous-composantes. Par exemple, les connaissances factuelles de l'arithmétique peuvent inclure les faits d'addition et de multiplication; les connaissances procédurales de l'arithmétique peuvent comprendre les procédures de multiplication des fractions et de division longue; les connaissances conceptuelles de l'arithmétique sont liées aux propriétés de commutativité de certaines opérations et pas d'autres par exemple (Dowker, 2005). Elles sont représentées sous plusieurs aspects, soit l'aspect quantitatif tel que la précision de la réponse donnée à un calcul ($2 + 3 = 5$) ou le temps nécessaire pour produire cette réponse; soit l'aspect qualitatif qui pourrait s'observer par les stratégies utilisées pour donner cette réponse, ou encore la fluidité pour donner une réponse correcte dans un temps limité. Ces capacités varient entre les individus. Certains enfants peuvent résoudre beaucoup de calculs avec une grande précision, de manière rapide en utilisant des stratégies matures, d'autres enfants sont moins efficaces, moins précis et utilisent des stratégies moins matures. Cela dépend des différentes capacités cognitives générales et numériques que les enfants possèdent déjà ou développent avant ou pendant l'école maternelle, mais aussi d'autres facteurs environnementaux tels que le niveau socio-économique-éducatif et l'implication des activités numériques précoces à domicile (Blevins-Knabe, 2016 ; LeFevre, Wells, & Sowinski, 2015, pour des revues).

La littérature a montré que les diverses sources potentielles de différences dans la connaissance de quantification/numérosité (acuité des nombres approximatifs non symboliques, comptage, connaissance de la cardinalité et magnitude symbolique, etc.) peuvent toutes contribuer à la variabilité des performances arithmétiques individuelles (Butterworth, 2005 ; Dowker, 2005 ; Dowker, De Smedt, & Desoete, 2020). Les variations culturelles démontrent en elles-mêmes un potentiel universel pour le raisonnement arithmétique. Le raisonnement arithmétique peut se développer dans une très grande variété de contextes : dans des activités qui s'intéressent aux nombres, à l'école, dans les jeux, dans le contexte des achats et d'autres activités numériques à domicile (Dowker, 2005). De plus, les caractéristiques du système numérique ont également une influence sur les capacités numériques et arithmétiques (voir Dowker & Nuerk, 2016 ; LeFevre, Cankaya, Xu, & Lira, 2018, pour des revues).

Dans ce chapitre, nous donnons une introduction aux deux lignes d'étude de notre thèse, l'une concerne les capacités numériques de base et leur pouvoir de prédiction des performances arithmétiques ultérieures, l'autre l'effet de la langue sur le développement numérique. Enfin, nous présenterons les études de cette thèse, leurs objectifs, le design et leurs hypothèses.

Dans cette première partie, nous présenterons tout d'abord le développement des capacités numériques spécifiques précoces qui sont les prérequis des apprentissages arithmétiques. Ensuite, nous parlerons des courants théoriques qui expliquent les stratégies utilisées dans la résolution arithmétique chez l'enfant. Puis, nous parlerons des études longitudinales qui ont examiné les prédicteurs de l'âge préscolaire des performances arithmétiques ultérieures. Nous expliquerons le rôle de chaque prédicteur et la nécessité de comparer la puissance de ces prédicteurs.

1. Prédicteur du développement arithmétique et croissance arithmétique

1.1 Les capacités de base du développement arithmétique

Le tableau 1 est une synthèse des étapes importantes du développement numérique de l'enfant.

Tableau 1. Les étapes importantes du développement numérique

Âge ans;mois	Capacités
0;0	Peut discriminer des petites numérosités (Antell & Keating, 1983) ou grandes (Xu & Spelke, 2000)
0;4	Peut additionner et soustraire un (Wynn, 1992)
2;0	Commence à apprendre la séquence des mots nombres (Fuson, 1982) peut faire une correspondance un à un (Potter & Levy, 1968)
3;0	Compte des petites collections d'objets (Wynn, 1990)
3;6	Peut additionner et soustraire une unité à l'aide d'objets et de mot-nombres (Starkey & Gelman, 1982) Peut utiliser le principe cardinal pour établir la quantité d'un ensemble (Gelman & Gallistel, 1978)
4;0	Peut utiliser les doigts pour additionner (Fuson & Kwon, 1992)
5;6	Comprend la commutativité et compte à partir du nombre plus grand (Carpenter & Moser, 1982) Peut compter correctement jusqu'à 40 (Fuson, 1988)

Source : Butterworth (2005, p. 12).

Le développement des habiletés et concepts numériques se poursuit tout au long de la petite enfance, d'abord au travers de la représentation approximative du nombre et du système de maintien de la trace des objets, puis l'apprentissage de la chaîne numérique verbale et de la maîtrise de la procédure de dénombrement, ensuite par la connaissance conceptuelle de la valeur cardinale des mot-nombres, au travers de la compréhension de la magnitude symbolique et enfin, l'apparition d'autres capacités plus avancées avec les nombres arabes (Dehaene & Changeux, 1993 ; Fuson, Richard, & Briards, 1982 ; Fuson, 1988 ; Gilmore, McCarthy, & Spelke, 2007 ; Wynn, 1992 ; Siegler, 2016).

1.1.1 La représentation approximative du nombre

La représentation approximative du nombre (*Approximate Number System*, ANS) est un système de représentation de la magnitude numérique ou de la numérosité (Dehaene & Changeux, 1993 ; Lipton & Spelke, 2004 ; Xu & Spelke, 2000). Le système de maintien de la trace des objets (*Object Tracking System*, OTS) est un système qui permet de discriminer entre deux petites collections d'un à trois objets (Carey & Xu, 2001). Les travaux conduits au cours des dernières décennies ont mis en évidence que de nombreux animaux et les très

jeunes bébés ont un sens intuitif des nombres (*intuitive number sense*) (Feigenson, Dehaene, & Spelke, 2004 ; Szkudlarek & Brannon, 2017, pour une revue). Le système OTS permet à l'enfant à *subitizing*, c'est-à-dire reconnaître immédiatement le nombre d'objets dans une petite collection sans compter (Kaufman, Lord, Reese, & Volkmann, 1949) (voir figure 1a).

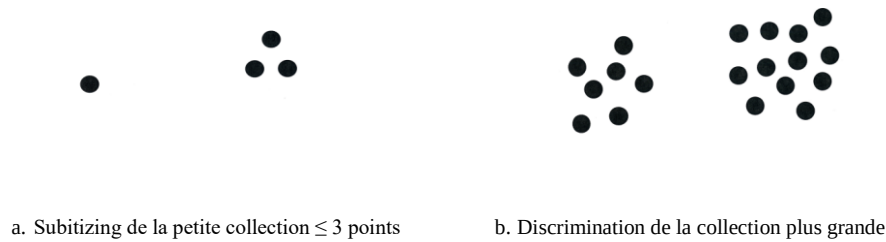


Figure 1. Discrimination de la numérosité
(extrait de Tedi-Math, Van Nieuwenhoven, Noël, & Grégoire, 2005)

Au-delà de la capacité de discrimination entre différentes numérosités, les bébés sont capables de manipuler les quantités (Camos, 2011). En 1992, Wynn a montré que les bébés de 5 mois étaient capables d'effectuer des calculs (additions et soustractions) sur des petits nombres. Elle présentait dans un théâtre de marionnettes une poupée que le bébé pouvait regarder. Puis, elle cachait cette poupée avec un rideau et le bébé voyait une main apportant une seconde poupée derrière le rideau. Au moment où le rideau se levait, le bébé pouvait voir soit 2 poupées soit 1 poupée. À 5 mois, les bébés étaient surpris et regardaient plus longtemps lorsqu'une seule poupée (résultat impossible) était présentée au lieu de 2 poupées (résultat possible). Cela a conduit Wynn à suggérer que les bébés ont la connaissance que $1 + 1 = 2$. Wynn a répliqué cette situation d'addition en présentant soit une situation représentant $1 + 1 = 2$, soit $1 + 1 = 3$. Ainsi, dans ce dernier cas, au moment où le rideau se levait le bébé découvrait 3 poupées et non 2.

L'ANS présente deux caractéristiques, l'effet de distance et l'effet de taille (Szkudlarek & Brannon, 2017). L'effet de distance fait référence au fait qu'il est plus facile de distinguer des nombres plus éloignés les uns des autres en termes de distance numérique (2 vs. 7 est plus facile que 2 vs. 4). L'effet de taille fait référence à l'observation selon laquelle il est plus facile de distinguer des nombres plus petits que des nombres plus grands à la même distance (2 vs. 4 est plus facile que 22 vs. 24). Ainsi, les représentations ANS des nombres suivent la loi de Weber, de sorte que la difficulté à distinguer deux nombres dépend du rapport entre eux (i.e., ratio effect), plutôt que de leur différence absolue (Jordan & Brannon, 2006). Le plus grand rapport entre deux quantités que l'enfant peut discriminer, correspond à ce qu'on appelle l'acuité numérique. Celle-ci se développe avec l'âge (voir tableau 2).

Tableau 2. Évolution des capacités de discrimination de quantités non symbolique avec l'âge

6 mois	9 mois	3 ans	4 ans	5 ans	6 ans
1:3	1:2	2:3	3:4	4:5	6:7

Source : Thevenot et Fayol (2018).

La précision des représentations de l'ANS est généralement mesurée à l'aide d'une tâche de comparaison de magnitude. Cependant, les stimuli de cette tâche sont définis par leurs caractéristiques visuelles (densité, diamètre des points, surface occupée par les points, périmètre), qui représentent donc un facteur de confusion. Ainsi, pour étudier le traitement non symbolique de la magnitude, il faut contrôler ces propriétés visuelles dans la tâche en les manipulant pour créer des conditions congruentes et incongruentes. Dans la condition congruente, les indices visuels sont positivement corrélés avec la numérosité (c'est-à-dire que plus la numérosité est grande, plus les points sont gros, plus la surface occupée par les points est grande, plus la densité est élevée) et dans la condition incongruente, les propriétés visuelles sont négativement corrélées avec la numérosité (c'est-à-dire que plus la numérosité est grande, plus les points sont petits etc.). De cette façon, l'effet des indices visuels est neutralisé lorsque tous les essais sont considérés ensemble (Gebuis & Reynvoet, 2011 ; Honoré & Noël, 2016 ; Rousselle, Palmers, & Noël, 2004). Toutefois, on ne peut jamais complètement exclure que les propriétés visuelles du stimulus n'expliquent en partie les résultats (Gebuis & Reynvoet, 2011 ; Leibovich & Henrik, 2013) et il est plus probable que nous intégrions plusieurs indices visuels pour faire des estimations de taille dans des tâches de comparaison des collections (Gebuis, Kadosh, & Gevers, 2016).

1.1.2 Acquisition et élaboration de la chaîne numérique verbale

L'acquisition de la chaîne numérique verbale est un processus qui se met en place très progressivement entre l'âge de 2 et 6 ans (Fuson et al., 1982). L'apprentissage de la séquence des mot-nombres se déroule en deux phases partiellement distinctes : une *phase d'acquisition* au cours de laquelle l'enfant apprend la séquence de comptage verbal oral (autrement dit, la routine verbale), et une *phase d'élaboration* au cours de laquelle il apprend à différencier les mot-nombres et à les mettre en relation les uns avec les autres (Fuson, 1988, 1992). Ces deux phases se chevauchent partiellement (Gould, 2016). Durant la première phase, l'enfant apprend à réciter une partie de plus en plus grande de la chaîne numérique en respectant l'ordre stable et conventionnel de la séquence des noms de nombre. Au départ, la suite des mot-nombres est envisagée comme un tout indivisible (niveau du *chapelet* : *undeuxtroisquatre* ; Fuson et al., 1982). Au cours de la *phase d'élaboration*, l'enfant enrichit sa compréhension de la séquence pour accéder à des niveaux de maîtrise supérieurs en même temps qu'il continue d'étendre sa connaissance de l'ordre des nombres verbaux. La séquence des mot-nombres est progressivement perçue comme une suite d'éléments isolables liés entre eux par des relations ordinales et quantitatives. Au plus haut niveau d'élaboration (*chaîne sécable*), l'enfant est capable de compter jusqu'à ou à partir d'une borne différente du mot nombre « un », compter de x à y , à l'endroit et à rebours. Il peut dire quel élément de la séquence vient juste après/avant un autre, compter n éléments à partir d'une borne, et dire

combien d'éléments il y a entre deux bornes (pour une description détaillée des différents niveaux d'élaboration de la chaîne numérique verbale, voir Fuson, 1988, 1992). Le comptage le plus loin possible est souvent considéré comme une capacité de comptage de base (*basic counting*). Tandis que le comptage à partir d'une borne est considéré comme une capacité de comptage plus avancé (*advanced counting*) (Nguyen, Watts, Duncan, Clements, Sarama, Wolfe, & Spitler, 2016 ; Secada, Fuson, & Hall, 1983).

1.1.3 Acquisition de la cardinalité

L'apprentissage du sens cardinal des mots-nombres est une étape clé du développement numérique de l'enfant. Il semble se dérouler à deux niveaux d'une construction commune (signification cardinale) ou à deux niveaux distincts (connaissance procédurale vs. conceptuelle) qui se développent de manière superposée : d'une part, une compréhension du principe de cardinalité dans la procédure de dénombrement (Fuson, 1988), d'autre part, une compréhension conceptuelle de la valeur cardinale des mots-nombres (Wynn, 1992). Toutes ces connaissances marquent une étape importante dans la construction des concepts du nombre. Deux des tâches les plus connues pour tester ces connaissances sont la tâche de dénombrement, c'est-à-dire compter une collection et répondre à la question « Combien y a-t-il en tout ? », et la tâche de donne-moi N (set) objets (Give-N task).

(1) Compréhension du principe de cardinalité dans la procédure de dénombrement

L'enfant qui compte une collection d'objets et, est capable de savoir si le dernier mot nombre énoncé correspond à la cardinalité de la collection est considéré comme maîtrisant la compréhension du principe de cardinalité. Cette procédure de dénombrement est sous-tendue par l'acquisition de cinq principes fondamentaux décrits par Gelman et Gallistel (1978) : (1) le principe de correspondance terme à terme selon lequel à chaque objet est associé un mot unique, (2) le principe de l'ordre stable selon lequel les mots-nombres sont toujours énumérés dans le même ordre, (3) le principe de cardinalité qui permet à l'enfant de comprendre que le dernier mot nombre énoncé représente le total d'éléments, (4) le principe d'abstraction selon lequel l'hétérogénéité des éléments au sein d'une collection n'a pas l'impact sur le dénombrement, (5) le principe de non pertinence de l'ordre selon lequel l'enfant sait qu'on peut compter les objets dans n'importe quel l'ordre et que cela n'affecte pas le résultat du comptage à condition que le principe de correspondance terme à terme soit respecté. Les trois premiers principes définissent la procédure que l'enfant doit mettre en place pour dénombrer correctement. Cependant, le principe de cardinalité est le plus important pour déterminer si l'enfant comprend la quantité de la collection. Vers l'âge de 3,6 à 4 ans, l'enfant maîtrise le principe de cardinalité (Gelman & Gallistel, 1978 ; Wynn, 1990). Cette capacité est également considérée comme une compréhension procédurale de la cardinalité et est souvent mesurée par la question « combien y en a-t-il en tout » dans la tâche de dénombrement.

(2) Compréhension conceptuelle de la valeur cardinale des mot-nombres

Un niveau plus avancé est la compréhension conceptuelle de la valeur cardinale des mots-nombres dans la tâche de « donne-moi N » (Barroody et al., 2017 ; Wynn, 1992).

Le développement de la connaissance cardinale des nombres est graduel. Vers l'âge de 2 à 3 ans, les enfants sont capables de pointer tour à tour les objets d'une collection tout en récitant la suite des mots-nombres dans l'ordre (Gelman & Galistel, 1978 ; Wynn, 1990). Cependant, ils n'ont qu'une compréhension limitée de ces mots-nombres (Fuson, 1998 ; Wynn, 1990). Selon Fuson (1992), vers l'âge de 4 ans, la plupart des enfants passent d'un dénombrement où chaque mot nombre correspond à l'étiquette de l'objet pointé à une représentation dans laquelle le principe cardinal est intégrée (Noël & Karagiannakis, 2020). Toutefois, le passage du cardinal à la collection est évalué à travers la tâche « donne-moi » (par exemple, « donne-moi deux » objets) (Wynn, 1992). Dans la tâche « Donne-moi N », il pourrait donner un seul objet à chaque fois, tout comme il pourrait en donner une poignée. Il n'y a donc pas de lien entre la quantité demandée et le nombre d'objets donnés par l'enfant. L'enfant se trouve alors au niveau *prenumeral-knower*. Vers l'âge de 2,5 à 3 ans, il est capable de donner « un » objet lorsqu'on lui demande ce nombre et donne deux objets ou plus pour tout autre nombre demandé. À ce stade, on dit qu'il a atteint le stade de *one-knower* et qu'il comprend la valeur cardinale du mot nombre « un ». Quelques mois plus tard, on observe les stades de *two-knower*, *three-knower* et puis *four-knower* (Le Corre & Carey, 2007). Enfin, arrive un moment où l'enfant comprend la fonction de succession, c'est-à-dire qu'il comprend que chaque fois qu'il énonce un mot nombre plus loin dans la chaîne numérique verbale, la quantité à laquelle ce nombre fait référence est la même que celle du nombre précédant, plus un (Noël & Karagiannakis, 2020). Les enfants qui ont atteint ce stade sont appelés *cardinal-principle-knowers* (CP-knowers) (Sarnecka & Carey, 2008). Le passage du stade à *CP-knower* se produirait généralement après l'âge de 4 ans (Sarnecka, Kamenskaya, Yamana, Ogura, & Yudovina, 2007). Après l'acquisition de cette connaissance, l'enfant devient capable de généraliser sa compréhension de la valeur de tous les mots-nombres qu'il sait réciter dans la chaîne numérique verbale.

La littérature actuelle débat encore de la question de savoir si les deux types de tâches (Combien et Donne-moi N) capturent des aspects communs de la connaissance cardinale des mot-nombres (Baroody, Lai, & Mix, 2017 ; LeCorre & Carey, 2007). Certains ont soutenu que les deux types de tâches mesurent le même « construit » et peuvent être utilisées de manière interchangeable (Le Corre & Carey, 2007). D'autres affirment que ces tâches mesurent des aspects conceptuellement distincts de la connaissance cardinale des nombres et que leurs données ne devraient pas être directement comparées (Baroody et al., 2017 ; Fuson, 1988 ; Wynn, 1992). De ce point de vue, les différences de performance sur les deux types de tâches reflètent des différences conceptuelles plus profondes (voir Baroody et al., 2017 ; Fuson, 1988 ; Frye, Braisby, Lowe, Maroudas, & Nicholls, 1989 ; Mix, Sandhofer, Moore, & Russell, 2012 ; Sarnecka & Carey, 2008). La tâche de donne-moi est considérée comme une mesure plus approfondie que la tâche de dénombrement.

Pour éclairer ce débat, Mou, Zhang, Piazza et Hyde (2021) ont testé deux tâches (How many task et Give-N task, avec des nombres de 1 à 8) sur plus de 110 enfants de 3 ans. Ils ont indiqué que les deux tâches sont fortement corrélées ($r = .77$, $p < .001$) et que plus de 85 % de la variance de tous les éléments des deux tâches sont associés à un facteur latent commun. Ces tâches se chevauchent de manière substantielle mais elles conservent certaines

distinctions conceptuelles. Cette constatation est conforme au point de vue selon lequel la connaissance cardinale des nombres est constituée d'au moins deux concepts essentiels : le concept de collection-cardinalité (set-cardinal), testé par la tâche de dénombrement et le concept de cardinalité-collection (cardinal-set) qui est testé par la tâche de donne-moi N (Baroody et al., 2017 ; Fuson, 1988).

1.1.4 La compréhension de la magnitude numérique des nombres symboliques

La compréhension de la magnitude des nombres symboliques représente une étape importante dans le développement des compétences numériques (Siegler, 2016, pour une revue). Elle est représentée par la capacité à comparer des mots-nombres ou des chiffres arabes. Cependant, on ne sait pas encore comment ce mécanisme est mis en œuvre et quand l'enfant acquiert cette compétence.

L'apprentissage des magnitudes symboliques des nombres entiers est un processus lent et fragmentaire (Siegler, 2016). Il pourrait sembler évident que les enfants capables de compter de 1 à 10 connaissent le principe du dernier/plus grand (*latter-greater principle*, voir Le Corre, 2014), selon lequel les nombres situés plus loin dans la séquence numérique verbale réfèrent à une plus grande magnitude que ceux situés plus tôt, mais cela n'est pas évident pour les jeunes enfants d'âge préscolaire. Pendant environ un an après que les enfants d'âge préscolaire aient réussi à compter de 1 à 10, ils n'ont qu'une connaissance limitée de la magnitude de ces nombres symboliques (Briars & Siegler, 1984 ; Le Corre & Carey, 2007 ; Schaeffer, Eggleston & Scott, 1974 ; Siegler, 2016 ; Wynn, 1992).

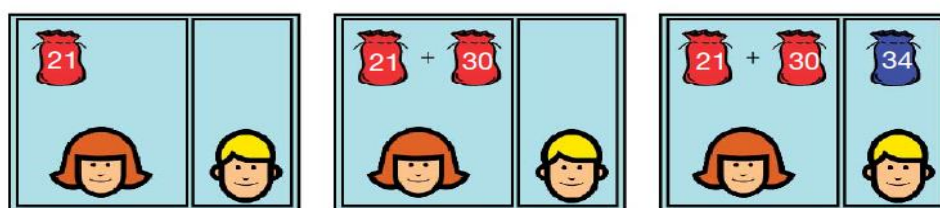
Davidson, Eng et Barner (2012) ont montré que les enfants de 3 à 5 ans qui ont compris le principe de cardinalité de la tâche « donne-moi N » (selon le critère de Wynn, 1992) peuvent comparer les mots nombres au-delà de « quatre », même s'ils ne sont pas mis en correspondance avec des représentations non verbales de la numérosité. En revanche, Le Corre (2014) a montré que les enfants de 3 à 4 ans pouvaient comparer des mots de nombres entre « six » et « dix » uniquement s'ils les mettaient en correspondance avec des représentations non verbales de la numérosité. Sullivan et Barner (2014) ont fourni des preuves suggérant que les enfants de 5 ans peuvent former une association (autrement appelée *mapping*) entre les mots nombres et les chiffres arabes et les représentations non symboliques correspondantes, mais seulement pour les quantités jusqu'à six.

D'autres études récentes montrent que les enfants âgés de 5 à 6 ans en maternelle ont la capacité de comparer des nombres verbaux oraux de « un » à « neuf » (Sella, Lucangeli, & Zorzi, 2018) et des chiffres arabes de 1 à 9 (Bartelet, Vaessen, Blomert, & Ansari, 2014 ; Habermann, Donlan, Göbel, & Hulme, 2020 ; Hawes, Nosworthy, Archibald, & Ansari, 2019 ; Sasanguie, Göbel, Moll, Smets, & Reynvoet, 2013 ; Wong & Ho, 2017) et même des chiffres arabes de 6 à 70 (Xenidou-Dervou, Molenaar, Ansari, van der Schoot, & van Lieshout, 2017). Sella et ses collègues (2018) ont montré que la comparaison de nombres verbaux oraux (NVO) est liée à la compréhension de la valeur cardinale des mots nombres (voir aussi Geary, vanMarle, Chu, Hoard, & Nugent, 2019 ; Knudsen, Fischer, Henning, &

Aschersleben, 2015), tandis que la comparaison de chiffres arabes est liée à la fois à la connaissance de la cardinalité et à la capacité de les positionner sur une ligne numérique.

1.1.5 Capacité d'addition approximative

L'apprentissage de l'addition, sous la forme $a + b = c$, est un processus ardu et sa maîtrise peut prendre des années dans le cadre de l'enseignement primaire (Ashcraft & Fierman, 1982 ; Hamann & Ashcraft, 1985). Néanmoins, les enfants de maternelle semblent obtenir des résultats supérieurs au niveau du hasard dans les tâches d'addition qui demandent une réponse approximative (Gilmore, McCarthy, & Spelke, 2007, 2010). Ainsi, Gilmore et ses collègues (2007) ont développé une tâche d'addition approximative symbolique avec des problèmes arithmétiques verbaux accompagnés d'affichages visuels (figure 2). Dans cette tâche, on présente à l'enfant un premier nombre arabe (et le nombre verbal correspondant à voix haute), puis un second et enfin un troisième (figure 2). Il s'agit pour l'enfant d'indiquer quelle est la plus grande quantité : la somme des deux premiers nombres ou le troisième nombre. Les rapports entre la somme des deux premiers nombres et le troisième nombre étaient 4:7, 4:6 et 4:5. Les enfants de 5 ans ont réussi la tâche avec un taux de réussite supérieur au hasard (73,3 %) montrant ainsi que ces enfants sont capables de résoudre des problèmes de comparaison et d'addition approximative avec des nombres symboliques, alors qu'ils n'ont pas reçu d'enseignement formel de l'arithmétique symbolique sur des grands nombres (Gilmore et al., 2007).



« Sarah a 21 bonbons »

« Sarah a reçu plus de 30 bonbons »

« John a 34 bonbons. Qui a plus de bonbons ? »

Figure 2. Exemples de problèmes d'arithmétique symbolique et approximative (d'après Gilmore et al., 2007)

La littérature suppose que l'ANS est enrichi afin d'estimer les stimuli dans la nature (voir Brannon, Jordan, & Jones, 2010 ; Feigenson et al., 2004; Piazza, 2010). Il sert de base à la capacité d'approximation. Les enfants peuvent comparer et additionner approximativement de grandes quantités de stimuli non symboliques (Barth, La Mont, Lipton, & Spelke, 2005 ; Gilmore et al., 2010 ; Libertus, Feigenson, & Halberda, 2011 ; Mazzocco, Feigenson, & Halberda, 2011). Ils peuvent le faire même lorsque ces quantités sont présentées dans des modalités et des formats différents (Barth et al., 2005 ; Barth, Beckmann, & Spelke, 2008 ; McNeil, Wagner Fuhs, Keultjes, & Gibson, 2011 ; Xenidou-Dervou, De Smedt, van der Schoot, & van Lieshout, 2013). Ces capacités d'approximation symbolique ou non symbolique sont soumises aux mêmes effets de ratio (Barth et al., 2006 ; Gilmore et al., 2007), c'est-à-dire que plus la différence de rapport entre deux nombres s'approche de 1, plus

il est difficile de les comparer, ce qui suggère que les enfants recrutent leurs représentations ANS lorsqu'ils s'engagent dans une approximation symbolique.

1.2 Le développement des stratégies arithmétiques

Durant le développement typique de l'arithmétique, plusieurs stratégies sont observées chez l'enfant. Pour l'addition en particulier, différentes classifications de ces stratégies ont été proposées (Baroody, 1987 ; Shrager & Siegler, 1998 ; Siegler & Shrager, 1984) mais la plupart des études sur les stratégies utilisent celle de Siegler et Shrager (voir Chu et al., 2018 ; Geary & Brown, 1991 ; Geary, Hoard, & Bailey, 2012 ; Geary, Hoard, Byrd-Craven, & Catherine DeSoto, 2004). Ces auteurs distinguent cinq stratégies d'additions. D'après Geary et al. (2004), la stratégie la moins rapide et la moins efficace est le *counting all* (autrement dit *sum strategy*). Lorsque l'enfant utilise cette stratégie il compte les deux opérandes (ou termes) de l'addition en commençant par un (par exemple, $3 + 5 = 1\ 2\ 3$ et puis $1\ 2\ 3\ 4\ 5$ et puis compter du tout $1 - 8$ ou il compte $1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8$). Ensuite, d'autres stratégies plus matures vont se développer. La stratégie *counting on* (counting from the first addend) consiste à commencer à compter à partir du premier opérande du calcul (par exemple : $3 + 5 = 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8$). Le *counting min* (counting on stating from the larger addend) est utilisé lorsque l'enfant commence à compter à partir du nombre plus grand (par exemple : $3 + 5 = 5\ 6\ 7\ 8$).

La stratégie la plus rapide est la *récupération* en mémoire à long terme de la réponse, c'est-à-dire que le calcul et sa réponse sont stocké de manière associative en mémoire à long terme. L'enfant ne va plus compter mais va donner la réponse de manière directe (par exemple, $5 + 3 = 8$) (Ashcraft & Battaglia, 1978 ; Ashcraft, 1992, 1995 ; Campbell, 1995). Cependant, d'autres auteurs proposent un modèle de procédure de comptage automatisé selon lequel la récupération ne se traduit pas nécessairement par la construction d'associations entre opérandes et réponses mais plutôt par l'automatisation des procédures de comptage (Barrouillet & Thevenot, 2013 ; Fayol & Thevenot, 2012 ; Thevenot, Dewi, Bagnoud, Uittenhove, Fayol, Wolfer, & Castel, 2020), c'est-à-dire un comptage très rapide sous la forme d'une procédure automatisée et compactée limitée à des additions très petites avec des quantités dans le rang du subitizing (Uittenhove, Thevenot, & Barrouillet, 2016).

Enfin, une dernière stratégie observée est la *décomposition*. L'enfant va se baser sur des calculs qu'il a déjà en mémoire à long terme pour aider la résolution du calcul présenté (par exemple : $4 + 7 = 4 + 6 + 1 = 10 + 1$). Selon Geary (2004), au cours de leur développement, les enfants utilisent de plus en plus les stratégies basées sur la mémoire, ce qui leur permet d'être plus rapides et d'éviter des erreurs de calcul. La mémoire de travail est alors moins sollicitée, ce qui permet de manipuler d'avantage d'informations afin de réaliser des calculs plus complexes.

Siegler (1996) propose le modèle des vagues superposées pour illustrer le développement de ces cinq stratégies de calcul présentées précédemment (figure 3). Il montre que les stratégies évoluent avec l'âge mais qu'elles peuvent toujours être employées si l'enfant en a besoin. Ainsi, les individus utilisent toutes les stratégies de résolution mais pas à la même fréquence. La plupart des enfants utilisent diverses stratégies de résolution à tout moment, mais les stratégies plus matures ont tendance à être utilisées plus fréquemment à mesure que les enfants progressent dans le développement de leurs capacités arithmétiques.

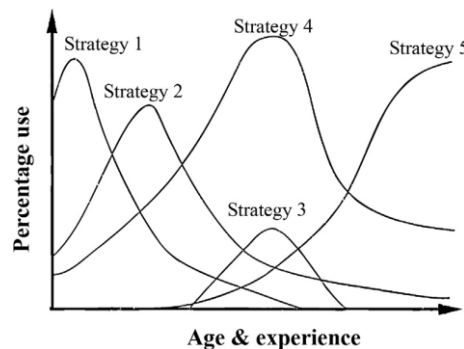


Figure 3. The Overlapping Waves Model (Siegler, 1996)

Le modèle de choix de stratégie adaptative (*Adaptive Strategy Choix Multiple*) de Siegler et Shipley (1995) explique que le choix de la stratégie dépend de la force de chaque stratégie (vitesse et précision) par rapport aux stratégies alternatives. Le modèle postule deux voies distinctes pour les procédures et la récupération. La récupération est plus susceptible d'être choisie pour des problèmes avec des associations de réponses fortes. La procédure (ou autrement dit le *backup strategy*) est souvent choisie pour des problèmes où l'association entre un problème et une réponse est faible.

La résolution d'additions montre deux effets : l'effet de taille et l'effet de doubles (Van Beek, Ghesquière, De Smedt, & Lagae, 2014). L'effet de taille indique que le temps de réponse (TR) et le taux d'erreur augmentent à mesure que la magnitude des opérandes dans un problème arithmétique augmente (Ashcraft & Guillaume, 2009). En effet, la récupération et la résolution procédurale sont toutes deux plus efficaces pour les petits problèmes que pour les grands. Il a également été suggéré que la pratique est un déterminant important de l'effet de la taille du problème (Pauli, Lutzenberger, Rau, Birbaumer, Rickard, & Yaroush, 1994). En effet, les petits problèmes (par exemple, $2 + 3$) sont présentés plus fréquemment que les grands problèmes (par exemple, $6 + 7$) et, par conséquent, les petits problèmes ont une trace mnésique plus forte et sont donc récupérés de la mémoire à long terme plus rapidement que les grands problèmes (Grabner & De Smedt, 2011). L'effet de doubles indique que les problèmes arithmétiques simples avec les deux mêmes opérandes (par exemple, $4 + 4$, ou $6 + 6$) sont résolus plus rapidement et plus précisément que des problèmes avec des opérandes différentes (par exemple, $4 + 5$ ou $6 + 7$) (LeFevre, Destefano, Shanahan, & Coleman, 2005).

1.3 Études sur les prédicteurs des compétences arithmétiques

Les recherches visant à prédire les performances arithmétiques ultérieures à partir des capacités numériques préscolaires varient en fonction des variables dépendantes considérées (résultats arithmétiques ou mathématiques générales), des prédicteurs considérés (chaque capacité numérique séparée ou des combinaisons de capacités numériques) et de l'intervalle du suivi longitudinal (de la maternelle à la première année d'études ou plus tard).

1.3.1 Évolution des recherches longitudinales

Une façon de vérifier si certaines compétences sont des conditions préalables à d'autres compétences est de mener des études longitudinales (Dowker, 2005). Nogues et Dorneles (2021) ont synthétisé 62 études portant sur les relations entre des aptitudes cognitives et numériques spécifiques et les capacités arithmétiques/mathématiques. Ce grand nombre d'études montre un intérêt des chercheurs pour savoir quel est le mécanisme qui sous-tend l'apprentissage arithmétique et mathématique. Pourtant, certaines études ne sont pas longitudinales ou portent sur une population d'enfants plus âgés. Notre revue de la littérature se concentre uniquement sur les prédicteurs numériques précoces des capacités arithmétiques ultérieures.

Le tableau 3 est une synthèse de 23 études longitudinales de l'âge préscolaire jusqu'à la première année du primaire ou plus tard. Ces études sont organisées par ordre chronologique de publication et selon la variable dépendante, soit la performance mathématique, la performance arithmétique et l'évolution arithmétique.

Les différences interindividuelles des enfants peuvent en effet être mesurées au niveau de leurs capacités mathématiques en général dans des tests globaux mesurant différents aspects des mathématiques (comme le comptage, la résolution de calculs ou l'écriture de nombres sous dictée). D'autres recherches se sont intéressées plus spécifiquement aux différences interindividuelles en ce qui concerne l'arithmétique proprement dite, c'est-à-dire la capacité à résoudre des calculs (addition, soustraction). Enfin, quelques rares études se sont intéressées aux différences intra-individuelles, également appelées taux de croissance individuels ou évolution intra-individuelle. Il s'agit donc de regarder les différences de vitesse d'évolution ou de progression des enfants, par exemple, en matière de performance en arithmétique : quels sont les enfants qui évoluent rapidement ou au contraire, lentement (Xenidou-Devou, Van Luit, Kroesbergen, Friso-van den Bos, Jonkman, van der Schoot, & van Lieshout, 2018).

La période de publication de ces études se situe entre 2004 et 2020; il s'agit donc d'une question actuelle. Ces études ont été réalisées dans 12 pays : la plupart aux États-Unis ($n = 8$; 32 %). La médiane des tailles d'échantillon était de 196 enfants. L'âge moyen des participants était de 5 ans et demi.

1.3.2 Prédicteur de la performance mathématique

À partir de cette synthèse d'études, nous avons pu constater que les capacités numériques qui prédisent le plus fréquemment la performance mathématique sont les capacités numériques telles que la connaissance de la séquence numérique (comptage), la capacité de discrimination des quantités (ANS), la comparaison de quantités symboliques (autrement dit magnitude symbolique). De même, les capacités cognitives générales sont: la mémoire de travail (MdT), l'intelligence (QI), les fonctions exécutives (FE) (voir Nogues & Dorneles, 2021).

1.3.3 Prédicteur de la performance arithmétique

Les capacités du comptage, de la discrimination des quantités, de la compréhension de la cardinalité et de la comparaison de la magnitude symbolique à l'âge préscolaire sont les prédicteurs des capacités arithmétiques ultérieures (qui sont mesurées par la capacité d'addition dans la plupart d'études et en plus, par la capacité de soustraction pour quelques études). On notera toutefois des résultats contradictoires ou mixtes sur le rôle prédictif de ces prédicteurs et en particulier, du dénombrement et de l'ANS.

La comparaison de la magnitude des nombres symboliques a été testée dans plusieurs études (voir le tableau 3), mais toujours en utilisant des chiffres arabes et en s'intéressant alors à des enfants plus âgés, en dernière année d'école maternelle (enfants de 5 à 6 ans), car c'est vers cet âge que les enfants sont généralement initiés aux chiffres arabes. L'examen du rôle prédictif de la comparaison des nombres verbaux oraux n'a jamais été fait auparavant mais pourrait être très intéressant car les enfants sont familiers avec les mots-nombres avant d'apprendre les chiffres arabes.

1.3.4 Prédicteur de l'évolution arithmétique

Très peu d'études se sont intéressées aux prédicteurs de l'évolution (ou du progrès) arithmétique. À notre connaissance, seulement deux études se sont penchées sur ce sujet (Geary, 2011 ; Xenidou-Dervou et al., 2018). Les études de Geary (2011) et Xenidou-Dervou et al. (2018) ont indiqué que les capacités générales (MdT, FE) et les capacités numériques spécifiques (comptage et stratégie de comptage, addition approximative) permettent de prédire l'évolution mathématique des enfants de la maternelle à la troisième ou cinquième année de primaire.

Tableau 3. Revue de la littérature sur les prédicteurs des performances ultérieures (mathématique, arithmétique) et ses évolutions

Études	Echantillon et âge-moyen (ans) ou classe			Prédicteurs à l'âge préscolaire							Site de test
	N	T1	T2	Comptage	Denom-brement	Donne-moi N	ANS	Mag. symb.	Add. apprso. symb.	Number knowledge	
Mathématique (n =12)											
Aunola et al., 2004	194	5–6	G2	<i>sig.</i> $\beta = .62$	–	–	–	–	–	–	Finlande
Jordan et al., 2007	277	5.58	G1	–	–	–	–	–	–	<i>sig.</i> $\beta = .72$	États-Unis
Stock et al., 2009	684	5.4	G1–G2	–	□	–	–	–	–	–	Belgique
Mazzocco et al., 2011	17	3–6	G1	–	–	–	<i>sig.</i> R2 = .28	–	–	–	États-Unis
Passolunghi et al., 2012	70	5.2	G1	X	–	–	–	–	–	<i>sig.</i> $\beta = .24$	Italie
Sasanguie et al., 2012	72	5.6	G2	–	–	–	–	<i>sig.</i> $\beta = .61$	–	–	Belgique
Nguyen et al., 2016	781	4.3	G5	<i>sig.</i> $\beta = .42$	–	–	–	–	–	–	États-Unis
Marcelino et al. 2017	123	6.37	G1	–	–	–	–	–	–	<i>sig.</i>	Portugal
Xenidou- et al., 2017	326	5–6	G1-G2	–	–	–	<i>sig.</i> $\beta = .12$	<i>sig.</i> $\beta = .24$	–	–	Pays-Bas
Xenidou- et al., 2018	334	5.6	G1	<i>sig.</i> $\beta = .23$	–	–	<i>sig.</i> $\beta = .12$	–	<i>sig.</i> $\beta = .13$	–	Pays-Bas
Hawes et al., 2019	439	5.86	G1	–	–	–	X	<i>sig.</i> $\beta = .17$	–	–	Canada
Malone et al., 2019	519	5.3	G1	–	X	–	<i>sig.</i> $\beta = .22$	–	–	<i>sig.</i> $\beta = .29$	Australie

Note. G, Grade/classe ; P, préscolaire ; ANS, Approximate Nonsymbolic System ; Mag. Symb., Comparaison de Magnitude Symbolique ; Add.Appro.Symb., Addition Approximative Symbolique ; *sig.*, valeur de *p* significative; X, non significative; □, résultat mixte entre *sig* et *non sig* en fonction de temps et tâches ; FB, Facteur de Bayes

Tableau 3 (continu). Revue de la littérature sur les prédicteurs des performances ultérieures (mathématique, arithmétique) et ses évolutions

Études	Echantillon et âge-moyen (ans) ou classe			Prédicteurs à l'âge préscolaire							Site de test
	N	T1	T2	Comptage	Denom-brement	Donne-moi N	ANS	Mag. symb.	Add. apprso. symb.	Number knowledge	
<i>Arithmétique</i> (n = 12)											
Locuniak et al, 2008	198	5.5	G2	—	—	—	—	—	—	<i>sig.</i> $\beta = .17$	États-Unis
Aunio et al., 2010	212	6	G1	<i>sig.</i> $\beta = .24$	—	—	—	—	—	—	Finlande
Geary, 2011	177	4.2	G1	—	X	—	—	—	—	—	États-Unis
Doesote et al., 2012	315	3–6	G1-G2	—	—	—	<i>sig.</i> $\beta = .18$	X	—	—	Belgique
Hornug et al., 2014	165	6.12	G1	<i>sig.</i>	<i>sig.</i>	—	—	<i>sig.</i>	—	—	Luxembourg
Bartelet et al., 2014	209	6	G1	—	X	—	X	<i>sig.</i> $\beta = .28$	—	—	Pays-Bas
Martin et al., 2014	193	6.16	G1	X	X	—	—	<i>sig.</i> $\beta = .02$	—	—	États-Unis
Aragón et al. 2016	122	5.82	G1	<i>sig.</i> $\beta = .38$	<i>sig.</i> $\beta = .19$	—	—	—	—	—	Espagne
Wong & Ho, 2017	153	6.1	G1–G2	—	—	—	<i>sig.</i> $\beta = .17$	<i>sig.</i> $\beta = .17$	—	—	Chine
Major et al., 2017	267	6.04	G1	—	<i>sig.</i>	—	—	X	—	—	Australie
Chu et al., 2018	134	3–4	G1	□	X	<i>sig.</i> FB élevé	□	—	—	—	États-Unis
Habermann et al., 2020	71	4.2	G1	X	—	—	X	X	—	<i>sig.</i>	Grande Bretagne
<i>Evolution arithmétique</i> (n=2)											
Geary, 2011	177	4.2	G1–G5	<i>sig.</i>	—	—	—	—	—	—	États-Unis
Xenidou- et al., 2018	334	5.6	P–G3	X	—	—	X	—	<i>sig.</i> $\beta = .26$	—	Pays-Bas
Résumé (Médian N, moyen âge and <i>n</i> prédicteur)	196	5.58		11	9	1	11	10	2	6	12

Note. G, Grade/classe ; P, préscolaire ; ANS, Approximate Nonsymbolic System ; Mag. Symb., Comparaison de Magnitude Symbolique ; Add.Appro.Symb., Addition Approximative Symbolique ; *sig.*, valeur de *p* significative; X, non significative; □, résultat mixte entre *sig* et *non sig* en fonction de temps et tâches ; FB, Facteur de Bayes

1.4 Rôle des prédicteurs

1.4.1 Rôle de la compréhension de la magnitude non symbolique

Le rôle de la magnitude non symbolique pour l'arithmétique fait toujours l'objet de débats à ce jour. De nombreuses études ont proposé que l'ANS était fondamental pour la compréhension des concepts abstraits et symboliques des nombres de l'enfant, contribuant ainsi au développement de l'arithmétique et des mathématiques (Gilmore et al. 2010 ; Halberda, Mazzocco, & Feigenson, 2008 ; Libertus et al., 2011 ; Mazzocco et al., 2011). En revanche, certaines études n'ont pas réussi à établir une relation significative entre les mesures non symboliques de l'ANS et l'arithmétique (Holloway & Ansari, 2009 ; Iuculano, Tang, Hall, & Butterworth, 2008 ; Kolkman, Kroesbergen, & Leseman, 2013 ; Sasanguie et al., 2013 ; Vanbinst, Ansari, Ghesquière, & Smedt, 2016 ; Vanbinst, Ghesquière, & Smedt, 2012). Holloway et Ansari (2009) ont constaté que seule la comparaison symbolique permettait de prédire les compétences en mathématiques tandis que la discrimination non symbolique ne le permettait pas. Des études longitudinales (voir tableau 3 ainsi que d'autres revues : De Smedt et al., 2013 ; Nogues et Dorneles, 2021 ; Siegler, 2016) ont montré que la relation entre la discrimination de la magnitude non symbolique et les compétences arithmétiques des enfants n'était pas présente de manière cohérente. Parmi 11 études qui ont testé l'ANS via la tâche de la comparaison des collections à l'âge préscolaire, 6 études ont montré que la performance de comparaison de magnitude non symbolique prédit la performance mathématique ultérieure et 4 études ont montré un résultat contraire. La différence de résultat peut être due, au moins en partie, à des différences entre les études concernant l'âge des participants et les mesures utilisées pour évaluer ces compétences (Chen & Li, 2014 ; Fazio, Bailey, Thompson, & Siegler, 2014 ; Schneider & Preckel, 2017) ou à des biais et inférences dans la définition du système des nombres approximatifs dans la littérature (voir Szűcs & Myers, 2017, pour une revue). Seule, l'étude de Chu, vanMarle, Rouder et Geary (2018) a montré un résultat mitigé : l'acuité de l'ANS des enfants de maternelle (5 à 6 ans) était liée à la performance arithmétique 2 ans plus tard, alors que leur acuité ANS à l'âge plus jeune (3 à 4 ans) ne l'était pas. La méta-analyse de Chen et Li (2014) a montré que la puissance de la relation entre l'ANS et la compétence mathématique est faible ($r = .17$).

Pourquoi la compréhension des magnitudes non symboliques est-elle importante pour l'apprentissage de l'arithmétique et des mathématiques ? L'explication pourrait s'appuyer sur la théorie intégrée du développement numérique proposée par Siegler et Braithwaite (2017), qui suppose que le cœur du développement numérique est une augmentation de la compréhension des magnitudes numériques. Tous les nombres réels peuvent être représentés comme des magnitudes sur une ligne numérique mentale et sont donc ordonnés sur la ligne numérique. Au-delà de la compréhension de la magnitude non symbolique, bien que ce ne soit pas l'objet de cette revue de littérature, la ligne des nombres s'est également avérée être prédictive des résultats arithmétiques ultérieurs (Chu et al., 2018 ; Nogues & Dorneles, 2021 ; Xenidou-Dervou, Van Luit, Kroesbergen, Friso-van den Bos, Jonkman, van der Schoot, & van Lieshout, 2018, pour une revue).

1.4.2 Rôle du comptage

Le comptage est la base de l'arithmétique pour la plupart des enfants. Puisque le résultat de l'addition de deux nombres est équivalent au dénombrement de l'union de deux ensembles disjoints avec ces nombres, les enfants peuvent apprendre l'addition en réunissant deux ensembles et en comptant les membres de leur union (Butterworth, 2005).

La plupart des études antérieures (7 sur 12, voir le tableau 3) ont montré que la capacité de comptage est un bon prédicteur des capacités arithmétiques et mathématiques ultérieures (les tailles d'effet sont modérées à grandes, β s .24 - .61). Certaines études ne le montrent pas en raison de l'utilisation d'autres mesures tels que la vitesse de comptage (Passolungi & Lanfranchi, 2012) ou un mélange de comptage et dénombrement (Malone et al., 2019), ou la précision du principe de dénombrement (Geary, 2011). Alors que Halbermann et ses collègues (2020) ont mesuré les capacités de compréhension des nombres (identification de chiffres arabes et comparaison de nombres arabes à plusieurs chiffres). Il est probable que ces capacités contribuent davantage aux capacités arithmétiques que les capacités initiales dans le développement numérique de l'enfant, telles que la routine verbale. L'étude de Chu et al. (2018) a montré un résultat mitigé, la capacité de comptage verbal à l'âge de 4-5 ans prédit la sophistication des stratégies utilisées pour résoudre les additions, alors que le comptage verbal mesuré lorsque les enfants sont plus jeunes n'est pas un prédicteur significatif.

1.4.3 Rôle de la compréhension de la cardinalité

Des recherches récentes suggèrent que la compréhension de la valeur cardinale des nombres par les enfants d'âge préscolaire est le facteur prédictif le plus significatif de leurs résultats ultérieurs en arithmétiques et en mathématiques (Chu et al., 2018 ; Geary & vanMarle, 2018). Dans l'étude de Chu et al. (2018) les enfants qui avaient au moins la compréhension du mot nombre « deux » au début de la période préscolaire (enfants de 3 à 4 ans) utilisaient, deux ans plus tard, un ensemble de stratégies plus sophistiquées (récupération, décomposition et count min) que ceux qui avaient seulement la connaissance de la valeur cardinale du mot nombre « un » ou qui n'avaient aucune compréhension de la cardinalité.

La compréhension précoce de la cardinalité est une étape importante vers l'apprentissage du système symbolique des nombres à l'entrée à l'école élémentaire (Geary & vanMarle, 2018) et la fluidité dans l'accès aux relations entre les nombres (Holloway & Ansari, 2009). Geary et ses collègues ont réalisé une série d'études longitudinales sur les enfants de 3 à 5 ans, et ont testé la tâche « Donne-moi » aux trois temps de mesures différents. Ils ont montré que l'âge d'acquisition de la compréhension cardinale des mots-nombres est un prédicteur important des autres capacités numériques tels que le comptage et la comparaison de la magnitude symbolique et non symbolique (Geary et al., 2019). Les enfants qui ont atteint de manière plus précoce la compréhension de la valeur cardinale des mots nombre connaissaient plus de mots nombres et de chiffres et avaient une meilleure compréhension intuitive des magnitudes que leurs pairs (Geary, vanMarle, Chu, Hoard, & Nugent, 2018). Ils ont eu une

croissance plus rapide de la magnitude symbolique et amélioreraient la précision des représentations de l'ANS une fois qu'ils avaient compris la cardinalité. En effet, quand les enfants avaient compris la cardinalité des mots nombres, ils montraient de net progrès dans leur capacité à comparer la magnitude de deux nombres symboliques (Geary & vanMarle, 2018 ; Shusterman, Slusser, Halberda, & Odic, 2016).

Pourquoi la compréhension précoce de la cardinalité joue un rôle crucial dans les compétences mathématiques et arithmétiques ultérieures ? Premièrement, nous constatons que ce n'est qu'après avoir compris la cardinalité que les jeunes enfants peuvent commencer à comprendre les relations entre les nombres symboliques. L'apprentissage mathématique ou de l'arithmétique à l'école utilise principalement des codes symboliques référant à des quantités précises. En ce sens, la compréhension de la cardinalité pourrait être un prérequis nécessaire à la compréhension de la magnitude des nombres symboliques (Geary & vanMarle, 2018 ; Geary et al., 2019). Deuxièmement, le développement de la notion de cardinalité est graduel et complexe. Il nécessite des capacités cognitives générales pour apprendre une nouvelle notion (voir Catell, 1987 ; Geary et al., 2018, 2019 pour la discussion) et la capacité conceptuelle spécifique numérique pour produire une quantité correspondant au nombre demandé. L'enfant serait aussi capable de comparer les nombres pour déterminer le nombre plus grand, décider de compter en utilisant une stratégie plus économique comme *count min* au lieu de *count all*.

1.4.4 Rôle de la compréhension de la magnitude symbolique

La magnitude des nombres est considérée comme le corps du développement arithmétique et mathématique (Siegler, 2016). Elle sert de base à une compétence de traitement arithmétique de plus haut niveau (Butterworth, 2005).

La compréhension de la magnitude symbolique des nombres est un prédicteur des capacités arithmétiques et mathématiques ultérieures (Aragón, Navarro, & Aguilar, 2016 ; Bartelet et al., 2014 ; De Smedt, Noël, Gilmore, & Ansari, 2013 ; Hawes et al., 2019 ; Martin et al., 2014 ; Sassanguie et al., 2013 ; Schneider & Preckel, 2017 ; Wong & Ho, 2017 ; Xenidou-Dervou et al., 2017 ; $rs = .17 - .61$, pour des revues). Les méta-analyses ont également montré la relation positive entre la connaissance de la magnitude symbolique et la compétence mathématique dans des échantillons d'enfants et d'adultes ($rs = .20 - .44$; Chen & Li, 2014 ; Fazio et al., 2014 ; $r = .30$, Schneider & Preckel, 2017).

Dans une étude récente, Xenidou-Dervou et al. (2017) ont montré que les compétences en comparaison de nombres symboliques (intervalle de nombres de 6–70, mais pas de 1–9) à la maternelle sont un prédicteur robuste et cohérent de la réussite en mathématiques en première et deuxième année, même après avoir contrôlé les différences individuelles de QI et de mémoire de travail. Les recherches ont également révélé que les enfants atteints de dyscalculie ont tendance à présenter des déficits dans les tâches de comparaison de nombres symboliques (voir, par exemple, De Smedt & Gilmore, 2011 ; Landerl & Kolle, 2009 ; Rousselle & Noël, 2007).

Deux études (Halbermann et al., 2020 ; Major, Paul, & Reeve, 2017) présentent des résultats contradictoires avec les études précédentes, ce qui peut être lié aux différentes mesures ou au fait que l'âge des enfants soient différents. Halbermann et ses collègues (2020) ont mesuré la comparaison de chiffres arabes auprès de 71 enfants de 4 ans. Bien évidemment, à cet âge-là, la majorité des enfants n'ont pas réussi à nommer correctement les chiffres de 1 à 9 et 31% des participants avaient des performances inférieures au niveau du hasard dans la comparaison de chiffres. En outre, les données relatives au TR et à la précision donnent des résultats différents, notamment en fonction de l'âge des enfants testés (De Smedt et al., 2013). L'étude de Major et al. (2017) a mesuré le TR au lieu de la précision de la magnitude symbolique.

Ce type de connaissance de la magnitude numérique peut contribuer à choisir les stratégies appropriées lors de la résolution arithmétique, et identifier des réponses plus plausibles (Mussolin, Nys, Leybaert, & Content, 2016). Face au calcul « $3 + 6 = ?$ », un enfant qui comprend que 6 (six) est plus grand que 3 (trois) est capable de produire une stratégie de *count min* à partir du nombre plus grand (6) au lieu de *count on* à partir du premier opérande du calcul (3).

1.4.5 Rôle de capacité d'addition approximative symbolique

La plupart des recherches dans ce domaine se sont principalement concentrées sur les enfants plus âgés ou les adultes (Dowker, 2003 ; Ganor-Stern, 2016 ; LeFevre, Greenham, & Waheed, 1993 ; Lemaire, Lecacheur, & Farioli, 2000). Ce n'est que plus récemment que des études ont montré que cette capacité était déjà présente vers l'âge de 5 ans (Gilmore et al., 2007), bien avant que les enfants soient effectivement capables de faire de l'arithmétique exacte avec des grands nombres sous la forme « $a + b = c$ » (Case & Sowder, 1990). Certaines études récentes ont montré que la capacité d'addition approximative symbolique prédit les capacités mathématiques ultérieures et prédit également la croissance arithmétique de l'enfant (Xenidou-Dervou et al., 2018).

1.5 Résumé

En résumé, à partir de notre revue de la littérature, nous avons trouvé des preuves récentes et croissantes pour soutenir l'idée que c'est l'accès à la signification exacte des nombres symboliques (via la compréhension de la cardinalité et de la magnitude symbolique) qui sous-tend le développement mathématique et arithmétique. Pourtant, il reste encore quelques questions ou débats sur le rôle de certains prédicteurs :

- (1) L'acquisition de la chaîne numérique verbale (via le comptage le plus loin possible) est comme une condition préalable au développement d'autres concepts numériques plus avancés. Il s'agit d'une mesure très souvent utilisée dans les études longitudinales qui prédit les capacités arithmétiques et mathématiques ultérieures. Pourtant, le rôle d'un niveau de comptage supérieur, l'élaboration de la séquence des mots nombres est très rarement examiné. Le comptage avancé (comptage à partir d'un nombre) a été testé en combinaison avec le comptage (compter le plus loin possible) (Aunola, Leskinen, Lerkkanen, & Nurmi, 2004) mais pas de manière séparée.

- (2) Il y a encore un débat sur la façon d'évaluer la compréhension de la cardinalité par la tâche « Combien ? » dans la tâche de dénombrement ou par la tâche de « Donne-moi N », et si la compréhension de la valeur cardinale des mots nombres est un prédicteur important des capacités arithmétiques futures. Cependant, les études précédentes ont principalement utilisé la tâche de dénombrement et évalué le principe de correspondance 1 : 1, et très peu d'entre elles ont évalué le principe de cardinalité (Martin et al., 2014). La connaissance cardinale (testé par Give-N) s'est révélée être un prédicteur robuste pour la sophistication ultérieure des stratégies (Chu et al., 2018 ; Geary et al., 2019), mais, d'une part, elle n'a été considérée que dans deux recherches émanant de la même équipe et d'autre part, elle n'a pas été envisagée pour prédire une combinaison de compétences arithmétiques couvrant à la fois la réussite, la fluence et la stratégie arithmétiques ou l'évolution arithmétique.
- (3) Le deuxième débat est lié au rôle prédictif de la compréhension de la magnitude pour l'arithmétique : s'agit-il de la magnitude non symbolique ou de la magnitude symbolique ? Bien que l'importance de la comparaison de magnitude non-symbolique ait longtemps dominé le champ de la cognition numérique, des données récentes ont étayé le rôle important de la comparaison de nombres symboliques et plus spécifiquement, des chiffres arabes (de 1 à 9). Toutefois, ce type de tâche ne peut être décemment administrée qu'à partir de l'âge de 5 ans.
- (4) Par ailleurs, très peu d'études ont examiné la comparaison de NVO, un format de nombre verbal plus familier aux jeunes enfants.
- (5) La capacité d'addition approximative apparaît récemment comme un prédicteur significatif de l'évolution intra individuelle en mathématique. Il serait intéressant de voir si cette capacité prédit également la performance arithmétique en particulier.
- (6) Les études sur ce thème ont quasi toutes été menées dans les pays industriels occidentaux (aux États-Unis ou en Europe). Il pourrait être intéressant d'examiner si les résultats de ces études peuvent être généralisés à un pays asiatique où le système numérique verbal est beaucoup plus régulier et transparent par rapport à la base 10.

Dans la section suivante de ce chapitre, nous aborderons la question de l'effet du langage sur le développement des capacités numériques des enfants et, plus spécifiquement, sur l'impact des différences liées au système numérique utilisé.

2. L'effet de la culture et de la langue sur le développement numérique

Des études transnationales ont montré de meilleurs résultats en mathématiques chez les élèves de pays asiatiques, tels que Singapour, la Chine, Hong Kong, Taiwan, le Japon, la Corée du Sud et le Vietnam que dans les autres pays du monde (PISA, OECD, 2014). La littérature propose que la transparence de la langue (structure des mots nombres en base 10 régulière) favorise les meilleures performances des Asiatiques (Dowker Bala, & Lloyd, 2008 ; Rodic et al., 2015 ; Dowker & Nuerk, 2016, pour une revue). D'autres études suggèrent plusieurs autres facteurs comme explications potentielles de ces différences : les valeurs culturelles (Huntsinger, Jose, Liaw, & Ching, 1997 ; Huntsinger, Jose, & Larson, 1998), les attitudes et les attentes des parents (Huntsinger, Jose, & Luo, 2016 ; Kleemans,

Peeters, Segers, & Verhoeven, 2013), les activités d'apprentissage ou de stimulation précoce à la maison (Skwarchuk, Sowinski, & LeFevre, 2014). Dans cette section, nous présenterons tout d'abord les facteurs non liés à la langue, puis la différence dans la structure des mots nombres de différentes langues et ses effets sur le développement numérique. Nous analyserons les études précédentes puis introduirons la motivation sous-jacente à nos études cross-linguistiques de l'effet de la langue sur le développement numérique de l'enfant.

2.1 Influences culturelles et parentales sur le développement numérique

Les valeurs culturelles sont différentes en fonction des pays et des régions (Schwartz, 2006). L'individualisme, l'hédonisme et la stimulation (dans le sens d'une vie variée) sont des valeurs fondamentales dans les pays occidentaux (Bilsky, Janik, & Schwartz, 2011). En revanche, la collectivité, la tradition et la conformité sont des valeurs de base dans plusieurs pays orientaux (Pham, 1998 ; Różycka-Tran, Ha, Cieciuch, & Schwartz, 2017). Les contrastes culturels se manifestent sous plusieurs aspects cognitifs et comportementaux comme la façon de penser, la conception de la réussite, l'attente parentale vis à vis des enfants et la parentalité (voir Markus & Kitayama, 1991 ; Selin, 2013, pour des revues). Par exemple, les attentes parentales sont beaucoup plus importantes chez les parents asiatiques que chez les parents occidentaux (Gerofsky, 2015 ; Huntsinger et al., 1997). Les occidentaux vont davantage valoriser l'autonomie de l'enfant sur les plans intellectuels et affectifs et les activités de création, tandis que les asiatiques apprécient la pratique intensive et régulière. Dès la maternelle, les parents des enfants asiatiques exercent une pression précoce sur leurs enfants pour qu'ils apprennent les mathématiques (Huang, Zhang, Liu, Yang, & Song, 2017 ; Pan, Gauvain, Liu, & Cheng, 2006). Huntsinger et al. (1997) ont constaté des différences spectaculaires dans les expériences des enfants d'âge préscolaire à la maison, les enfants de parents chinois immigrés recevant un enseignement plus direct en mathématiques et étant davantage encouragés à participer à des activités mathématiques et à exprimer des opinions plus positives sur les mathématiques que les enfants dont les parents sont américains.

Plusieurs études ont montré que les activités d'apprentissage numérique précoce à domicile et leurs fréquences contribuent au développement numérique de l'enfant (Blevins-Knabe, 2016 ; LeFevre, Cankaya, Xu, & Lira, 2018 ; pour des revues, Hart, Ganley, & Purpura, 2016 ; Mutaf Yıldız, Sasanguie, De Smedt, & Reynvoet, 2018 ; Skwarchuk et al., 2014). Les activités numériques formelles (i.e. des expériences partagées dans lesquelles les parents enseignent directement et intentionnellement à leurs enfants les nombres, la quantité ou l'arithmétique) permettent de prédire la performance en arithmétique avec des nombres symboliques (i.e. $5 + 2$), tandis que les activités numériques informelles (les activités de jeux liés aux nombres, la quantité ou l'arithmétique de façon non intentionnelle et indirecte) prédisent les performances en arithmétique non symboliques (représentation concrète) (Skwarchuk et al., 2014). Des études antérieures (Berkowitz et al., 2015 ; Gunderson & Levine, 2011 ; Levine et al., 2010) ont révélé que plus les enfants parlaient de nombres, plus leurs performances numériques ultérieures étaient élevées.

Des études interculturelles ont montré la variation dans la fréquence et les activités numériques des parents avec leurs enfants. Les parents des enfants d'âge préscolaire chinois, taïwanais et sino-américains donnent davantage de cours de mathématiques à leurs enfants que les parents euro-américains (Chen & Uttal, 1988 ; Huntsinger et al., 1997, 1998, 2000 ; Pan et al., 2006). Pan et al. (2006) ont constaté que les mères chinoises enseignaient le calcul à leurs enfants de 5 à 7 ans le plus tôt possible et le pratiquaient très régulièrement (i.e., un niveau maximal de fréquence de 4 qui correspondait au niveau très régulier). De la même manière, les parents chinois font fréquemment participer leurs enfants à des activités numériques et utilisent une grande variété de stratégies pour leur enseigner les concepts numériques (Huang et al., 2017). En revanche, les parents européens-américains se concentrent sur l'acquisition de connaissances conceptuelles par le biais de méthodes informelles et fortuites plutôt que de mettre l'accent sur la pratique intensive. LeFevre Clarke, & Stringer (2002) ont montré que les parents canadiens francophones sont moins préoccupés par les expériences scolaires des enfants avant leur scolarisation. Les parents d'enfants canadiens anglophones ont plus d'activités arithmétiques à la maison (compter, reconnaître les nombres) avec leurs enfants que les parents canadiens des régions francophones.

Ainsi, les parents asiatiques utilisent davantage d'activités formelles avec leurs enfants et avec une fréquence plus élevée que les parents occidentaux qui optent plutôt pour des activités informelles et avec une fréquence plus faible. Ces différences peuvent contribuer à expliquer la variation dans la performance mathématique entre les enfants chinois et les enfants américains. Une autre explication pourrait être liée à la structure du système numérique verbal de la langue que l'enfant utilise. La partie suivante s'intéresse à décrire quelques caractéristiques importantes des langues dans le monde et à montrer le contraste entre les systèmes numériques occidentaux et asiatiques et leur influence sur les traitements numériques de l'enfant.

2.2 Effet de la langue

2.2.1 Langues dans le monde

Dans le monde de nos jours, il y a 204 pays et régions et environ 7000 langues¹ (Unesco, 2003). Parmi ces langues, il y a 32 langues qui ont au moins 50 millions de locuteurs par langue: Anglais, Mandarin, Hindi, Espagnol, Français, Arabe, Bengali, Russe, Portugais, Indonésien, Ourdou, Allemand, Japonais, Swahili, Marathi, Télougou, Turc, Cantonais, Tamoul, Pendjabi occidental, Wu, Coréen, Vietnamien, Haoussa, Javanais, Arabe Égyptien, Italien, Thaï, Gujarati, Kannada, Persan, Bhojpuri (l'ordre est descendant en fonction du total de locuteurs : 1268 millions des locuteurs qui parlent anglais, 276.6 millions de locuteurs le français, 131.6 millions des locuteurs l'allemand et 100 millions de locuteurs vietnamiens) (Simons & Charles, 2021).

¹ <https://www.ethnologue.com/>

L'anglais, le français, l'allemand, l'espagnol et l'italien sont des langues Indo-Européenne. Le français est la 5ème langue la plus parlée au monde, et le plus utilisée dans plusieurs pays Européens (la France, la Suisse, le Luxembourg, Wallonie en Belgique), au Québec (Canada) et l'Afrique francophone.

La langue vietnamienne appartient à la famille Austro-Asiatique. Les langues austro-asiatiques sont une famille de langues essentiellement parlées en Asie du Sud-Est et dans l'est de l'Inde (Simons & Charles, 2021). La langue vietnamienne s'est enrichie au cours du temps par de nombreux apports faits par différents peuples qui ont trouvé asile sur la presqu'île indochinoise : le vietnamien actuel ou le Kinh, parlé par plus de 80 % de la population du Vietnam est un amalgame étroit des éléments thaï, khmer, chinois et vietnamien..., l'élément chinois s'avérant nettement prépondérant. Au fur et à mesure du développement économique et culturel, les 53 minorités ethniques vivant du nord au sud, dans la région montagneuse du nord-ouest, dans les hauts plateaux du centre du pays, tout en conservant leur langue propre, parlent et étudient également le Kinh. Malgré une population constituée à plus de 80 % de Vietnamiens (ou de Kinh), le Vietnam reste aussi le microcosme ethnique le plus complexe du monde avec 54 ethnies et une soixantaine de langues différentes : mường, tày, nùng, mèò, zao. (Nguyen, 2010, p. 36).

Dans le domaine de la langue et de la psychologie linguistique, plusieurs études s'intéressent à l'effet de la langue sur l'apprentissage linguistique, la communication ou le bilinguisme, etc. Ici, nous nous intéresserons à l'effet de la langue, et plus précisément du système numérique verbal, sur les capacités numériques de l'enfant.

2.2.2 Histoire des systèmes de numération

Un système de numération² est un ensemble de règles d'utilisation de signes, de mots ou de gestes permettant d'écrire, d'énoncer ou de mimer des nombres.

Ifrah (1995) a écrit l'histoire du nombre et de l'être humain. En effet, l'être humain développe des représentations des nombres qui sont différentes en fonction de la région, de la culture et des périodes. Notre système numérique actuel est loin d'être le premier système numérique existant. Au début, l'être humain compte et représente les quantités par un ensemble d'éléments (ex., collections de cailloux, d'os, de bois, de doigts, de parties du corps, de symboles en lettres). Les nombres peuvent être représentés par différentes bases : base 60, base 20, base 10, base 5, etc. Le système le plus connu est daté de 3500 ans avant Jésus-Christ (J.C). Ce système suit le principe d'addition et repose sur une base 60 (sexagésimale) (figures 4-5), comme nous l'utilisons encore actuellement pour calculer les degrés (360 degrés) et le temps (60 minutes) (Ore, 1988, dans Fion, 2019). Quant aux premiers nombres écrits, ils semblent dater de plus de 3 700 ans. Il faut attendre le 12^{ème} siècle après Jésus-Christ pour que le système indo-arabe s'introduise en Europe, et le 16^{ème} siècle pour que celui-ci soit largement généralisé (Bideaud, Lehalle, & Vilette, 2004).

² <https://www.techno-science.net/definition/2089.html>

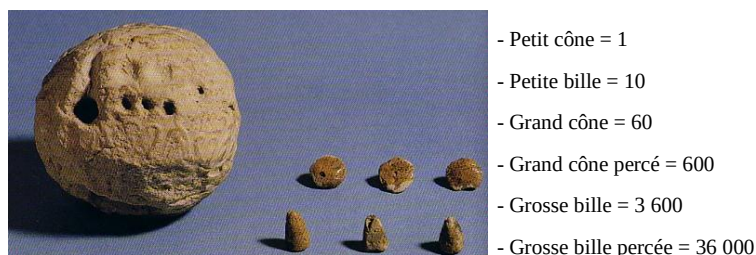


Figure 4. Calculi en utilisant des cailloux, extrait de « Histoire universelle des chiffres » (Ifrah, 1995, p. 30)

Note. En 3500 avant J.C., en Mésopotamie, dans les sociétés de Sumer et d'Elam, ces jetons sont emprisonnés dans une boule creuse en argile qui permet de vérifier que les transactions commerciales sont exactes, on leur donnera le nom de *calculi*. Ces cailloux constituent l'un des premiers systèmes de numération. Ce système suit le principe additif et sa base est sexagésimale (base 60).

Plus tard, les autres bases des nombres sont apparues. Les langues qui utilisent la base 5 (tableau 4) ou qui en ont des traces dans leur système de numérotation comprennent le caraïbe et l'arawak (Amérique du Nord), le guarani (Amérique du Sud), l'api et le houailou (Océanie), le fulad, le wolof, le sérère (Afrique), ainsi que d'autres langues africaines : le dan (dans le groupe mandé), le bêta (dans le groupe kroo) et le kulango (une des langues voltaïques); et en Asie, le khmer (au Cambodge) (voir Malherbe, 1995, dans Ifrah, 1995, p. 35).

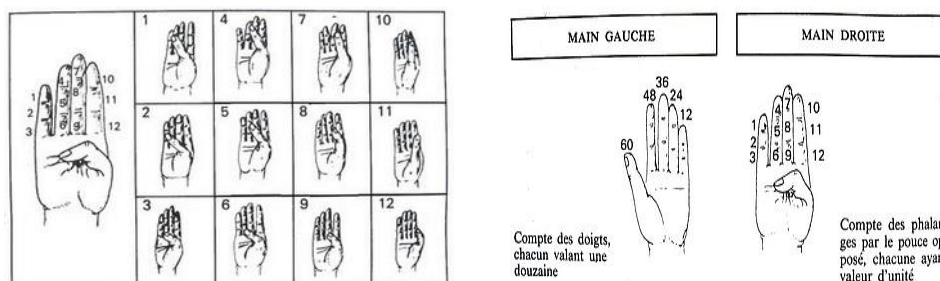


Figure 5. Base 60 en utilisant les doigts et la main (extrait de Ifrah, 1995, p. 330)

Note. Les origines de la base 60 se cachent également sur nos mains : il s'agit d'une combinaison entre les 5 doigts de la main gauche et les phalanges des quatre doigts de la main droite, le pouce servant à compter les phalanges, soit 12 au total. Et $5 \times 12 = 60$.

Dans le monde actuel, la base 10 est utilisée par environ 71 langues (Ifrah, 1994, pour plus de détail voir page 39). La propriété des mots nombres verbaux oraux de cette base est propre à chaque langue. Parmi ces langues, la plupart des langues asiatiques (chinois, japonais, coréen, vietnamien) partagent la même structure de base 10 pour les mots nombres (tableau 4).

Tableau 4. Des structures de bases (5, 10, 20) des différentes langues dans le monde

Bases	Langues	Exemples
5	Khmer	0 soun, 1 muej, 2 pi:, 3 bej, 4 buen, 5 pram , 6 pram muej, 7 pram pi:, 8 pram bej, 9 pram buen, 10 dap, 11 dap muej, 20 mphej.
10	Vietnamien	0 không, 1 một, 2 hai, 3 ba, 4 bốn, 5 năm, 6 sáu, 7 bảy, 8 tám, 9 chín, 10 mười , 11 mười một, 20 hai mười .
	Chinois	0 líng, 1 yī, 2 èr, 3 sān, 4 sì, 5 wu, 6 liù, 7 qī, 8, ba, 9 jiū, 10 shí , 11 shí er, 20 er shí .
	Japonais	0 rei, 1 ichi, 2 ni, 3 san, 4 shi, 5 go, 6 roku, 7 shichi, 8 hachi, 9 kyuu, 10 jyuu , 11 jyuu ichi, 12 jyuu ni, 20 nijū.
	Coréen	1 hana, 2 dul, 3 set, 4 net, 5 daseot, 6 yoseot, 7 ilgop, 8 yeodeol, 9 ahop, 10 yeol , 11 yeol hana, 12 yeol dul, 20 semul
20	Basque	35 = vingt-quinze
	Français	80 = quatre-vingt

D'autres civilisations ont préféré la base 20 (la base vigésimale), selon laquelle les choses sont comptées en paquets ou en groupes de vingt. Parmi eux, on trouve les Tamans de l'Orénoque (Venezuela), les Esquimaux ou Inuits (Groenland), Danois, Celtique, les Aïnus au Japon et les Zapotèques et Mayas du Mexique (Ifrah, 1995). Le français en France et Luxembourg a aussi des traces de cette base 20 pour quelques nombres > 60, par exemple, « quatre-vingt » pour 80 (4×20) (Seron & Fayol, 1994 ; Van Rinsveld & Schiltz, 2016). Le basque suit la même structure vigésimale, 35 se prononce « vingt-quinze ».

2.2.3 Différents formats de presentation des nombres

Les nombres se présentent essentiellement sous trois formats : le format des nombres arabes, le format des nombres verbaux oraux ou écrits et le format analogique où les quantités sont présentées de manière concrète (par un ensemble de cubes par exemple).

Le format arabe est un code symbolique quasi-universel qui est présent dans presque toutes les cultures. Il contient seulement 10 éléments lexicaux (les chiffres allant de 1 à 9 et 0) et suit une logique positionnelle de base 10. L'ordre de position des nombres commence de la gauche vers la droite par les puissances de 10. Chaque chiffre dépend alors de sa valeur attribuée, ainsi que de sa position au sein du nombre. L'absence d'une puissance est exprimée par le zéro. Ce système en base 10 utilisant des symboliques écrites nécessite un apprentissage explicite chez l'enfant.

Un autre format numérique important est le code verbal. Ce code verbal peut être soit écrit en toutes lettres (cinquante-neuf), soit oral. La structure des mots nombres verbaux diffère suivant les langues et fait l'objet d'un apprentissage spontané lors du développement langagier de l'enfant. Ce code numérique peut refléter la base 10 de manière plus ou moins régulière. Les langues asiatiques comme le chinois, le vietnamien, le japonais, le coréen présentent une structure en base 10 très régulière (tableau 4). Nous allons ainsi parler de transparence en base 10 du système numérique verbal. Plus la correspondance entre l'oral et l'écrit est régulière, plus la relation entre les unités sont explicites, plus une langue sera

considérée comme transparente (Fayol, Camos, & Roussel, 2000; Dowker, Bala, & Lloyd, 2008).

Dans le système numérique verbal, les nombres se construisent par des mécanismes lexicaux et syntaxiques mais ceux-ci varient considérablement d'une langue à l'autre (Hurford, 1987). Le lexique correspond aux primitives lexicales ou aux différents mots utilisés pour désigner les quantités numériques. Par exemple, en anglais, il y a des mots pour les unités (one, two, three...), les particuliers (eleven, twelve, thirteen...), les dizaines (ten, twenty, thirty...), les multiplicateurs (hundred, thousand, million...) et zéro. La syntaxe (ou combinatoire) correspond aux règles utilisées pour combiner les primitives lexicales et refléter les relations qu'elles entretiennent entre elles. Ces relations sont de nature additive (par exemple, vingt-quatre, trente-six) ou multiplicative (par exemple, deux cents, trois milles).

Enfin, en dehors de ces codes symboliques, il y a une autre manière concrète de représenter des quantités en utilisant le format analogique. Le code analogique est une représentation non verbale et non symbolique du nombre qui permet d'exprimer les nombres à l'aide de différents objets (par exemple, des paquets de baguettes, un boulier, des réglettes, etc.) Par exemple, dans l'apprentissage du code analogique présenté à la figure 6, l'enfant doit comprendre la convention selon laquelle chaque élément est associé à une numérosité, et suit la logique positionnelle de base 10. Par exemple, les cubes jaunes (ou un bâton) correspondent aux unités, les barres vertes (ou un paquet de bâton) correspondent aux dizaines, les plaques bleues correspondent aux centaines et les blocs rouges correspondent aux milliers.



Figure 6. Matériel concret pour représenter des quantités

Source : <https://www.wesco.fr/>.

En bref, le code symbolique arabe est un code quasi-universel dans presque toutes les cultures. Le code analogique est une représentation non-verbale du nombre. Ce code peut partager une même référence selon l'instruction de convention. Pourtant, le code verbal varie en fonction des langues sur différents niveaux : structure, lexique ou syntaxe.

2.3 Différents niveaux de l'effet de la langue sur les mathématiques

L'effet de la langue (autrement dit, les influences linguistiques) sur les compétences mathématiques est le sujet de plusieurs études dans le champ de la cognition numérique. De

nombreuses recherches sur ce sujet ont simplement montré que la langue influence les traitements numériques sans étudier le niveau auquel apparaît une influence linguistique particulière. Dowker et Nuerk (2016) ont distingué plusieurs niveaux linguistiques à partir desquels le traitement numérique peut être influencé : influences conceptuelles, syntaxiques, sémantiques, lexicales, visuo-spatiale-orthographiques, phonologiques et autres compétences liées au langage (voir figure 7).

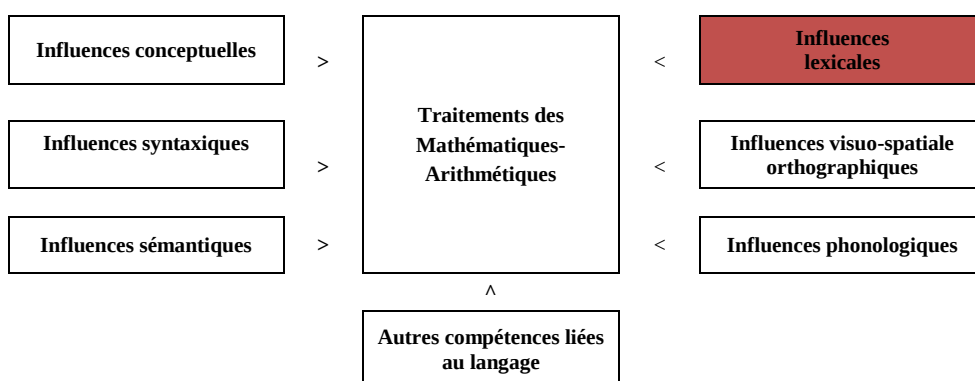


Figure 7. Niveaux des influences linguistiques sur les mathématiques (Dowker & Nuerk, 2016)

Les *influences lexicales* sont liées à la composition des mots nombres. Dowker et Nuerk (2017) définissent deux types d'influences lexicales : la *propriété inverse* et la *transparence de la base 10* du système numérique verbal. Le premier type est lié à l'*inversion* des nombres. Dans certaines langues comme l'arabe, le néerlandais et l'allemand, l'ordre des dizaines et des unités s'inversent (« un et vingt » pour 21). La majorité des études ont montré que les enfants qui parlent les systèmes numériques verbaux inversés avaient des performances de transcodage inférieures à celles des enfants utilisant un système non inversé (comme le français ou l'anglais, voir Krinzinger, Grégoire, Desoete, Kaufmann, Nuerk, & Willmes, 2011 ; Imbo, Vanden Bulcke, De Brauwer, & Fias, 2014 ; Zuber, Pixner, Moeller, & Nuerk, 2009) et commettent plus d'erreurs d'inversion (« 46 » → 64) (Clayton et al., 2020 ; Imbo, Bulcke, De Brauwer, & Fias, 2011 ; Moeller, Zuber, Olsen, Nuerk, & Willmes, 2015). Cet effet a également été observé au sein de l'individu lui-même. En effet, les enfants tchèques qui utilisent deux systèmes numériques verbaux, l'un inversé et l'autre non inversé, produisent moins d'erreurs de transcodage à partir des mots de nombres non inversés qu'à partir des mots nombres inversés (Pixner Zuber, Heřmanová, Kaufmann, Nuerk, & Moeller, 2011).

Le deuxième type est lié au fait que dans certaines langues asiatiques comme le chinois, le japonais, le vietnamien, le code numérique verbal est extrêmement transparent à la *base 10* (par exemple, « dix deux » pour 12). Dans certains systèmes verbaux (allemand, anglais, français, espagnol, italien), cette structure n'apparaît pas immédiatement après la première dizaine. Plusieurs études ont montré que les systèmes numériques transparents en base 10 conduisaient à des performances plus élevées des enfants asiatiques que les enfants occidentaux sur différentes capacités numériques, par exemple, le comptage (Miller, Smith, Zhu, & Zhang, 1995 ; Miller & Stigler, 1987), l'arithmétique (Geary, Bow-Thomas, Fan, & Siegler, 1993), l'estimation numérique non verbale (Dowker & Roberts, 2015), la compréhension de la représentation canonique d'un nombre en base 10 (par exemple, sélectionner deux blocs de dix et trois blocs de un pour représenter le nombre 23) et la compréhension de la valeur positionnelle (par exemple, la signification du chiffre individuel dans un nombre à plusieurs chiffres) (Miura, Kim, Chang, & Okamoto, 1988 ; Miura & Okamoto, 1989 ; Miura, Okamoto, Kim, Steere, & Fayol, 1993 ; Miura, Okamoto, Kim, Chang, Steere, & Fayol, 1994).

Les influences conceptuelles sont liées au concept de marquage (voir Nuerk et al., 2004). Tandis que *les influences syntaxiques* sont liées à la *propriété grammaticale* des nombres (c'est-à-dire le singulier pour 1 et le pluriel pour les nombres 2 et plus en anglais). Les nombres grammaticaux favorisent le développement des concepts des nombres chez les enfants (Le Corre, Li, Huang, Jia, & Carey, 2016 ; Overmann, 2015 ; Sarnecka et al., 2007). Dans les langues où il n'y a pas de distinction entre le singulier et le pluriel comme le japonais et le mandarin, le développement de la compréhension de la cardinalité des nombres (comprendre ce que veut dire « un », « deux », « trois » etc.) chez les enfants est plus tardif. De plus, la distinction grammaticale entre le singulier, et le pluriel, présente dans plusieurs langues comme l'anglais et le russe favorise le développement de la compréhension du sens des nombres chez les enfants. Par exemple, les enfants japonais de 2 à 3 ans et les enfants chinois de 2 à 4 ans présente un retard par rapport à leurs pairs anglophones et russophones pour ce qui est de la compréhension de la valeur cardinale des mots nombres « un », « deux » et « trois » (Sarnecka et al., 2007). De même, LeCorre et al. (2016) ont constaté que les enfants chinois âgés de 2 ans à 3½ qui parlent le mandarin ont appris la signification du mot nombre « un », trois à six mois plus tard que les apprenants anglais.

Les influences phonologiques sont liées à la similarité phonologique du système numérique verbal ou l'effet de la compétence phonologique sur les traitements numériques. Fayol et Seron (2015) a montré que la similarité phonologique des mot nombres peut impacter le transcodage. Les enfants et patients aphasiques ont confondu des mots nombres appartenant à différentes classes lexicales (par exemple, quatre, quatorze et quarante en français), mais partageant de nombreux phonèmes (Fayol & Seron, 2015, p. 79). En outre, Noël, Désert, Aubrun et Seron (2001) ont montré que la similarité phonologique peut affecter le calcul mental. Jordan, Wylie et Mulhern (2015) ont examiné les compétences phonologiques des enfants ayant des difficultés en lecture, en mathématiques ou les deux et ont trouvé des influences mineures de la phonologie sur les mathématiques.

Les influences linguistiques ont également été étudiées sur les autres capacités liées au traitement numérique comme la mémoire de travail verbale (MdT). Ashcraft et Stazyk (1981) a montré que la mémoire de travail verbale est associée à une arithmétique complexe. Plusieurs études (Chen & Stevenson, 1988 ; Geary, Bow-Thomas, Liu, & Siegler, 1996) ont montré que l’empan de chiffres est significativement meilleur chez les chinois que chez les américains. La durée de prononciation (i.e. les mots en chinois sont courts grâce à la transparence des mots nombres) a été proposée comme l’explication du meilleur empan de chiffres chez les chinois.

En résumé, plusieurs influences linguistiques liées à la cognition numérique ont été investiguées. Pourtant, la plupart des publications de la littérature s’intéresse aux influences lexicales, en particulier aux propriétés liées aux mots nombres. De notre côté, nous nous intéressons spécifiquement à l’influence du système numérique verbal transparent sur le développement numérique de l’enfant. Dans la partie suivante, nous présenterons deux systèmes numériques très différents : le français et le vietnamien.

2.3.1 Système numérique verbal français

Le français est une langue dont le système numérique verbal est complexe et irrégulier (LeFevre et al., 2002 ; Seron & Fayol, 1994). Le français comporte des primitives lexicales (ou des mots nombres) spécifiques pour la catégorie dite des unités (de un à neuf), des particuliers (de onze à seize) et des dizaines (de dix à nonante) (Deloche & Seron, 1987, voir tableau 5). De plus, le français présente aussi quelques différences en fonction des pays et régions. Ainsi, les Belges et les Suisses francophones utilisent les termes « septante et nonante » pour dénommer les nombres 70 et 90 à la place des combinaisons de primitives lexicales (soixante-dix et quatre-vingt-dix) employées en français de France. Cette irrégularité de dénomination verbale en France à partir du nombre 70, constitue une réelle difficulté et défavorise les enfants français par rapport à leurs pairs belges ou suisses sur le plan des apprentissages de la numération. La plupart des erreurs sont dues à cette complexité (Fayol, 1990 ; Fayol, Camos, & Roussel, 2000 ; Seron & Fayol, 1994, voir aussi Saad, 2010).

Le français est considéré comme peu transparent à la base 10. La structure « dix + unité » n’apparaît pas tout de suite après « dix » (10). En effet, les mots nombres de la classe des particuliers (de « onze » (11) jusqu’à « seize » (16)) ne révèlent pas cette représentation de « 10 + unité ». Ce n’est qu’à partir des nombres « dix-sept, dix-huit, dix-neuf » que cette base 10 apparaît. Par la suite, les noms correspondants aux dizaines, comme « vingt, trente, quarante, etc. », sont également assez opaque à la base 10 puisqu’ils ne révèlent pas clairement la représentation de « unité x 10 ».

Au niveau de la syntaxe, du fait que les mots nombres ne sont pas constitués autour d’une base 10 régulière, les nombres de type dizaines-unités comme 23, s’expriment avec une seule relation additive (« 20 + 3 ») à traiter.

Au-delà de ces propriétés propres du système numérique verbal français, la langue française est une langue multi syllabique et grammaticale avec la distinction du singulier et du pluriel.

Tableau 5. Structure lexicale des systèmes de codage numérique français (en Belgique) et arabe

Lexique des chiffres	Lexiques des mots			
	Positions	Catégories lexicales		
		Unités	Particulières	Dizaines
9	9 th	neuf		nonante
8	8 th	huit		
7	7 th	sept		septante
6	6 th	six	seize	soixante
5	5 th	five	quinze	cinquante
4	4 th	quatre	quatorze	quarante
3	3 rd	trois	treize	trente
2	2 nd	deux	douze	vingt
1	1 st	un	onze	dix

Source: Deloche et Seron (1987), p. 146.

2.3.2 Système numérique verbal vietnamien

Le système numérique vietnamien est transparent à la base 10 comme les autres langues asiatiques (chinois, japonais, coréen). Le vietnamien a un lexique numérique très limité avec le mot zéro, les mots d'unités (de un à neuf), et les mots exprimant les puissances de dix. Par exemple, il n'y a pas de mot spécifique pour onze ou quarante, qui se disent respectivement « dix un » et « quatre dix ». Au niveau syntaxique, les mots nombres en vietnamien de onze à dix-neuf sont exprimés en utilisant une relation additive (par exemple, « onze » correspondrait à « dix un », c'est-à-dire dix plus un) et les dizaines en utilisant une relation multiplicative (par exemple, « vingt » correspondrait à « deux dix », c'est-à-dire deux fois dix).

Le vietnamien est généralement une langue monosyllabique (Tang, 2007). Des nombres tels que « mười một » (11) jusqu'à « mười chín » (19), et les nombres correspondant aux dizaines, ex. de « hai mươi » (20) jusqu'à « chín mươi » (90), sont construits par deux mots séparés. Les nombres de type dizaines-unités, ex. de « ba mươi mốt » (31) jusqu'à « chín mươi chín » (99) se composent par trois mots : « unité dix unité ».

Le vietnamien est une langue tonale avec six tons distincts qui peuvent correspondre à 6 significations différentes. Par exemple, « i, ỉ, ã, i, í, ị », *bi* (bille), *bì* (peau de porc), *bĩ* (infortuné, un mot rare), *Bì* (la Belgique), *bí* (courge, ou acculé) et *bị* (sac) (Huynh, 2013, p. 9). Il y a de petites exceptions phonologiques pour les nombres qui comprennent 1 et 5 en position unitaire. Par exemple, « 11 » se prononce toujours « mười một », cependant de « 21 » à « 91 », le nombre a été prononcé accent aigu « hai mươi mốt ». Pour le nombre « 5 » il se prononce « năm ». Cependant, de « 15 » à « 95 », le nombre sera prononcé « mười lăm » (15) et « chín mươi lăm » (95) pour éviter de le confondre avec « mười năm » car en vietnamien « mười năm » signifie « dix ans ».

La morphologie vietnamienne est similaire à celle du mandarin ou du japonais (Katamba, 2006 ; Tang, 2007). Il n'y a aucune distinction singulier/pluriel pour les noms, les verbes et les adjectifs dans ces langues. Par exemple, lorsqu'un enfant dit : « Je voudrais manger des bonbons », il n'a pas besoin d'ajouter de marqueurs pluriels avant les bonbons, il va dire « con (je) muốn (veux) ăn (manger) kẹo (bonbon) ».

En résumé, le système numérique verbal français comprend un plus grand nombre de primitives lexicales que le système vietnamien (± 31 mots nombres en français vs. ± 16 mots nombres en vietnamien). Le système français présente des particularités qui le rendent particulièrement difficile à acquérir. La structure de base 10 n'apparaît pas immédiatement avec la première dizaine. En revanche, le système numérique vietnamien est très transparent à la base 10. Le vietnamien nécessite de traiter plus de règles syntaxiques (additives et multiplicatives) que le français. De plus, au niveau de la propriété de la langue globale, le français est une langue multi-syllabique et grammaticale. Tandis que la langue vietnamienne est monosyllabique et non grammaticale.

2.4 Effet du système numérique verbal sur la cognition numérique

Afin de comprendre pourquoi l'effet de la transparence de base 10 du système numérique verbal sur le développement numérique est une question si importante, nous allons analyser les études inter-langues publiées sur le sujet en répondant aux questions suivantes.

- (1) Quelle est la problématique actuelle liée à l'effet de la transparence de base 10 du système numérique verbal sur les capacités numériques?

Le tableau 6 montre 15 études interlangues sur différentes capacités numériques et la taille de l'effet observé.

Des recherches sur l'influence linguistique sur le traitement numérique sont menées depuis plus de 30 ans (de 1988 jusqu'à ce jour), en commençant par des recherches sur la capacité à comprendre la représentation en base 10 par Miura et ses collègues. Ensuite, il y a des études qui s'intéressent au calcul (Geary et al., 1993), au comptage et au dénombrement (Miller et al., 1995). Ultrieurement, des études approfondies comparent les autres capacités numériques comme la connaissance cardinale des mots nombres (LeCorre et al., 2016 ; Sarnecka et al., 2007), la comparaison de nombres symboliques (Mark & Dowker, 2015 ; Rodic et al., 2015), le transcodage (Moeller et al., 2015 ; Nguyen & Grégoire, 2014), les capacités d'estimation (Lonnemann et al., 2019 ; Rodic et al., 2015) et l'identification des chiffres (Xu & LeFevre, 2018). De 2015 à aujourd'hui, les recherches dans ce domaine ont principalement visé à vérifier si effectivement les systèmes numériques verbaux transparents en Asie favorisent le développement de capacités arithmétiques comme le comptage, la représentation en base 10, ou les autres capacités numériques. Les résultats contradictoires récents (voir le tableau 6, Miura et al., 1988, 1989, 1993, 1994 vs. Vasilyeva et al., 2015 ; Miller et al., 1995 vs. Mark & Dowker, 2015) montrent que l'avantage du système transparent en base 10 est toujours l'objet de débat. Il est nécessaire d'avoir d'autres études afin de rechercher des preuves supplémentaires ou de les confronter aux résultats précédents (voir Dowker & Nuerk, 2016 ; Vasilyeva et al., 2015).

- (2) Quelles langues/groupes de population ont été étudiés et leurs fréquences ? Quel est le niveau de transparence de la base 10 dans ces langues ?

Le niveau de transparence du système numérique verbal est illustré à la figure 8. Sur la base de la littérature (Dowker et al., 2008 ; Dowker & Nuerk, 2016 ; Lefevre et al., 2002),

les systèmes numériques verbaux en Asie de l'Est (Chine, Japon, Corée) et en Asie du Sud-Est (Vietnam) sont considérés comme les systèmes les plus transparents à la base 10. Le gallois, le duncan (vient du mandarin), le kirghizie (une langue turque) partagent également cette structure transparente à la base 10. Dans ces systèmes numériques, le mandarin est le plus étudié (9 études) puis le japonais (6 études), le coréen (4 études), mais il n'y a que de très rares études sur le vietnamien (1 étude). En ce qui concerne les systèmes numériques verbaux moins transparents (autrement dit opaque), l'anglais (aux États-Unis, au Royaume-Uni, au Canada et à Hong Kong) est la langue la plus étudiée (14/15 études, à l'exception de Lonnemann et al., 2019, voir tableau 6). Le français est moins transparent que l'anglais (LeFevre et al., 2002 ; Seron & Fayol, 1994) et est moins bien étudié (5 études). L'allemand est principalement étudié dans l'effet de l'inversion sur le transcodage (plus précisé au chapitre 6). Il n'y a que 2 études qui s'intéressent à l'effet de la langue (incluant la langue asiatique comme le japonais et le vietnamien) sur le transcodage (Moeller et al., 2015 ; Nguyen & Grégoire 2014). Les systèmes numériques anglais (principalement aux États-Unis) et chinois (i.e., mandarin principalement utilisé en Chine pour la plupart des études) sont les dyades de langues contrastées les plus marquantes dans les études de l'effet des systèmes numériques verbaux (transparence de la base 10) sur le traitement numérique.

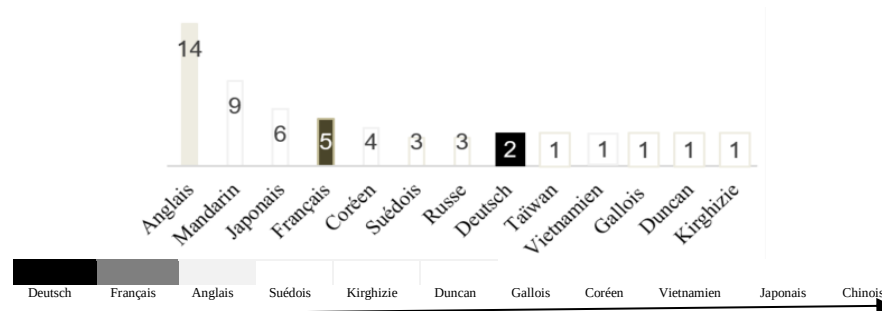


Figure 8. Nombres d'études sur différentes langues

Note. Code de couleur reflète l'estimation relative du niveau transparent de base 10.

Tableau 6. Études inter-langues sur différentes capacités numériques

Études	Groupes	N	n	Âge (ans)	Effet de la langue (p)	Taille de l'effet
<i>Counting</i>						
Miller et al. (1995)	2	197	99 Chinois , 98 Américains	3;2–5;9	< 0.01	f = .27 Modéré
Rodic et al. (2015)	5	626	195 Chinois , 116 Britanniques, 123 Russes; 102 Kirghizie, 70 Duncan	4;10–6;11	< .001	$\eta^2 = .181$ Modéré
Mark & Dowker (2015)	2	139	43 Hongkong (anglophone et sinophone), 47 Hongkong (sinophone), 49 Britanniques	6.8	> .05	x
Xu & LeFevre (2018)	2	94	47 Chinois (sino-canadiens), 47 Canadiens (anglophone)	3;0–5;8	.043	d = .42 Faible
Lonnemann et al. (2019)	2	74	37 Chinois , 37 Allemagnes	4;1–6;2	.002	r = .34 Modéré
<i>Dénombrement</i>						
Miller et al. (1995)	2	197	99 Chinois , 98 Américains	3;2–5;9	< .05	f = .15 Faible
Rodic et al. (2015)	5	626	195 Chinois , 116 Britanniques, 123 Russes; 102 Kirghizie, 70 Duncan	4;10–6;11	< .001	$\eta^2 = .052$ Faible
Lonneman et al. (2019)	2	74	37 Chinois, 37 Allemagnes	4;1–6;2	.887	r = .02
<i>Addition</i>						
Geary (1993)	2	51	26 Chinois , 25 Américains	5.9	< .001	f = 1.03 Large
Rodic et al. (2015)	5	626	195 Chinois , 116 Britanniques, 123 Russes; 102 Kirghizie, 70 Duncan	4;10–6;11	< .001	$\eta^2 = .126$ Modéré
<i>Connaissance cardinale</i>						
Sarnecka et al. (2007)	3	136	29 Japonais, 39 Russes , 68 Américains	3;2	< .01	f = .82 Large
LeCorre et al. (2016)	2	127	64 Chinois, 63 Américains	2;6–3;8	< .001	x
<i>Identification des chiffres</i>						
Xu & LeFevre (2018)	2	94	47 Chinois (sino-canadiens), 47 Canadiens (anglophone)	3;0–6;0	.005	d = .58 Modéré
Dowker et al. (2008)	3	60	20 Gallois (gallois), 20 Gallois (anglophone), 20 Britanniques (anglophone)	8;0-10;0	< .01	x
<i>Comparaison des nombres</i>						
Rodic et al. (2015)	5	626	195 Chinois , 116 Britanniques; 123 Russes; 102 Kirghizie, 70 Duncan	4;10–6;11	.005	$\eta^2 = .015$ Faible
Mark & Dowker (2015)	2	139	43 Hongkong (anglophone et sinophone), 47 Hongkong (sinophone), 49 Britanniques	6.8	> .05	x
Dowker et al. (2008)	3	60	20 Gallois (gallois), 20 Gallois (anglophone), 20 Britanniques (anglophone)	8;0-10;0	< .01	x

Note. Caractère en gras : meilleurs performances ; x : manque de données.

Tableau 6 (continu). Études inter-langues sur différentes capacités numériques

Études	Groupes	N	n	Âge (ans)	Effet de la langue (p)	Taille de l'effet
<i>Estimation</i>						
Xu & LeFevre (2018)	2	94	47 Chinois (sino-canadiens), 47 Canadiens (anglophone)	3;0–6;0	.726	d = .09
<i>Comparaison des collection</i>						
Rodie et al. (2015)	5	626	195 Chinois , 116 Britanniques; 123 Russes ; 102 Kirghizie, 70 Duncan	4;10–6;11	.001	$\eta^2 = .062$ Faible
Lonnemann et al. (2019)	2	74	37 Chinois , 37 Allemagnes	4;1–6;2	.046	r = .23 Faible
<i>Arithmétique non symbolique</i>						
Xu & LeFevre (2018)	2	94	47 Chinois (sino-canadiens), 47 Canadiens (anglophone)	3;0–6;0	< .001	d = .68 Modéré
<i>Transcodage</i>						
Moeller et al. (2015)	2	40	20 Japonais , 20 Allemagnes (G1)	7.3	< .001	$\eta^2 = .27$ Large
Nguyen & Grégoire (2014)	2	2592	2097 Vietnamiens (708 G3; 690 G4, 699 G5) ; 495 Belges (121 G3, 104 G4, 143 G6)	10	< .001	$\eta^2 = .02$ Faible
<i>Représentation base-10</i>						
Miura et al. (1988)	4	113	25 Chinois, 24 Japonais, 40 Coréens , 24 Américains	6.6	< .001	$\omega = .45$ Large
Miura et al. (1989;1994)	6	139	25 Chinois, 20 Japonais, 24 Coréens , 24 Américains, 23 Français, 23 Suédois	6.8	< .001	f = .39 Large
Miura et al. (1993)	5	118	20 Japonais, 24 Coréens , 24 Américains, 23 Français, 23 Suédois	6.8	< .001	f = .41 Large
Vasilyeva et al. (2015)	4	272	60 Coréens, 62 Taïwan, 60 Russes, 90 Américains	6.3	> .05	x
<i>Compréhension du système positionnel</i>						
Miura et al. (1993)	6	139	25 Chinois, 20 Japonais, 24 Coréens , 24 Américains, 23 Français, 23 Suédois	6.8	< .001	f = .41 Large

Note. **Caractère en gras** : meilleurs performances ; x : manque de données; G (Grade) équivalent classe ; la taille de l'effet pour les études de Miura et ses collaborateurs a été calculée par le logiciel G-Power 3.1, analyse de sensibilité en donnant α , puissance (1 - β) fixé à 0.95, et la taille de l'échantillon, pour plus information, voir Dattalo (2008).

- (3) Au niveau des sujets d'étude, les enfants sont-ils monolingues ou bilingues? Quelles particularités selon les pays/régions/cultures différentes ou similaires? Quels sont les avantages et les limites de la sélection d'échantillons dans les études inter langues précédentes?

La majorité des études comparant l'effet des systèmes numériques verbaux sur les capacités numériques ont été menées sur des enfants monolingues dans différents territoires (à l'exception de trois études: Dowker et al., 2008 ; Mark & Dowker, 2015 ; Xu & LeFevre, 2018). Cependant, les enfants de différents pays ont également des différences au niveau environnemental (socio-économique-culturel, programmes éducatifs des écoles, niveau d'éducation des parents, stimulation à domicile). Ainsi, de nombreuses études manquent de contrôles sur la stimulation éducative à domicile ou le niveau d'éducation des parents. Il n'est pas toujours évident de savoir si ce sont les influences linguistiques ou les influences culturelles qui permettent aux enfants asiatiques d'avoir de meilleures performances en mathématiques (Saxton & Towse, 1998). Les études sur les enfants qui parlent différentes langues mais vivent dans le même pays visent à examiner les influences linguistiques en minimisant les influences culturelles.

Dowker, Bala et Lloyd (2008) ont réalisé une étude aux Pays de Galles avec trois groupes de 60 enfants âgés de six et huit ans. Le premier groupe d'enfants parlait le gallois à la maison et à l'école. Le gallois possède une structure des mots nombres régulière en base 10, par exemple « un deg tri » est « treize » (un dix trois). Le deuxième groupe parlait le gallois à la maison et l'anglais à l'école, et le dernier groupe d'enfants était anglophone (langue irrégulière) à la maison et à l'école. Tous les enfants vivaient aux Pays de Galles, ils ont donc tous la même culture. Dowker et al. (2008) ont constaté que les enfants gallois avaient de meilleures performances pour l'identification des chiffres ainsi que pour la comparaison de nombres à deux chiffres (ex., 58 vs. 85) par rapport aux enfants anglophones. Les auteurs suggèrent que les enfants gallois utilisent mieux les principes de la valeur de position (du système positionnel). Ceci démontre que dans un même pays, avec les mêmes cultures, les gallois avaient de meilleures performances grâce à un système numérique verbal régulier (comme les systèmes asiatiques) par rapport aux systèmes irréguliers occidentaux.

Mark et Dowker (2015) ont comparé 159 enfants de la première à la quatrième année primaire de trois écoles différentes : une école à Hong-Kong où les enfants parlent chinois (cantonais), une deuxième école à Hong-Kong où les élèves parlent anglais et une dernière école au Royaume-Uni avec des enfants qui parlent également anglais. Les résultats montrent que les enfants parlant chinois étaient meilleurs dans certaines tâches, mais pas dans d'autres : par exemple, ils étaient meilleurs pour compter à l'envers (de 30 à 1), mais pas dans le comptage à l'endroit (de 1 à 30). De plus, pour la comparaison de nombres de deux chiffres (i.e. 73 vs. 43), les enfants parlant chinois (à Hongkong) de la première classe primaire avaient de meilleures performances que les enfants anglophones au Royaume-Uni; mais aucune différence n'apparaissait pour les enfants plus âgés. Cette étude souligne les limites de la langue transparente. Pourtant, le fait de demander à un enfant de plus de 6 ans de compter jusqu'à 30 pourrait être considéré comme une limite de l'étude. En effet, Miller

et al. (1995) ont montré qu'un enfant chinois de 4 ans peut déjà compter jusqu'à 30. On peut donc suspecter un effet plafond quand cette tâche est utilisée chez des enfants plus âgés.

Dans une étude récente de Xu et LeFevre (2018), les sujets de l'étude étaient des enfants bilingues, sino-canadiens qui parlaient le mandarin à la maison, mais l'anglais à l'école, en comparaison avec des enfants canadiens anglophones. L'étude a montré que même lorsque le niveau d'instruction de la mère, l'expérience de l'enfant à la maternelle et l'âge de l'enfant étaient contrôlés, les enfants sino-canadiens obtenaient de meilleures performances sur l'identification des chiffres arabes de 1 à 20, l'arithmétique non symbolique et la tâche de numération de la Keymath (qui mesure les connaissances du système formel de numération tels que la quantité, le comptage d'objets, l'ordinalité et la valeur positionnelle). Les groupes n'étaient pas significativement différents sur le comptage en avant de 1 à 100 ou le comptage à rebours de 10 à 1 ou sur le placement de nombres sur la ligne numérique de 1 à 10. Les auteurs expliquent que la transparence de la langue des nombres procure aux enfants sinophones un avantage pour les capacités numériques précoces. Pourtant, on n'a pas constaté de différence entre les groupes au niveau de la capacité de comptage (voir tableau 6, $p = .043$ et la taille de l'effet est faible).

En bref, les études sur les enfants dans la même zone/territoire ont l'avantage de minimiser les différences de culture et de milieu de vie. Cependant, des études antérieures ont montré que le bilinguisme facilitait le développement des fonctions exécutives (pour une revue, voir Bialystok, 2015). Or, les fonctions exécutives sont l'un des aspects cognitifs qui sont prédicteurs des capacités arithmétiques concurrentes et ultérieures (voir Nogues & Dorneles, 2021, pour une revue). La sélection d'enfants bilingues peut donc également biaiser le résultat.

- (4) Quelle capacité numérique est la plus étudiée? Les résultats entre les études sont-ils similaires? Qu'est-ce qui pourrait expliquer les similitudes ou les différences entre les résultats d'études?

La capacité de comptage et la compréhension de la représentation en base 10 des mots nombres sont les deux capacités les plus étudiées (tableau 6). Ce sont des capacités directement liées au système de comptage verbal.

Trois études sur cinq (Lonnemann et al., 2019 ; Miller et al., 1995 ; Rodic et al., 2015) ont montré de meilleures performances de comptage chez les enfants chinois par rapport aux non chinois. Les effets de ces différences sont moyens à élevés (tableau 6). Il est donc clairement montré que les enfants (de la maternelle à la 1^{ère} année) qui parlent une langue plus transparente comme le chinois ont une meilleure performance de comptage que les enfants qui parlent des langues opaques (l'anglais et l'allemand). Miller et al. (1995) ont montré que les enfants chinois de 4 à 5 ans pouvaient généralement compter jusqu'à 40, alors que les enfants américains du même âge pouvaient à peine atteindre 15, et qu'il leur fallait encore un an pour atteindre 40 (voir figure 9). Des différences significatives favorisant les enfants sinophones apparaissent à 4 et 5 ans lors de la maîtrise de la seconde décade mais non à 3 ans lors de l'apprentissage de la première décade.

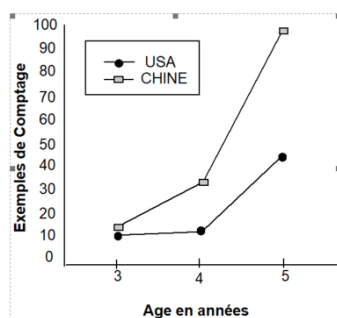


Figure 9. Niveau de comptage (nombre maximum atteint) en fonction de l'âge et de la langue (Miller et al., 1995)

L'effet de la transparence du système numérique verbal est aussi montré dans d'autres études d'intervention sur les enfants non asiatiques. Cankaya, LeFevre et Dunbar (2014) ont utilisé un paradigme d'entraînement avec un jeu lié au comptage de 1 à 20 (inspiré du jeu de Siegler & Ramani, 2008). Cet entraînement était proposé à des enfants canadiens anglophones de 4 ans et à des enfants turcs du même d'âge parlant turc ($N = 89$). Le système numérique verbal turc est très transparent à la base 10 comme les langues asiatiques, par exemple, « bir » (1), « on » (10) et « on bir » (11), mais à partir de vingt, l'enfant doit apprendre des primitives lexicales nouvelles, non régulières à la de base 10. Avant l'intervention, les deux groupes d'enfants ne sont pas différents en matière de performance de comptage et d'arithmétique non verbale. Durant l'entraînement, chaque groupe d'enfant a été réparti au hasard dans l'une des deux conditions de jeu tels : un jeu de comptage avec des nombres de 1 à 20 alignés dans des cases sur une bande horizontale et un jeu avec 20 cases de couleurs non numérotées. L'enfant tourne une roulette (au départ avec seulement une zone marquée 1 et une autre marquée 2). Si leur pion était sur le chiffre 10 et que la roulette s'arrête sur le chiffre 2, ils doivent compter à partir de 10 en disant 11, 12 en déplaçant leur pion. Les résultats des études ont montré l'avantage du système numérique transparent turque. Les auteurs observent qu'à la fois les enfants turcs et les enfants canadiens bénéficient d'avantage du jeu des nombres que du jeu des couleurs; toutefois, l'amélioration des performances de comptage après l'expérience du jeu numérique linéaire est plus importante chez les enfants turcs que chez les enfants canadiens (Cankaya et al., 2014). De même, les études sur les enfants francophones et hispanophones ont montré qu'ils éprouvent plus de difficultés à apprendre à compter de 11 à 20 que les enfants parlant chinois ou turc (LeFevre et al., 2018, pour une revue).

Deux études (LeFevre & Xu, 2018 ; Mark & Dowker, 2015) ne montrent pas de différence de comptage entre groupes. Comme expliqué plus haut, le choix de limiter l'enfant à compter jusqu'à 30 dans la première étude pourrait être l'explication. D'autres explications pourraient venir du fait que l'échantillon est composé de locuteurs chinois (cantonais) à Hongkong où les autres facteurs démographiques (niveau d'étude des parents) et les expériences numériques précoces sont différents par rapport aux enfants chinois de Chine continentale.

En ce qui concerne la capacité arithmétique, 2 études (Geary et al., 1993 ; Rodic et al., 2015) ont observé des performances de calcul plus élevées chez les enfants chinois (avec la taille des effets de moyenne à élevée). Les enfants chinois apprennent les calculs dès l'école maternelle et ont des stimulations numériques régulières et précoces qui peuvent expliquer les différences de résultats ci-dessus (Huang et al., 2017 ; Hustinger et al., 2000 ; Ng & Rao, 2010 ; Wei, Guo, Georgiou, Tavouktsoglou, & Deng, 2018). De plus, le meilleur empan de chiffres des chinois (Chen & Stevenson, 1988 ; Mattys, Baddeley, & Trenkic, 2018) pourrait également contribuer à cette meilleure performance. Jusqu'à présent, ce n'est pas évident de conclure que la meilleure capacité arithmétique des chinois est liée à la transparence de la langue.

En ce qui concerne la comparaison des collections, deux études (Lonnemann et al., 2019 ; Rodic et al., 2015) ont montré une meilleure performance des enfants chinois, mais avec une taille d'effet faible ($\eta^2 = .062$ et $r = .23$, respectivement). La théorie du raffinement (Noël & Rousselle, 2011) propose que l'expérience de l'apprentissage de l'arithmétique (une composante des connaissances symboliques) pourrait favoriser le développement de l'acuité dans la perception de la magnitude des collections non symboliques. Nous suggérons que cet effet ne serait valable que pour l'échantillon chinois, mais pas pour les autres groupes d'enfants n'ayant pas d'expériences fréquentes d'apprentissage symbolique avant l'école primaire.

En résumé, nous avons constaté des limites et des lacunes dans les études précédentes. Premièrement, la plupart des études ont été menées auprès d'enfants parlant chinois en les comparant à des enfants parlant anglais pour investiguer l'effet de la langue, mais presque toutes ces études ne contrôlent pas les différences culturelles et éducatives au niveau des stimulations à l'école ou à la maison. La seule étude qui s'intéresse en même temps à investiguer l'effet de la langue et l'expérience numérique est celle de Cankaya et al. (2014) qui compare les enfants canadiens francophones et les enfants turcs. Deuxièmement, la plupart des études s'intéressent à quelques capacités symboliques et non symboliques tels que le comptage, le dénombrement, l'arithmétique, la compréhension de la magnitude mais il n'y a aucune étude s'intéressant aux autres capacités apparaissant au cours du développement de l'enfant comme le comptage à partir d'une borne ou la capacité d'addition approximative. De plus, pour la tâche de comparaison de nombres symboliques, les études précédentes utilisent toujours les chiffres arabes qui sont universels pour presque tous les locuteurs dans n'importe quelle langue; pourtant, il n'y a aucune étude qui utilise les nombres verbaux oraux dont les propriétés sont propres à chaque langue. Troisièmement, au niveau de la consistance de l'effet de la langue montrée dans les études précédentes, la taille de l'effet est modérée pour le comptage ou large pour la compréhension de la base 10 et la compréhension cardinale des mots nombres. Pourtant, elle est petite ou peu significative pour le dénombrement, la comparaison de la magnitude symbolique et non symbolique. Cela suppose que la transparence de la langue apporte des avantages mais également des limites. Nous nous intéresserons à voir comment est l'effet de la langue sur les capacités numériques des enfants si on sélectionne un autre couple de systèmes numériques verbaux très contrasté, le vietnamien et le français, en mesurant certains facteurs environnementaux (comme

l'éducation des parents, l'activité numérique à la maison) et en testant des enfants monolingues qui ne participent pas à des programmes d'éducation précoce à l'école ou à l'extérieur.

3. Étude présente

3.1 Objectifs et questions de recherche

Notre thèse poursuit deux objectifs.

Le premier objectif est de déceler à l'âge préscolaire les prédicteurs de la performance arithmétique future et de l'évolution arithmétique intra-individuelle. Nous nous intéresserons à répondre aux deux questions suivantes :

- (1) Parmi les capacités numériques de base des enfants d'âge préscolaire, quels sont les prédicteurs robustes des compétences arithmétiques ultérieures ?
- (2) Comment les prédicteurs numériques à l'âge préscolaire prédisent l'évolution arithmétique des enfants? L'évolution arithmétique signifie ici la croissance intra-individuelle des performances arithmétiques entre la maternelle, puis le début et la fin de la première année primaire.

Le second objectif est d'observer l'effet de la langue, en particulier, le degré de transparence à la base 10 de son système numérique verbal, sur le développement numérique de l'enfant. Dans ce thème, nous nous intéresserons à répondre aux deux questions suivantes :

- (1) Dans quelle mesure le système numérique verbal d'une langue a-t-il un impact sur le développement numérique des enfants d'âge préscolaire ?
- (2) La transparence de la base 10 du système numérique verbal a-t-elle un impact sur le développement du transcodage des enfants de première année ? Qualitativement, comment les erreurs de transcodage diffèrent-elles entre les deux langues en fonction des caractéristiques lexicales et syntaxiques des nombres verbaux oraux?

3.2 Plan d'étude

Pour répondre à ces questions, nous avons mené une étude longitudinale pendant 2 ans sur 242 enfants vietnamiens de 4 à 6 ans et deux études interlinguistiques.

Pour l'étude longitudinale, nous avons considéré sept tâches numériques comme prédicteurs potentiels: le comptage, le comptage avancé, le dénombrement, la compréhension de la magnitude non symbolique (comparaison de collections), la connaissance de la valeur cardinale des mots-nombres (connaissance cardinale), la compréhension de la magnitude symbolique, l'addition approximative. Les capacités d'additions ont été mesurées en trois temps : à l'âge préscolaire (T1), au début de la première année du primaire (CP) (T2), et à la fin de cette première année (T3). Les capacités d'addition au T3 sont mesurées à la fois dans les aspects quantitatifs (exactitude, fluidité) et qualitatifs (stratégies).

Notre étude interlinguistique vise à réexaminer l'effet du système numérique verbal sur le développement numérique de l'enfant. Nous nous intéresserons plus précisément à la structure transparente des mots nombres du système numérique verbal (code oral).

La langue et la culture vietnamienne sont très diverses entre les minorités urbaines et ethniques. Cependant, nous ne nous intéresserons qu'au système des mots nombres dans la langue vietnamienne populaire du peuple Kinh qui est utilisé dans les grands villes du Vietnam. De la même manière, la Belgique est un pays multilingue et multiculturel avec trois communautés linguistique (la Wallonie francophone, la Flandre néerlandophone, la partie germanique parlant l'allemand), mais nous nous intéresserons uniquement au système numérique verbal de la Francophonie. Nous avons réalisé deux études comparatives entre les enfants monolingues parlant vietnamien et français, en contrôlant les autres facteurs démographiques, culturels et éducatifs.

Pour ces études inter-langues, 104 enfants vietnamiens ont été sélectionnés à l'âge préscolaire (parmi les 242 enfants testés au T1 dans l'étude longitudinale) et ont été comparés à 104 enfants belges francophones. Ensuite, nous avons recueilli les données de 68 autres enfants belges au début de la première année pour les comparer à 173 enfants vietnamiens (du T2 de l'étude longitudinale). Pour cette raison, certains participants et certaines sections de tâches sont similaires dans la première étude comparative avec l'étude longitudinale (aux chapitres 2–4), à l'exception de l'échantillon belge et des tâches utilisées la deuxième étude comparative sur le transcodage (chapitre 5).

3.3 Hypothèses

3.3.1 Hypothèse pour l'étude longitudinale

Sur base de la littérature (Aunola et al., 2004 ; Bartelet et al., 2014 ; Chu et al., 2018 ; Locuciak & Jordan, 2008), nous nous attendions à constater que la plupart des capacités des nombres symboliques séquentiels et cardinales, telles que le comptage, le comptage avancé, donne-moi N et comparaison NVO, permettraient de prédire les compétences arithmétiques ultérieures. Nous nous attendions également à ce que la connaissance des principes cardinaux conceptuels (énumération) et la compréhension de la magnitude non symbolique (par comparaison de collections) aient une contribution moins importante. En outre, parmi les compétences symboliques et étant donné l'importance de l'élaboration de la séquence des mots nombres (Fuson et al., 1982 ; Nguyen et al., 2016 ; Secada et al., 1983), nous supposons que la maîtrise précoce du comptage avancé est un prédicteur robuste de la capacité arithmétique ultérieure, du choix de la stratégie et de la fluidité en calcul.

Le comptage et la compréhension de la magnitude symbolique sont les fondements de l'apprentissage de l'arithmétique (Fuson et al., 1982 ; Johansson, 2005 ; Siegler, 2016), nous nous attendions enfin à ce que le comptage avancé, la connaissance cardinale des mots nombres et la connaissance de la magnitude symbolique soient des prédicteurs importants de l'évolution arithmétique de l'enfant.

3.3.2 Hypothèses pour l'étude interlinguistique

Nous aimerions examiner si la transparence du système numérique verbal vietnamien facilite l'acquisition de compétences de base en matière de comptage et d'autres capacités numériques symboliques plus avancées, telles que l'élaboration de la séquence des nombres (c'est-à-dire compter à partir d'un nombre/d'une borne), la connaissance cardinale des mots nombres (donne-moi N) et la compréhension de la magnitude symbolique (via la tâche de comparaison de nombres verbaux oraux). En outre, nous voudrions investiguer si ces avantages supposés des enfants asiatiques dans les tâches de traitement des nombres symboliques s'étendent également au traitement de la magnitude non symbolique. En conséquence, nous utiliserons une tâche de comparaison de collections et une tâche d'addition approximative. En outre, comme la différence entre les enfants élevés au Vietnam et les enfants francophones pourrait être liée à d'autres facteurs, des facteurs culturels par exemple, nous tenterons d'examiner aussi le rôle de l'expérience numérique à la maison dans le développement numérique des enfants d'âge préscolaire.

En nous basant sur l'avantage du système numérique verbal transparent pour les enfants asiatiques, nous avons émis l'hypothèse que les enfants vietnamiens obtiendraient de meilleurs résultats que les enfants francophones en ce qui concerne l'acquisition des séquences de comptage, le dénombrement et la simple addition. Pour l'instant, en raison d'un manque de preuves, la prédiction concernant certaines capacités symboliques (comme la comparaison des nombres verbaux oraux, l'élaboration de séquences de nombres (via une tâche de comptage avancé), et l'addition approximative) reste une question ouverte.

Nous avons proposé différentes prédictions basées sur différents modèles de transcodage (plus détaillées au chapitre 5). Sur la base du modèle de McCloskey (1985), qui suppose l'activation nécessaire d'une représentation sémantique du nombre en base 10 pour le processus de transcodage, on s'attendait à ce que les enfants vietnamiens obtiennent de meilleurs résultats que les enfants francophones dans la tâche de transcodage verbal-chiffres arabes (écrire des nombres sous dictée). Cependant, si l'entrée était similaire entre les deux groupes, par exemple, une représentation analogique (i.e., ) , aucune différence ne devrait se produire dans l'écriture des chiffres arabes correspondants. Cependant, comme un plus grand nombre de primitives lexicales de différentes classes doivent être traitées en français alors que seuls les mots unitaires sont considérés en vietnamien, le modèle de McCloskey prédirait également plus d'erreurs lexicales chez les enfants francophones que chez les enfants vietnamiens. Selon le modèle de Power et Dal Martello (1990), comme les nombres verbaux vietnamiens impliquent d'avantage de relations additives et multiplicatives que le français, nous nous attendions à observer d'avantage d'erreurs syntaxiques dans l'échantillon vietnamien que dans l'échantillon francophone. Une hypothèse similaire (erreur syntaxique plus élevée pour le vietnamien) a également été proposée sur la base du modèle ADAPT (Barrouilet et al., 2004) puisque, selon ce modèle, les enfants vietnamiens doivent traiter plus de règles de transcodage que les enfants francophones.

Le chapitre 2 adressera la première question soulevée et le chapitre 3, la seconde question de l'étude longitudinale. Les deux chapitres 4 et 5 vont détailler nos deux études comparatives et répondre aux questions posées au-dessus.

Chapter 2

Preschool numerical predictors of later arithmetic skills

A 2-year longitudinal study in Vietnamese children

The present study addresses the following question: Among preschoolers' basic numerical abilities, what are the robust predictors for the later arithmetic skills? We measured numerical abilities at preschool age and used dominance analysis to determine the dominant predictor for arithmetic outcome two years later. We tested seven numerical specific predictors (counting, advanced counting, enumeration, Give-N, collection comparison, number-word comparison, and approximate addition). Both quantitative and qualitative aspects (accuracy, strategy choice, and fluency) of arithmetical skills were measured. The results show that the predictor weights for arithmetic skills were 33% (counting), 32% (advanced counting), 19% (Give-N), and 16% (collection comparison). We concluded that counting ability and especially advanced counting measured in early preschool is the most robust predictor of arithmetic skills two years later (even after controlling for global cognitive abilities). More globally, both sequential abilities (counting and advanced counting), cardinal knowledge (Give-N but not cardinal principle knowledge tested by how many tasks), and nonsymbolic ability (collection comparison) were the best set of predictors for later arithmetic skills. This study generalized the previous findings found for Western children to Vietnamese preschoolers ($N = 157$, $Mage = 4.8$); extended and highlighted the role of advanced counting (count from a number different than one) to later arithmetic ability, mature strategy, and calculation fluency and suggested further implications.

Reference

Article revised *Journal of Experimental Child Psychology*.

Preschool numerical predictors of later arithmetic skills

A 2-year longitudinal study in Vietnamese children

1. Introduction

1.1 From early numerical skills to arithmetic learning

Arithmetic fluency requires a solid foundation of mathematical knowledge and sophisticated strategies that allow children to reach an answer rapidly and accurately. The most common strategies that first appear in a child's arithmetic development involve verbal counting with or without fingers (Siegler & Shrager, 1984), typically start with counting all (i.e., starting counting from one), then counting on (i.e., starting counting from the smaller addend), and counting min (i.e., starting counting from the larger addend). At one point, more efficient memory-based strategies, such as retrieval or decomposition, appear. The retrieval strategy consists of retrieving the answer from long-term memory. The association in long-term memory between a problem's representation and its answer is called an "*arithmetical fact*". The decomposition strategy is based on the knowledge of arithmetical facts close to the initial calculation. The decomposition can be based on a ties problem, (e.g., $8 + 9 = (8 + 8) + 1$), or on base-10 decomposition (e.g., $8 + 9 = (8 + 2) + 7$; Laski, Ermakova, & Vasilyeva, 2014). Counting strategies usually take longer to solve the problem than mental strategies such as decomposition and retrieval (Geary, Hoard, & Bailey, 2012). In the literature (Chu, vanMarle, Rouder, & Geary, 2018), the counting-all strategy is considered the less mature strategy, while retrieval is commonly considered the most mature strategy. However, according to Siegler's (1996) overlapping waves model, most children use various solving strategies at any moment, but more mature strategies tend to be used more frequently as the children progress in the development of their arithmetical abilities.

This paper aims to detect the preschool numerical abilities that best predict later arithmetical skills, which account for all three aspects of children's arithmetic development at the end of first grades, such as performance (accuracy), strategy, and calculation fluency. The present study examines the contribution of several numerical abilities observed before the formal learning of arithmetic in predicting later arithmetic skills.

Before examining the relevant literature, let us briefly report the different numerical abilities children already possess or develop before or in preschool.

First, research with babies has shown that they already have an approximate number system (ANS) that allows them to have an approximate sense of the numerical magnitude of a set of items (Dehaene & Changeux, 1993) and an object tracking system that allows them

to discriminate between two small collections of one to three items (Kaufman, Lord, Reese & Volkmann, 1949). These systems then entail approximation and subitizing abilities. For instance, children estimate and discriminate quickly and intuitively in large quantities without counting (Feigenson, Dehaene, & Spelke, 2004).

Around 2 years old, children learn the number words (NWs) sequence (Fuson, Richard, & Briards, 1982). Most 3- to 4-year-olds know the correct sequence of number words from one to ten (Fuson, 1988; Siegler & Robinson, 1982). First, the sequence is made of words that are not different and meaningless. Progressively, by the age of 3, children will differentiate these NWs and use the sequence of NWs to count a set of objects (i.e., procedural knowledge of enumeration") (Fuson, 1988). Then, children (approximately 3.6- to 4-year-olds) understand that the last NW produced refers to the quantity of the set (i.e., the cardinal principle, Gelman & Gallistel, 1978; Wynn, 1990). In parallel, children can perform the "Give-N" objects task, showing that they understand the cardinal meaning of the number "N" (i.e., conceptual knowledge of cardinality) (Wynn, 1992). Children learn the meaning of "one" (one-knower) by age 2.5- to 3 years (Sarnecka & Carey, 2008). Some months later, they become two-knowers, three-knowers, and four-knowers (Le Corre & Carey, 2007). It takes 12 to 18 months from "one-knower" to the time they acquire the meanings of the higher numerals "five", "six", etc. and reach what is called the cardinal principle knowledge (CP-knower) (Wynn, 1992).

Understanding the cardinal meaning of an NW serves as the basis for the magnitude comparison of number words (Sella, Lucangeli, & Zorzi, 2018) and, later on, of Arabic numbers (Knudsen, Fischer, Henning, & Aschersleben, 2015) and symbolic number knowledge (Geary & Vanmarle, 2018). In parallel, more advanced counting abilities develop, such as the ability to recite the number sequence starting from a number other than one (or counting on; Fuson et al., 1982; Secada, Fuson, & Hall, 1983). Counting-on has been observed in 4-year-olds (Carpenter & Moser, 1984).

Finally, some approximate arithmetic abilities are present before formal arithmetic learning. For instance, 5-year-old children can estimate the sum of two Arabic numbers or two sets and compare it to a third number, independent of arithmetic instruction (Barth, La Mont, Lipton, & Spelke, 2005; Gilmore, McCarthy, & Spelke, 2007).

In summary, children are born with ANS. The question of whether this system codes numerosity, or instead, it codes general magnitude, is still debated (see, for instance, Gebuis, Kadosh, & Gevers, 2016). Children are then introduced to symbolic numbers in the form, first of number words and about three years later, of Arabic digits. The first step in this NW learning is their sequential aspect (i.e., counting). Progressively, the child elaborates an understanding of the cardinal meaning of number words (enumeration and Give-N tasks) and is then able to process the magnitude representation of these symbols (comparison task).

1.2 Longitudinal studies' findings of a predictor of first-grade arithmetic achievement

Several studies have sought to determine which of these preschool numerical skills is the best predictor of arithmetic outcome. Among these, we considered those that fulfilled these five criteria: (1) Prospective longitudinal studies that use numerical abilities in preschool or kindergarten as predictors and arithmetic ability in the first grade (G1) or second grade as outcomes. (2) The arithmetic outcome is the child's ability to solve single or double-digit arithmetic problems presented in Arabic written numerals and is measured in terms of accuracy, strategy, or fluency (i.e., the combination of accuracy and speed). (3) The studies investigate typical development in children with control for some cognitive abilities. (4) The variance explained by the prediction model is higher than 20%. Six studies fulfilled all the criteria and are reported in Table 1.

In terms of outcome, most of the studies (4/6 studies) considered fluency; others were interested in reaction time (Major, Paul, & Reeve, 2017) or a mix of accuracy and strategy (Chu et al., 2018). However, none of them tested both quantitative (accuracy and fluency) and qualitative (strategy) aspects.

Regarding the predictors, a nonsymbolic comparison (measuring the ANS) was tested in 2 out of the six studies. Although studies in young children (3- to 5-year-olds) have shown a correlation with basic arithmetic skills (e.g., single-digit addition; Libertus, Feigenson, & Halberda, 2011, 2013; Mazzocco, Feigenson, & Halberda, 2011), longitudinal studies (Bartelet, Vaessen, Blomert, & Ansari, 2014; Chu et al., 2018; see Table 1) have not demonstrated results supporting that correlation.

Four out of the six studies measured the predictive role of counting skills (measuring the sequential aspects of NW). Three of these studies found that verbal counting (tested on 5-year-old children) is an essential predictor of later arithmetic fluency (Aragón, Navarro & Aguilar, 2016; Locuciak & Jordan, 2008) and sophisticated strategies (Chu et al., 2018), but two studies did not show similar findings when counting was tested in younger (3- to -4.6-year-olds; Chu et al. 2018) or older children ($M_{age} = 6.4$; Martin, Cirino, Sharp, & Barnes, 2014). However, advanced counting was never tested.

Regarding the child's understanding of cardinality, many of these studies (5/6 studies) assessed the child's object counting skills (i.e., enumeration). Two studies (Table 1) provided evidence that this ability (with a set of collection ≤ 9 ; Bartelet et al., 2014; Major et al., 2017) is a significant predictor of later arithmetical fluency. However, Martin et al. (2014) used small sets of 4-8 objects, and the other studies (Aragón et al., 2016; Chu et al., 2018) used large sets of 5-20 objects, but they did not support this result. In addition, most studies tested the 1:1 correspondence principle, and Martin's (2014) study was the only one to measure the mastery of the cardinal principle in the task.

Table 1. Review of longitudinal studies of later arithmetic outcomes form preschool predictors

Study	N	Age (months)			% Girls	Outcomes	n	Predictors		Covariates		Variance
		T1	T2	T3				Sig	No Sig	Sig	No sig	
Chu et al. (2018)	134	38–54	50–66	T2 + 12 (Grade 1)	51.49	Addition strategy: T3 [9 SDA]	10	Give-N [1-6]: T1 VC [1-100]: T2 DQD [5-20]: T2 NL [14, 0-20]: T2	Enum [20]: T1 VC: T1 DQD: T1 OC: T1 NR: T1 NVC: T1 NS [5]: T2 CQD: T1-2	LR	NVIQ EF Par Ed	36-60% probable
Major et al. (2017)	267	72.49 ± 4.5	T1 + 12 (Grade 1)	–	41.57	Addition RT: T2 [16 SDA]	3	Enum [1-8, acc-RT] TEMA-2**	AN-Comp [1-9, RT]		VSWM NVIQ	Path Model
Aragón et al. (2016)	122	69.89 ± 3.44	T1 + 12 (Grade 1)	–	44.26	Fluency: T2 (64 SDA; 60s)	5	VC (Fwd/Bwd Count[20]) Enum [5, 20], without pointing NL	NR Enum [5, 20], pointing		Logic-C	27.90%
Bartelet et al. (2014)	209	71.8 ± 4.4	Grade 1	–	45.93	Fluency: T2 (50 SDA, DDA; 120s)	4	Enum [1-9, acc-RT] AN-Comp [1-9, acc-RT] Estim [1-16, acc]	Dot comp [1-9, acc]		Speed NVIQ Gender age	22%
Martin et al. (2014)	193	73.92 ± 0.32	85.92 ± 0.32 (Grade 1)	–	40.70	Fluency: T2 (72 SDA, SDS; 120s)	4	NR [SD,DD,TD, acc] AN-Comp [SD,DD,TD, acc]	Count (VC, acc-RT; Count down from 10,20) Enum [4-8], Cardinal principle	CE	VSWM PA	36.20%
Locuniak & Jordan (2008)	198	66 ± 4	Grade 2	–	44.00	Fluency: T2 (50 SDA, SDS, DDA, DDS; 120s)	5	Counting (VC[1-10], count principle [5-9]) NK (NR [SD, DD], Give-N [7], AN-Comp[SD]) NVC [SDA, SDS] Number combinations (NVC, VCs)	VCs [NWA, NWS]	CE	PL NVIQ Age Reading Vocabulary	26-42%

Note. n, number of predictors; SD, Single digit; DD, double-digit; TD, triple-digit; SDA, single-digit addition; SDS: single-digit subtraction; DDA, double-digit addition; DDS, double-digit subtraction, acc-RT: accuracy-Response time; Par Ed, parental education; EF, executive function; LR, letter recognition; VSWM, visual-spatial working memory; NVIQ, nonverbal intelligence; Logic-C, logical concept; PA, phonological awareness; CE, central executive; PL, phonological loop, Count, counting; VC, verbal counting; Give-N, give-a-number; DQD, discrete quantity discrimination; Dot comp, dot comparison; OC, ordinal choice; NR, numeral recognition; Enum, enumeration; NVC, nonverbal calculation; VCs, verbal calculations; CQD, continuous quantity discrimination; NL, number lines; NS, number sets; AN, Arabic number; NW, Number words; NWA, number words addition, NWS, number words subtraction; Comp, comparison; AN-Comp, Arabic number comparison; Estim, estimation; NK, number knowledge; TEMA, Test of Early Mathematics Ability.

Only two studies from the same research group assessed the cardinal knowledge of number words via the Give-N task and showed that it predicts first-graders' sophistication of strategy choice (Chu et al., 2018; Geary et al., 2018). In another study, Locuciak and Jordan (2008) also used this task but mixed it with other abilities in a "*number knowledge*" composite and showed that this composite was a significant predictor of later arithmetic fluency.

Magnitude comparison of symbolic numbers was tested in 3/6 studies but always using Arabic numbers. Two of these studies (Bartelet et al., 2014; Martin et al., 2014) found that this ability predicted later arithmetic fluency, but one (Major et al., 2017) did not find that. However, all three studies tested older children in the last year of preschool (5- to 6-year-olds) as children are typically introduced with Arabic digits around that age. Examining the predicting role of NW comparison has never been done before but might be very interesting as children are familiar with NW before learning Arabic numbers.

Finally, although early arithmetic ability was sometimes tested, such as nonverbal calculation (2/6 studies) or verbal calculations (1/6 studies), approximate addition was never examined before.

In some cases, these abilities were tested but combined in a global measure (e.g., Aunola, Leskinen, Lerkkanen, & Nurmi, 2004; Jordan, Kaplan, Locuniak, & Ramineni, 2007). This approach hinders identifying which specific numerical process plays a vital prediction role.

1.3 Present study

The present study addresses the following question: Among preschoolers' basic numerical abilities, what are the robust predictors for later arithmetic skills that cover both quantitative (accuracy and fluency) and qualitative aspects (strategy)? To answer this question, preschoolers' performance was assessed in seven numerical tasks covering the ANS (collection magnitude comparison), the sequential aspects of symbolic numbers (counting and advanced counting), the cardinal meaning of NWs (enumeration and Give-N), the magnitude comparison of symbolic numbers (NW comparison), and approximate addition. Some cognitive and contextual factors were also measured (matrix reasoning, digit span, and home numeracy frequency). Two years later, arithmetic outcomes were tested when children were at the end of G1 using single and double-digit addition tasks.

We tested each ability separately to explore the specific numerical mechanisms that best predict arithmetic proficiency two years later. Most previous studies suggest that symbolic abilities (counting, cardinal knowledge, and Arabic comparison) predict later arithmetic achievement (Bartelet et al., 2014; Chu et al., 2018; Martin et al., 2014). However, few studies have examined all of these aspects in the same research (e.g., Chu et al., 2018). In this study, we investigate which aspect is more dominant in predicting later arithmetic skills: the ANS; the sequential, the cardinal, or the magnitude processing of symbolic numbers or the ability to approximate addition?

If the sequential numerical aspect is one consistent predictor, we aim to distinguish whether basic counting (rote counting) or advanced counting (conceptual elaboration of verbal number) is the more important. Advanced counting (i.e., elaboration of NW sequence) is a lengthy process that develops from 4 to 7 or 8 years old, and requires conceptual understanding (one can count at any point in the sequence; Secada et al., 1983) and complex thinking (Nguyen et al., 2016). This ability constitutes the first step toward moving from the counting-all to counting-on addition solving strategy (Secada et al., 1983). However, the role of early advanced counting in predicting later arithmetic achievement and strategy remains unknown because no longitudinal study has examined this ability independently. Aunola et al. (2004) tested advanced counting (i.e., counting from a number task), but this was mixed with basic verbal counting (i.e., count from one and counting as high as possible). Aunola's finding indicated that a preschooler's performance on combined basic and advanced counting predicts later arithmetic fluency. Nguyen et al. (2016) tested advanced counting separately from basic counting in first-grade pupils and showed that advanced counting competence is more of a robust predictor of fifth-grade students' mathematics achievement than basic counting ability. However, in this study, the outcome was a general mathematical achievement.

If cardinal understanding is crucial, we would like to distinguish the contribution of cardinal principle knowledge to enumeration and the cardinal understanding of NWs (via the Give-N task). Wynn (1992) suggested that testing the verbal number's cardinal meaning is more efficient via the Give-N task than via the how many task (which only tests the cardinal principle knowledge). We assumed that to select a sophisticated strategy, children need to understand the meaning of the numbers. Furthermore, this understanding is a prerequisite for number magnitude comparison, which itself is necessary to determine where to start the count in the case of a counting-min strategy to solve addition.

If magnitude understanding is a contributor to later arithmetic learning, we want to examine whether symbolic magnitude (via number word comparison) or nonsymbolic magnitude understanding (via collection comparison) is important. Awareness of numerical magnitude serves as a foundation for higher-level processing competence such as mathematical calculation (Butterworth, 2005). However, few longitudinal studies have investigated the link between symbolic magnitude comparison in early preschool and later arithmetic as most of them used Arabic digits, which are not introduced to children until the age of 5 or 6. Only the study of Doesote, Ceulemans, Weerdt, and Pieters (2012) used all three tasks, dots, Arabic, and NW comparison in preschool; and found the inconsistent finding that nonsymbolic magnitude comparison (tested by dot comparison, which did not control for many dimensions of measures) predicted later mathematical achievement in G1.

Based on previous findings in the literature (Aunola et al., 2004; Bartelet et al., 2014; Chu et al., 2018; Locuciak & Jordan, 2008), we expect to find that mostly sequential and cardinal symbolic number abilities, such as counting, advanced counting, Give-N, and NW comparison, will predict later arithmetic outcomes. We expect that the contributing role of conceptual cardinal principle knowledge (enumeration) and nonsymbolic magnitude understanding (via collection comparison) might be less important. Furthermore, among the

symbolic skills and according to the importance of the elaboration of the NW sequence (Fuson et al., 1982; Nguyen et al., 2016; Secada et al., 1983), we assume early mastering of advanced counting is the best candidate for the prediction of later arithmetic achievement, strategy choice and calculation fluency. As it was never examined in a longitudinal study, the predictive role of approximate addition (Gilmore et al., 2007) for later mathematical achievement remains an open question.

The present study also examines the generalizability of previous findings by examining a sample of Vietnamese 4- to 6-year-olds. Indeed, most previous studies exploring relations between early numerical abilities and later arithmetic achievement have been performed for Western, industrialized, developed nations (as seen in Table 1). For instance, there is a lack of longitudinal studies conducted with young Asian children. We choose Vietnamese children because, similar to children in many Western countries, they officially learn formal symbolic addition in G1. In contrast, Chinese children, for instance, learn different calculations in kindergarten (at the age of 3) and have already mastered simple calculations when they reach elementary school (Wei, Guo, Georgiou, Tavouktsoglou, & Deng, 2018). When asked to perform simple calculations, they rely more on fact retrieval than procedural strategies (e.g., Geary, Bow-Thomas, Liu, & Siegler, 1996). In our study, all children who participated in early math education programs outside school were excluded.

Thus, the current study's contribution is a two-year longitudinal study testing seven different numerical predictors of arithmetic skills. Among the predictors considered, several have not or have rarely been tested before (e.g., advanced counting, Give-N, NW comparison, and approximate addition). Furthermore, arithmetical skills are measured in both quantitative and qualitative aspects (accuracy, fluency, and strategy choice). Finally, the sample used (i.e., Vietnamese children) will allow the generalization of previous results beyond Western culture.

2. Methods

2.1 Participants

Children were recruited from six preschools (four private and two public schools) in Ho Chi Minh City, Binh Duong, and Nghe An, Vietnam. Consent forms were sent to all preschoolers, and the sample comprised the children whose parents consented to their participation. Children were drawn from middle socioeconomic backgrounds and were all monolingual Vietnamese speakers.

Two hundred sixty-five children were tested during the second semester of year 1 in preschool; among them, 23 were excluded because of low nonverbal intelligence subtest scores (e.g., score below two *SD* from the mean; $n = 6$), failure to complete the preschool tasks (e.g., because of poor attention, $n = 4$), presence of a neurodevelopment disorder (e.g., Autism spectrum or language delay, $n = 5$), or participation in early math education programs outside the school (e.g., Kumon programs or other, $n = 8$).

Two hundred and forty-two Vietnamese preschoolers ($M_{\text{age}} = 4.8$, 126 boys) were tested for their cognitive and numerical abilities in preschool (T1). Two years later (i.e., at the end of G1, T2), the arithmetic skills of 157 of these children ($M_{\text{age}} = 6.7$) was tested. The final sample comprised 157 children (82 boys) who participated in these two testing times.

Eighty-five children dropped out of the study at T2 because of relocating to another country or province ($n = 26$), failure to contact the parents ($n = 10$), or the difficulty of accessing their new school due to complicated administrative requirements ($n = 49$). Ten primary schools (nine public schools and one private school) participated in the T2 testing and allowed us to assess the calculation abilities of 157 children. Notably, the educational program in Vietnam is identical for all private and public schools because they follow the same school books and a precise agenda.

In the final sample, 149 parents of children reported their highest educational level. Mothers' and fathers' educational levels were highly correlated, $r(149) = .52$, $p < .001$. Nearly half of them (77 mothers and 81 fathers) had a university-level degree; 8 mothers and 13 fathers had a Master or a Ph.D.; 64 mothers and 63 fathers had an educational level below university (i.e., the primary [1 mother and 1 father], secondary [7 mothers and 31 fathers], high school [30 mothers and 31 fathers], college [32 mothers and 24 fathers]).

2.2 Tasks

Preschoolers were tested on seven numerical tasks and three general cognitive tasks. Computerized tasks (collection comparison, NW-Comparison, and approximate addition) were developed by using E-prime (Version 2.0, Psychology Software Tools, Inc., Pittsburgh) and used a PC with a response box (left and right touch).

2.2.1 Preschool Numerical Tasks

Counting: Children were asked to count out loud as far as possible and were stopped when they reached 50. The score was the highest NW counted.

Counting on from a number (Advan-Count): Children were asked to "count from N" ($N = 3, 5, 7, 13, 11, 12$). If for a trial (e.g., count from 2), a child did not start until the experimenter gave an example: "I count from two, that is two, three, four, five, six." The trial was correct if the child counted from N as required (and did not start from "one") and produced the next four numbers in the correct order. The task was stopped if children were unsuccessful in three successive trials. The score was the total number of correct responses (CRs).

Enumeration (Enum): Children were invited to enumerate each set of aligned figures of animals ($N = 4, 6, 9, 10, 12, 15, 16, 17$) and then answer the question: "How many animals are there?" If they enumerated correctly and responded to the "how many" question with the last NW, the trial was considered successful, and the response coded 1. If they recounted or responded to the question by an NW different than the last one, the trial was considered incorrect, and these answers were coded 0. The score was the total number of CRs.

Give-me a number (Give-N): Children were asked to give the rabbit precisely 1, 2, 3, 4, 5, or 6 carrots from the bowl. If a child did not react, the experimenter provided a demonstration. Children began at set size one: They advanced to the next set size after a correct response and went down one set size after an incorrect response. The task stopped when a child made two mistakes on the same item or when they arrived at the last item (as in Sarnecka & Carey, 2008). The score was the highest number of objects the child reached correctly twice.

Number word comparison (NW-Comp): Children were asked to help Scrat have plenty of nuts by telling him which of two number words, given orally, was the largest. Stimuli were of two distances (close: distance of 1 and far: distance of 3) and two sizes (small: 1 – 9 and large: 11 – 19). There were 24 trials in total: 6 trials in each of the conditions (close distance - small size: 2–3, 5–6, 8–9, 8–7, 5–4, 5–3; far distance - small size: 2–5, 4–7, 6–9, 9–6, 8–5, 7–4; close distance - large size: 10–11, 13–14, 16–17, 18–17, 16–15, 19–18; and far distance - large size: 11–14, 15–18, 16–19, 19–16, 17–14, 18–15). Their score was the total number of CRs.

Collection comparison (Collection-Comp): Children were asked to help Dora find the most puzzle pieces (task from Rousselle, Demboux & Noël, 2011 adapted by Honoré & Noël, 2016). The number of puzzle pieces varied from 5 to 18. Six practice pairs of sets differing by a ratio of 1:3 familiarized the children with the task. The test trials were pairs of sets differing by ratios of 1:2, 2:3, 3:4, 4:5, 5:6, 6:7, and 7:8. Each ratio comprised two pairs (7–14 and 8–16; 6–9 and 10–15; 6–8 and 12–16; 8–10 and 12–15; 5–6 and 10–12; 6–7 and 12–14; 7–8 and 14–16). Each pair was presented four times, varying according to the presentation order (smaller set on the left or the right side) and the condition (congruent or incongruent), resulting in 56 items. Their score was the total of CRs.

Approximate addition task (Appro-Add): Children were invited to estimate the result of the addition of two Arabic numbers and compare it with a third Arabic number (e.g., $5 + 4$ and 7; see Gilmore et al., 2007). The first character, Babar, appeared on the left of the screen, with a bag on which an Arabic number was printed. The experimenter explained: “*Babar has five candies*” (pointing at the bag displaying the Arabic number five). “*He gets four more*” (as a second bag displaying the Arabic number four appeared). Next, the second character, Celeste, appeared on the right side of the screen with a bag showing an Arabic numeral (number seven), and the experimenter said, “*Celeste has seven candies. Who has more?*”. If Babar (Celeste) has more candies than Celeste (Babar), the child should press on the left (right) of the answer box. This task entailed two practice and 16 test trials corresponding to four additions ($5+4$, $7+5$, $4+6$, $6+5$), associated with four other numbers (Celeste’s candies): two smaller and two larger ($5+4$ and 6, 7, 11, 13; $7+5$ and 8, 10, 15, 18; $4+6$ and 7, 8, 12, 15; $6+5$ and 8, 9, 14, 16). The ratio between the sum (Babar’s candies) and the last set (Celeste’s candies) was $4/5$ (e.g., $5+4/11$) in half of the trials, and $2/3$ (i.e., $4+6/15$) in the others. Their score was the total of CRs.

2.2.2 General Cognitive Tasks

Matrix Reasoning Task (IQ). Matrix reasoning is a nonverbal intelligence subtest from the WPPSI (Wechsler, 2012). Children were invited to select the one from the visually presented response options that best completed a matrix.

Digit Span. This task (from KABC-II, Kaufman, 2004) measured the phonological loop (PL) capacity in short-term memory. The experimenter read a string of numbers at the rate of one per second, and the child repeated the string in the same order. Twenty-two trials ranged from 2 to 9 one digits number. Each length contained three series of numbers. After three failures of the three trials, the task was stopped. The score corresponded to the longest length for which at least three trials were correctly repeated, plus .5 if one trial of the next series length was successful.

Letter Span. Children listened to a series of one-syllable letter names (among B, C, G, K, L, M, N, P, R, S, T, V) and were then asked to repeat them in the same order. Stimuli varied in length from one letter (e.g., K) up to five letters (e.g., P L G R V), with three items per length. After two unsuccessful trials of a given length, the task was stopped. The score corresponded to the higher length for which at least two trials were correctly repeated, plus .5 if one trial of the next length series was successful.

2.2.3 Parental home activity questionnaire

The questionnaire was designed by Skwarchuk, Sowinski, and LeFevre (2014) and assessed home numeracy practices (13 items, e.g., counting, simple sums, number recognition) and home literacy practices (11 items, e.g., word reading, alphabet/word recognition). The parents (father or mother) answered by circling the corresponding frequency of each activity based on a Likert scale ranging from 0 (never) to 4 (very often or once per day). The mean frequency of home numeracy practices was computed.

2.2.4 First-grade arithmetic task

Additions task

Children were presented with 10 simple one-digit number additions (e.g., $3 + 3$; $4 + 4$; $5 + 5$; $2 + 4$; $2 + 6$; $3 + 7$; $6 + 6$; $7 + 7$; $3 + 9$; $5 + 9$) and six complex additions with one 1-digit number addend and one 2-digit number (e.g., $5 + 13$; $2 + 14$; $3 + 16$; $7 + 15$; $9 + 14$; $7 + 18$). In simple additions, half of the trials were doubles problems, and in the others, the smaller addend always appeared first (this allowed us to distinguish between a counting-on and a counting-min procedure). Each problem was presented one at a time horizontally on a computer screen projected by PowerPoint 2016 and remained on the screen until the child answered. Children were asked to solve each problem as quickly as possible by using any strategy they wished and to report how they reached the answer. Four examples were presented (e.g., $2 + 2$; $2 + 5$; $1 + 2$; $2 + 3$) for children to practice answering as quickly as possible.

Accuracy was recorded with 1 point given for each addition answered correctly.

Response time (RT): RT was especially measured to allow to determine the recall strategy if RT is below 3s (see below, indeed, in first graders, Siegler (1987) showed that the median of recall strategy was 2.1 seconds). However, it was not considered as an outcome variable.

Strategy used: The experimenter used the paper answer protocol to write the child's answer and strategy. The problem-solving strategies were coded based on Siegler et Shrager (1984), Siegler (1987), Geary et Brown (1991) and Chu et al. (2018); notably, we did not credit for strategies that led to calculation errors but only considered strategies for CR.

Three counting-based strategies were distinguished: *counting all* (i.e., counting both addends with or without a finger, starting from one), *counting on* (i.e., *count from first*, starting from the first addend), and *counting min* (i.e., starting from the larger addend).

When the child represented the two addends with fingers and answered immediately without verbal counting and without counting the fingers one by one, the strategy was called a "*finger (looking) strategy*." (Geary & Brown, 1991; Siegler, 1987). We added the term "looking" to clearly differentiate it from the strategy where the child counted on the fingers. This strategy appeared mostly for a sum below 10.

When children gave a correct answer without showing any sign of finger or verbal counting, took more than 3 seconds to give their answer, and could not explain how they reached it, the strategy was considered a "*not identified strategy*."

Retrieval was encoded if children did not count or use their fingers, reached the correct answer in less than 3 seconds, and explained that they knew the answers or had this answer in their head.

Decomposition was considered if children used close double problems to help them find the answer (e.g., $7 + 8 = 7 + 7 + 1$) or decomposed one of the addend to reach a sum of 10 ($3 + 9 = 2 + 1 + 9$) or used other decompositions to solve complex additions (e.g., $7 + 18 = 5 + 2 + 18$) or decomposition of the unit and decade part of the larger addend (e.g., $2 + 14 = 2 + 4 + 10$).

Each strategy was given a value expressing the degree of its maturity (Table 3). On this basis, a strategy score was calculated (see Chu et al., 2018, for a similar approach) by summing the frequency of use of each strategy multiplied by each of these strategies' maturity degrees. For example, for one child who had 12 correct answers, 10 times using a retrieval strategy and 2 times using the count-min strategy, the score is $(10 \text{ (retrieval)} \times 6) + (2 \text{ (count min)} \times 3) = 66$ points.

Calculation fluency

Calculation fluency was measured with Tempo Test Automatiseren (De Vos, 2010), with 50 addition problems presented horizontally on one page. Children had two minutes to answer as many problems as they could with a pencil. The calculation fluency score was the total number of CRs.

2.3 Procedure

In preschool (T1), the children were tested individually in a quiet room in their school in two sessions of approximately 45 minutes. The tasks were ordered, alternating between verbal and computerized tests, with a maximum of six tasks in a session. The first session included counting, advanced counting, enumeration, collection comparison, Give-N, and NW-Comparison. The second session included the matrix reasoning task, digit repetition, approximate addition, letter repetition.

Parents were invited to complete an anamnestic questionnaire about their child, their own highest education level, and a questionnaire about home activity practices. Measures employed were piloted on 30 preschoolers. In the second semester of G1, between March and May (T2), children were individually tested in a quiet room in their school in a session of approximately 20 minutes. The testing gap between T1 and T2 was 24 months ($SD = 2.35$).

3. Results

The analyses were run on SPSS version 25.0.

3.1 Preliminary analyses

Cronbach's alphas (computed on the global sample's performance, $N = 242$; see Table 2) was suitable for all the tasks but moderate for the collection comparison and the approximate addition. Independent t -tests showed there were no significant differences between the performance of the group that dropped out ($N = 85$) and the group that continued the research ($N = 157$), except for the collection comparison task (Table 2). There was also no significant gender difference in preschool numerical skills and first-grade arithmetic outcomes (independent t -tests, all $ps > .05$).

3.1.1 Preschool tasks analysis

Cronbach's alphas were computed on the basis of the global sample's performance on each of the tasks ($N = 242$; see Table 2) and proved to be good for all the tasks but moderate for the collection comparison and the approximate additions. Next, independent t -tests were computed to compare the performance of the group that dropped out ($N = 85$) and the group that continued the research ($N = 157$). There were no significant differences between the two groups (Table 2), except for the collection comparison task in which performance was marginally higher for the dropped-out group than the remaining group.

3.1.2 First-grade additions task analysis

Accuracy ranged from 4 to 16 CR (mean of 12.27 ± 2.93). The strategy was analyzed for CR only (i.e., 1937/2512 answers); see Table 3. The strategy score ranged from 2 to 96 (mean of 53.35 ± 20.54).

Table 2. Task analysis and preliminary results

	Reliability		Range		Remained group			Dropped-out group			Independent <i>t</i> -test			
	<i>N</i>	α	Min	Max	<i>N</i>	Mean	<i>SD</i>	<i>N</i>	Mean	<i>SD</i>	<i>t</i>	<i>df</i>	<i>p</i>	<i>d</i>
Age			47	64	157	56.82	3.87	85	56.94	4.36	0.22	240	0.827	0.29
Preschool numerical skills														
Counting			5	50	157	26.31	12.58	85	25.33	13.15	-0.57	240	0.571	0.76
Advan-Count	242	.95	0	6	157	3.01	2.54	85	2.76	2.64	-0.70	240	0.486	0.96
Enum	242	.93	0	8	157	4.16	3.16	85	3.81	2.83	-0.88	189*	0.382	0.12
Give-N	242	.89	0	6	157	4.55	1.94	85	4.82	1.84	1.07	240	0.284	0.14
NW-Comp	242	.74	7	24	157	14.76	4.11	85	15.85	4.80	1.76	151*	0.080	0.25
Collection-Comp	242	.54	18	50	157	31.66	5.13	85	33.01	5.15	1.95	240	0.052	0.26
Appro-Add	242	.49	4	16	157	9.38	2.57	85	9.68	2.68	0.87	240	0.384	0.11
General cognitive abilities														
Matrix reasoning	242	.84	4	19	157	9.46	2.96	85	9.56	2.85	0.27	240	0.788	0.04
Digit span	242	.89	3.0	8.5	157	5.77	1.01	85	5.72	0.94	-0.36	240	0.722	0.05
Letter span	242	.77	1	4	157	2.68	0.74	85	2.81	0.72	1.31	240	0.190	0.18
Parental educational level														
Mother			1	7	149	4.95	1.48	80	5.14	1.39	0.96	227	0.340	0.13
Father			1	8	149	5.14	1.46	80	5.18	1.40	0.17	227	0.864	0.03
Home frequency	184	.95												
Numeracy	198	.91	0	4	142	2.36	0.76	75	2.42	0.81	0.50	215	0.617	0.22
Literacy	194	.92	0	4	143	2.05	0.95	75	2.18	0.89	1.03	156	0.303	0.14

Note. * Levene's test indicated unequal variances; thus, *df* were adjusted.

Table 3. Strategy used in problem-solving, coding criteria, and frequency

Strategy	Value	Example: 3 + 9	n	%
Incorrect or missing	0	Incorrect answer or " <i>I do not know.</i> "	585	22.89
Counting all	1	Correct: count 1 to 12	239	9.51
Counting on	2	Correct: count 3 to 12	95	3.78
Counting min	3	Correct: count 9 to 12	167	6.65
Fingers looking	4	Correct: looking on fingers without counting	77	3.07
Not identified	4	Correct : no explanation, no behavior, RT > 3s	79	3.14
Decomposition	5	Correct: making base-10 (2+1+ 9) or double knowledge	87	3.46
		or additive decomposition: 2 + 14 = 2 + 4 + 10	320	12.74
Retrieval	6	Correct: memorized or RT ≤ 3s	873	34.75
Total			2512	100%

Note. Strategy coding were based on Chu et al. (2018), Geary & Brown (1991), Siegler & Shrager (1984); Siegler (1987); except for not identified strategy.

3.2 Longitudinal data analysis plan

First, factor analysis was conducted to find the latent variable behind the three main arithmetical outcome measures. Then, Pearson correlation analyses measured the relationship between each preschool predictor and arithmetic skills. Next, a regression was run to identify the best set of predictors for arithmetic skills. Dominance analysis was then conducted to compare the importance of the selected predictors. Finally, the last regression was applied to examine whether these predictors remained significant after controlling for cognitive abilities.

3.2.1 Factor analysis for the outcome variables

The three main dependent variables measured accuracy, strategy score, and calculation fluency had strong correlations with one another (accuracy – strategy score: $r = 0.79$; accuracy – fluency: $r = 0.50$; strategy – fluency: $r = 0.57$, all $ps < .001$). Principal axis factor analysis was conducted on these three variables. The Kaiser–Meyer–Olkin measure was above the commonly recommended value of .6 (Kaiser & Rice, 1974). Only one factor was extracted (with an eigenvalue over 1), which explained 75% of the variance. This factor (arithmetic skills) was then used in all further analyses.

3.2.2 Correlations

Table 4 shows the correlation between each preschool predictor and arithmetic skills. Many preschool symbolic numerical predictors (i.e., advanced counting, Give-N, NW comparison, counting, enumeration) and collection comparison significantly correlated at the level of .01 with the arithmetic skills.

Table 4. Correlations

	Arithmetic Skills	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1. Count	.39**	—													
2. Advan-Count	.38**	.51**	—												
3. Enum	.30**	.35**	.41**	—											
4. Give-N	.29**	.30**	.29**	.43**	—										
5. NW-Comp	.33**	.51**	.40**	.31**	.35**	—									
6. Collection-Comp	.25**	.20*	.09	-.04	.11	.26**	—								
7. Appro-Add	.20*	.16*	.16	.17*	.18*	.29**	.18*	—							
8. Age	.12	.14	-.05	.05	.28**	.13	.14	.00	—						
9. Matrix reasoning	.37**	.22*	.19*	.29**	.20*	.19*	.07	.21**	-.13	—					
10. Digit span	.37**	.29**	.26**	.23**	.36**	.25**	.04	.26**	.15	.26**	—				
11. Letter span	.06	-.07	.00	.01	.17*	-.06	-.08	.13	.05	.07	.14	—			
12. Home numeracy	.32**	.18*	.29**	.25**	.18*	.13	.08	.02	.03	.20*	.29**	.18*	—		
13. Edu-Mother	.20*	.21*	.26**	.07	.06	-.01	.03	.05	.03	.17*	.12	.02	.31**	—	
14. Edu-Father	.13	.24**	.17*	.10	.09	.04	-.03	.01	-.05	.14	.28**	-.05	.22*	.52**	—

Note. **correlations in bold are significant at the $p < .01$ level; * $p < .05$.

Age, letter span, and fathers' education (Edu-Father) were not significantly correlated with the arithmetic skills and were thus discarded from the regression analyses. Regarding mother's education (Edu-Mother) and home numeracy, which correlated with the arithmetic skills, we first entered them in the appropriate regressions but found that they never reached the significance level of .05. Furthermore, because of the absence of home numeracy data for 15 participants, including this variable into the regression model would reduce the degree of freedom. Accordingly, the regression models presented here did not consider those two variables.

3.2.3 Regressions for predicting the arithmetic skills

A regression (stepwise method) was run on the seven numerical tasks (counting, advanced counting, enumeration, Give-N, NW comparison, collection comparison, and approximate addition) to find the significant predictors for the arithmetic skills.

Counting, advanced counting, Give-N, and collection comparison were the best set of predictors that significantly predicted the arithmetic skills (Table 5). However, enumeration, NW comparison, and approximate addition were not significant predictors (all $ps > .05$).

Table 5. Regression for the arithmetic skills from preschoolers' numerical abilities

Predictors	β	t	p	ΔR^2
Count	.200	2.27	.019	.153
Advan-Count	.215	2.59	.010	.043
Give-N	.157	2.09	.038	.030
Collection-Comp	.170	2.36	.019	.022

3.2.4 Dominance analysis

Dominance analysis was then conducted on the four above significant predictors to compare them (Azen & Budescu, 2006; Budescu, 1993). One predictor is considered more important (dominant) than another in a given model when it increases its R^2 more than another (see Table 6). Both counting (X_1) and advanced counting (X_2) completely dominate Give-N (X_3) and collection comparison (X_4) because their additional contributions are larger than those of X_3 and X_4 across all possible subset models. However, there is no dominance established between two pairs, (X_1 and X_2) and (X_3 and X_4), since the averaged additional contributions of X_1 and X_3 are greater than those of X_2 and X_4 when model sizes = 1 but slightly smaller when model sizes = 3. The last row provides the general dominance measures for each predictor, which is the mean of the four averaged additional contributions within each model size. The sum of the four general dominance measures (.081 + .080 + .048 + .039 = .248) is equal to the R^2 of the full model. Based on the general dominance measures, the four predictors were ordered as follows: $X_1 = X_2 > X_3 = X_4$.

Table 6. Dominance analysis with four selection predictors using arithmetic skills as the outcome

Subset model	Model R-squared	Additional contribution			
		Counting (X_1)	Advan-Count (X_2)	Give-N (X_3)	Collection-comp (X_4)
Null, $k = 0$ average		0.153	0.143	0.089	0.060
X_1	0.153	-	0.043	0.035	0.030
X_2	0.143	0.053	-	0.045	0.044
X_3	0.089	0.099	0.099	-	0.046
X_4	0.060	0.123	0.127	0.075	-
$k = 1$ average		0.092	0.090	0.052	0.040
X_1X_2	0.196	-	-	0.024	0.030
X_1X_3	0.188	-	0.032	-	0.027
X_1X_4	0.183	-	0.043	0.032	-
X_2X_3	0.182	0.038	-	-	0.038
X_2X_4	0.187	0.039	-	0.033	-
X_3X_4	0.135	0.080	0.085	-	-
$k = 2$ average		0.050	0.053	0.030	0.030
$X_1X_2X_3$	0.220	-	-	-	0.028
$X_1X_2X_4$	0.226	-	-	0.022	-
$X_1X_3X_4$	0.215	-	0.033	-	-
$X_2X_3X_4$	0.220	0.028	-	-	-
$k = 3$ average		0.028	0.033	0.022	0.028
$X_1X_2X_3X_4$	0.248	-	-	-	-
General dominance		0.081	0.080	0.048	0.039
Percentage (Rescaled dominance)		33%	32%	19%	16%

Note. k is equal to the number of additional predictors in the model.

3.2.5 Regressions with controlling cognitive abilities

Finally, hierarchical multiple regression was conducted to examine whether the four above selected predictors still predicted the arithmetic skills after controlling for cognitive abilities. In the first block, entry of matrix reasoning and digit span were forced, and then the four predictors were introduced in the second block using the enter method.

Cognitive abilities explained 21.8% of the variance of the arithmetic skills, $F(2, 156) = 21.42$, $p < .001$ (Table 7). Advanced counting and collection comparison still predicted the arithmetic skills, $F(6, 156) = 12.94$, $p < .001$, but counting and Give-N were not significant. These predictors accounted for an additional significant 12.3% of the variance.

In short, the dominance analysis showed that the predictor weights for arithmetic skills were 33% (counting), 32% (advanced counting), 19% (Give-N), and 16% (collection comparison); however, only advanced counting and collection comparison significantly predicted arithmetic outcome after controlling for cognitive abilities.

Table 7. Hierarchical multiple regression for arithmetic skills controlling cognitive abilities

	B	SE B	β	t	p
Step 1					
Constant	-2.49	0.41		-6.03	< .001
Matrix reasoning	0.09	0.24	.296	3.99	< .001
Digit span	.28	.070	.289	3.91	< .001
Step 2					
Constant	-3.38	.54		-6.27	< .001
Matrix reasoning	.08	.02	.234	3.34	.001
Digit span	.18	.07	.186	2.4	.014
Count	.01	.01	.139	1.73	.087
Advan-Count	.07	.03	.178	2.27	.024
Give-N	.04	.04	.071	0.96	.340
Collection-Comp	.03	.01	.171	2.52	.013

Note. $R^2 = .218$ for step 1, and $R^2 = .341$ for step 2; $\Delta R^2 = .123$ for step 2.

4. Discussion

Our study examined the associations between numerical abilities from preschool (mean age of 4.8) and arithmetic skills two years later (at the end of G1) in a Vietnamese sample. Seven different numerical tasks were considered as potential predictors, including four that were barely considered before, i.e., advanced counting, Give-N, NW comparison and approximate addition task. The arithmetic skills covered both quantitative (accuracy, fluency) and qualitative (strategy) aspects, a global measure that was rarely considered before. We will summarize the results obtained and discuss them.

Analyses of the results first showed that all seven numerical tasks proposed in preschool significantly correlated arithmetic skills two years later, supporting the idea that all these aspects were relevant and worthy of assessment. However, the approximate addition task showed a smaller correlation, and this task proved to be not very valid (low Cronbach's alpha). Accordingly, this task, does not seem interesting to consider in further research.

Second, multiple regression analysis showed that among these seven factors, the best combination of predictors of further arithmetic skills was the counting, advanced counting, Give-N, and collection comparison. Using dominance analysis, we found that the sequential aspect tested by the two counting tasks was a more dominant predictor than cardinal knowledge and nonsymbolic magnitude understanding. These results support the finding that counting processes are critical for later arithmetic skills (Aragón et al., 2016, Locuciak & Jordan, 2008, Nguyen et al., 2016). This finding is also consistent with the study of Aunola et al. (2004), in which counting skills (tested by both verbal counting and advanced counting) were a significant predictor of grade 2 arithmetic achievement.

4.1 Counting as a robust contributor to the arithmetic skills

Counting skills are indeed a natural scaffold for calculation and arithmetic strategies as most of the solving strategies for addition are counting-based procedures at the beginning of

the learning process (Fuson et al., 1982; Johansson, 2005). Furthermore, the repeated use of verbal counting favors problem–answer associations in long-term memory, making it possible to resolve additions by retrieving the answer from memory (Siegler & Shrager, 1984).

Sequential elaboration (i.e., advanced counting, the “*breakable chain*”) is more complicated than acquiring a simple number word sequence. Advanced counting corresponds to a lengthy process from the age of 4 to 7 or 8 years old (Fuson et al., 1982); it requires complex thinking (Nguyen et al., 2016) and conceptual understanding of the ordering principle that the child can count at any point in the sequence (Secada et al., 1983). The first graders who have not yet mastered advanced counting skills must rely on a counting-all strategy, using their fingers to solve additions; this is often the basis of later computational difficulties (Carpenter & Moser, 1984).

4.2 Contributing role of cardinal knowledge

Cardinal knowledge (Give-N) also predicted arithmetic skills (but not after controlling for cognitive abilities). This finding is in line with that of Chu et al. (2018), who showed that children who were at least two-knowers at the beginning of preschool (3- to 4-year-olds) used a mix of more sophisticated strategies (retrieval, decomposition, and counting-min strategy) in G1 than those who were one-knowers or had no understanding of cardinality. Notably, in our study, the children we tested were a little bit older than those of the other studies (Chu et al., 2018; Geary et al., 2018), and two-thirds were already cardinal-principle-knowers (i.e., could correctly handle the Give-N task for a number equal to five or above), which could explain why the Give-N task was a less discriminant predictor here than in Chu et al. (2018).

It should, however, be noted that in the child’s development, all these processes develop in parallel and in interaction. Therefore, it is also necessary to consider these significant predictors as integrated knowledge of number sense activated during arithmetic resolution. For instance, counting is an essential contributor to learning numerical magnitudes (Siegler, 2016, for a review). The counting experience leads them to the cardinality principle, an abstract understanding that the number of objects in a set corresponds to the last number used to count the objects in it, contributing to understanding the cardinal meaning of symbolic numbers (Siegler, 2016). A recent longitudinal study (Geary, vanMarle, Chu, Hoard, & Nugent, 2019) found that children who knew more count words at the beginning of preschool also performed better on the Give-N task. Recently, Sella et al. (2018) also showed that the comparison of number words (i.e., below 9) is related to cardinality knowledge measured using the Give-N task. Congruent with those data, our study found quite large correlations between the performance measured in the counting tasks, the enumeration task, the Give-N task, and the NW comparison task.

4.3 Contributing role of nonsymbolic magnitude knowledge and other predictors

ANS acuity was also selected as a significant predictor of arithmetic skills, even after controlling for general cognitive abilities. Chu et al. (2018) showed that children's ANS acuity in kindergarteners (5- to 6-year-olds) was related to their strategy sophistication in G1 whereas their ANS acuity in preschool (3- to 4-year-olds) was not. Children's ANS acuity improves with development (Halberda, Mazocco, & Feigenson, 2008) and could be refined by the advanced practice of exact numbers (Noël & Rousselle, 2011). It is possible that children's understanding of arithmetic is dependent on a certain level of maturation of the ANS (Chu et al., 2018). The growth of numerical magnitude knowledge is the core of numerical development (Siegler, Thompson & Schneider, 2011) that serves in arithmetic learning (Siegler, 2016). This finding supports Halberda et al.'s (2008) study but contradicts others (Bartelet et al., 2014). In their meta-analysis of longitudinal studies of predictive relations between nonsymbolic numerical magnitude discrimination and math achievement test scores, Chen and Li (2014) obtained a weighted mean value of $r = .17$ (Siegler, 2016; for a review). Further study needs to reexamine whether the contribution of ANS to later arithmetic ability changes by age and by the growth of symbolic numerical knowledge.

In our study, nonsymbolic magnitude knowledge did not relate to general cognitive abilities while symbolic numerical abilities were strongly related to cognitive abilities. Therefore, some abilities (counting and Give-N) were excluded from the regression after controlling for cognitive abilities. Advanced counting remained significant even when controlling covariates; it allows us to confirm our overhead view that advanced counting is one complex ability beyond general reasoning and thinking, cardinal knowledge, and symbolic and nonsymbolic magnitude knowledge.

Some tasks were not selected as good predictors of future arithmetical skills. This was the case for enumeration, NW comparison, and approximate addition. However, for the two former, significant correlations were obtained between performance in these tasks and future arithmetic skills. This failure to select enumeration as a good predictor is consistent with other studies (Aragón et al., 2016; Chu et al., 2018, Martin et al., 2014) and inconsistent with others (Bartelet et al., 2014; Major et al., 2017). Both of the latter tested the enumeration speed, which could explain the contrary findings. Regarding NW comparison, there is no previous study using this specific task. However, this finding is in line with Major et al. (2017) but contradicts others (Bartelet et al., 2014; Martin et al., 2014). This result's difference might be because our study tested NW comparison whereas the other studies used Arabic number comparison, and almost all the studies tested 6-year-olds whereas we tested children younger than that.

Let us note, however, that the results presented here are based on correlations and cannot prove any causation links. Further studies, using the training of one of these specific predictors and examining its impact on addition skills, could test this causal aspect. Honoré and Noël (2016) compared the impact of training using symbolic versus nonsymbolic, number magnitude tasks in preschoolers. They found that symbolic training led to a

significantly larger arithmetic improvement than nonsymbolic training (and the control condition). Similarly, Friso-van den Bos, Kroesbergen, and Luit (2018) showed that counting training enhanced arithmetic ability (relative to a control group). However, a recent meta-analysis study (Szűcs & Myers, 2017) shows no conclusive evidence that specific ANS training improves symbolic arithmetic.

4.4 Implications

Among the seven numerical tasks assessed, advanced counting is the more dominant predictor for the later arithmetic skills, even after controlling for cognitive abilities. However, if it is very usual for parents to ask or teach their children to count as far as possible (e.g., Levine, Suriyakham, Rowe, Huttenlocher, & Gunderson, 2010), this is much less the case for advanced counting. Thus, advanced counting should be taught explicitly and reinforced throughout parent-child home activities or school activities. For instance, Ramani and Siegler (2008) have demonstrated that playing a linear number board game that requires counting from a number different from one with preschoolers improved their number knowledge such as magnitude comparison and numeral identification.

4.5 Limitations

As children were very young when tested in T1 and their attention skills quite limited, we could not propose a comprehensive cognitive battery of tests. Further studies could consider measuring children's working memory abilities, as this component contributes to arithmetic development (see, e.g., Noël, 2009).

Another limitation is related to the lack of reliability of the collection comparison task. A similar low Cronbach's alpha was reported by Karagiannakis and Noël (2020). According to Karagiannakis et al. (2020, p.22), this is because "*participants not only process the numerical dimension of the stimuli but also process (automatically) other physical dimensions (such as the convex hull, the area of the dots) which could be congruent or incongruent with the numerical dimension*" (see, also Gebuis et al., 2016). Consistent with that interpretation, we found that the Cronbach's alpha was higher if it was calculated on the 28 congruent items ($\alpha = 0.71$) while it was extremely low when calculated on the 28 incongruent items ($\alpha = 0.19$). Indeed, in that latter case, some children may compare the numerical dimension, the convex hull dimension, the density, the mean size of the items, etc. Unfortunately, these limitations cannot be avoided.

5. Conclusions

The current study showed that counting ability and especially advanced counting, measured in early preschool, is the most robust predictor of arithmetic skills two years later (even after controlling for cognitive abilities). More globally, both sequential abilities, counting and advanced counting; cardinal knowledge (Give-N but not by cardinal principle knowledge tested by how many tasks); and nonsymbolic ability (by collection comparison) were the best set of predictors for later arithmetic skills.

Chapter 3

Numerical predictors of children's evolution in arithmetic from preschool to end of first grade

Our main question in this chapter is “*How do preschool numerical-specific abilities predict children's arithmetic growth?*”. Arithmetic growth here means the intra-individual evolution in arithmetic performance through three time-points: preschool, beginning, and end of first grade. We run the Generalized Linear Mixed Models with a Binary logistic regression to predict the arithmetic growth. We found that the testing time-point significantly interacted with the counting, the enumeration, the number-word comparison, the approximate addition, and the digit span, indicating that inter-individual variance on these abilities predicts the difference in arithmetic growth.

Numerical predictors of children's evolution in arithmetic from preschool to end of first grade

1. Introduction

Arithmetic growth varies between individuals and within each individual. Some children develop quickly, others more slowly. Different sources in early childhood could predict a child's arithmetic growth, such as cognitive factors and specific numerical factors. This chapter focuses on the role of specific numerical abilities in predicting a child's arithmetic growth from preschool through the first year of formal arithmetic learning.

1.1 Review of longitudinal studies on arithmetic growth

Many studies in the literature have looked for preschool predictors of the inter-individual difference of arithmetic and mathematics skills (Chapter 1; see also Nogues & Dorneles, 2021, for a review), such as counting, advanced counting, enumeration, cardinal knowledge, symbolic/nonsymbolic magnitude understanding, and approximate addition. However, very few studies have examined the role of these capacities in predicting children's arithmetic growth. To our knowledge, only two studies have examined this topic (Geary, 2011; Xenidou-Devou, Van Luit, Kroesbergen, Friso-van den Bos, Jonkman, van der Schoot, & van Lieshout, 2018).

In the first study, Geary (2011) conducted a five-year longitudinal study on 177 American children. He assessed children's mathematics skills from kindergarten through to grade 5 using the Numerical Operations from the Wechsler Individual Achievement Test–II–Abbreviated (Wechsler, 2001) and a large measure of numerical-specific (counting and additions strategies, identifying combination of sets that correspond to a certain number, and number line estimation) and domain-general abilities (intelligence, working memory (WM), speed of articulating number words) at the end of grade 1. Using multilevel modeling, this study showed that a variety of domain-general and numerical-specific abilities predicted the inter-individual difference of kindergarten's mathematics achievement, but only the Central Executive measure of WM, the number line estimation (from 0 to 100), and the addition strategies were unique predictors of children's growth in mathematical thinking from kindergarten through fifth grade.

In the second study, Xenidou-Devou and her colleagues (2018) did a three-year longitudinal study on 334 Dutch children from kindergarten to Grade 3. They evaluated children's mathematics skills through the Cito test—a battery that tested not only arithmetic (+ - x :) problems but also word problems and other knowledge related weight, time and

length, and a large measure of numerical-specific skills (counting, nonsymbolic/symbolic approximate addition, nonsymbolic/symbolic magnitude comparison, and symbolic exact addition) and domain-general abilities (IQ and WM). Using latent growth modeling, this study revealed that the Phonological Loop (PL) measure of WM abilities, the IQ, counting skills, nonsymbolic and symbolic approximate arithmetic, and comparison skills explained the inter-individual difference in the children's mathematics achievement; however, symbolic approximate addition was the unique predictor of the children's mathematics growth thought kindergarten to grade 3.

In summary, the outcome variable used in Geary's (2011) and Xenidou-Dervou's (2018) studies was general math achievement. Both studies showed that domain-general and numerical-specific skills contributed to the inter-individual difference in kindergarten mathematical achievement. However, only a few of these measured capacities were significant predictors of mathematic growth: the first study identified the role of number line processing and counting knowledge, and the second, the role of symbolic approximate addition. Xenidou-Dervou's study tested 6 numerical-specific predictors; however, counting knowledge was a composite measure of the Early Numeracy Test-Revised (ENT-R; Van Luit & Van de Rijt, 2009) that did not distinguish between rote counting and enumeration ability. The predicting role of other numerical abilities such as advanced counting and cardinal knowledge is unknown because these abilities were not investigated in either study.

1.2 Present study

The current study responds to the suggestion proposed by Xenidou-Dervou et al. (2018) that research needs more studies focusing on children's growth rates in mathematics achievement. Unlike previous studies that focused on the role of domain-general and numerical-specific skills, our study aims to examine only the role of numerical-specific predictors for arithmetic growth. Our main question is, "*How do preschool numerical-specific abilities predict children's arithmetic growth?*". Arithmetic growth here means the intra-individual growth in arithmetic performance through three time-points: preschool, beginning, and end of first grade.

We want to replicate and extend the previous findings by examining a Vietnamese sample ($N = 157$). The outcome variable is not mathematical growth in general (like Geary, 2011; Xenidou-Dervou et al., 2018), but the *growth of arithmetic* achievement—one first component of mathematic skills. We consider seven numerical tasks as potential predictors; three of them are similar to Xenidou-Dervou et al. (2018): symbolic approximate addition, symbolic and nonsymbolic magnitude comparison. Here, however, we use the verbal number comparison instead of the Arabic number comparison to assess symbolic number magnitude comparison. We also considered four other numerical predictors: simple rote counting, advanced-counting, enumeration, and cardinal knowledge. Note that two abilities, i.e., advanced counting (count from a number) and cardinal knowledge (Give-N), were shown as significant predictors for later arithmetic skills (chapter 2; see also Chu, vanMarle, Rouder, & Geary, 2018; Geary, vanMarle, Chu, Hoard, & Nugent, 2019) but were never considered for predicting intra-individual arithmetic growth across time-point. Beyond these seven

numerical-specific abilities, we also tested domain-general abilities (reasoning ability and verbal short-term memory). Moreover, we intend to apply a different data analysis method than the two previous studies: Generalized linear mixed models.

Based on the various evidence that highlighted the role of symbolic understanding on arithmetic and mathematics learning (chapter 1), we expect that counting, cardinal knowledge of verbal numbers, symbolic magnitude comparison, and approximate symbolic addition will predict arithmetic growth.

2. Methods

The tasks and procedures are similar to those reported in chapter 2, except that we tested the arithmetic ability of children ($N = 157$) also at the preschool (T1) and the beginning of grade 1 (T2). Table 1 shows a brief description of the tasks.

Table 1. Brief description and objectives of the tasks

Tasks	Brief description
<i>Preschool: numerical tasks</i>	
1. Count	Count as far as possible until "fifty." Acquisition of number words.
2. Advan-Count	Count from a number different from one. NW elaboration, breakable chain.
3. Enum	Count set objects and answer for how many questions. Cardinal principle
4. Give-N	Give-N (1–6) carrots to rabbits. Cardinality knowledge.
5. NW-Comp	Compare two spoken NW to determine which NW is the largest. NW magnitude
6. Collection-comp	Compare two collections to determine which represents the larger quantity. ANS
7. Appro-Add	Estimate the sum of two Arabic numbers and compare it to a third number.
<i>Preschool: cognitive tasks</i>	
8. Reasoning	The standardized measure of nonverbal reasoning/fluid intelligence.
9. Digit span	Repeats the string of NW in the same order. Phonological loop (PL)
10. Letter span	Repeats the length one letter (e.g., V) until five letters (e.g., P L G R V). PL.
<i>Arithmetic task</i>	
11. Addition (T1)	Solve 14 additions problems that sum to 10 represented <i>orally</i> by number word. 1+3, 3+4, 2+3, 3+3, 3+5, 1+4, 2+5, 4+4, 2+4, 1+5, 2+2, 4+5, 1+6, 5+5
12. Addition (T2)	Solve 13 problems with 1-digit Arabic numbers. 2+2, 3+3, 4+4, 2+3, 5+3, 4+2, 6+3, 7+2, 6+2, 8+2, 5+5, 9+2, 7+4
13. Addition (T3)	Solve 16 problems with 1-digit and 2-digit Arabic numbers. 3+3, 4+4, 5+5, 2+4, 2+6, 3+7, 6+6, 7+7, 3+9, 5+9, 5+13, 2+14, 3+16, 7+15, 9+14, 7+18

Note. Abbreviations of tasks 1-10 similar in chapter 2.

3. Results

All analyses were run with SPSS 25.

3.1 Descriptive results

Table 2 shows the reliability of the task and descriptive results.

Table 2. Descriptive results

	Reliability		Range		Mean	SD
	<i>N</i>	α	Min	Max		
Age T1 (in months)	157		47	64	56.86	4.02
Age T2	157		66	82	74.94	3.94
Age T3	157		73	88	80.63	3.85
<i>Preschool numerical abilities</i>						
Counting			5	50	26.54	12.86
Advan-Count	157	.95	0	6	2.97	2.54
Enum	157	.93	0	8	4.10	3.09
Give-N	157	.89	0	6	4.60	1.92
NW-Comp	157	.74	7	24	14.98	4.24
Collection-Comp	157	.54	18	50	31.90	5.16
Appro-Add	157	.49	4	16	9.44	2.58
<i>General cognitive abilities</i>						
Matrix reasoning	157	.84	4	19	9.46	2.95
Digit span	157	.89	3.0	8.5	5.76	0.99
Letter span	157	.77	1	4	2.70	0.74
<i>Parental educational level</i>						
Mother	149		1	7	4.95	1.48
Father	149		1	8	5.14	1.46
<i>Arithmetic tasks</i>						
Addition T1	157	.92	0	14	3.62	5.25
Addition T2	157	.84	1	13	11.19	3.04
Addition T3	157	.82	4	16	12.27	2.93

3.2 Correlations

Table 3 shows the correlation between preschool tasks and arithmetic at each time-point.

Numerical-specific abilities (counting, advanced counting, enumeration, Give-N, number-word comparison) and general cognitive abilities (reasoning and digit span) significantly and consistently correlated almost at the level of .01 with arithmetic accuracy. However, collection comparison and approximate addition showed a more negligible correlation.

3.3 Generalized linear mixed models predicting for arithmetic growth

Our study aims to determine which early numerical abilities predict arithmetic growth through three testing time-points. To that aim, the data from the arithmetic task from T1 to T3 was analyzed using Generalized Linear mixed-effect models (GLMMs).

3.3.1 Preliminary data restructuring

Forty-three arithmetic trials were administered, including 14 items in T1, 13 items in T2, and 16 items in T3 (see Table 1). The arithmetic accuracy of three time-points was considered binary (i.e., 1 for correct response and 0 for incorrect response).

There were four common trials between the three time-points (i.e., 3 + 3, 4 + 4, 5 + 5, 2 + 4), two common trial between T1 and T2 (i.e., 2 + 2, 5 + 3, 2 + 3), and only one common trial between T2 and T3 (i.e., 2 + 6). Trials were characterized along with two criteria, the

sum and the double. The sum corresponds to the correct answer of the addition (e.g., 8 for the trial $2 + 6$) and ranges from 4 to 25. Double refers to whether the addition corresponds to a double with both equal operands or not. Double trials such as $3 + 3$ were coded 1, and no double trials, e.g., $2 + 4$, were coded 0.

Data were restructured from a wide format into a long format (see Field, 2018, p.216) to organize the two-level hierarchical data. Level-1 data included arithmetic accuracy of each trial, trial natures, seven numerical abilities, cognitive abilities, home numeracy, parental education data, time-point testing, and age). Level-2 data was the individual participant (ID). Level-1 data were nested in participant level-2 data. Accordingly, data from a single participant appeared over multiple rows in the long format data, resulting in 6751 data-points for 157 participants (157 x 43 trials, there were no missing values).

3.3.2 GLMMs

We run GLMMs with a Binary logistic regression to predict the arithmetic growth. Preschool predictors in Level-1 data were considered as fixed main effects; Level-2 (the child) data were considered a random effect. The model also included interactions between each predictor and the time-point of testing. The fixed effects show the predictors for the inter-individual difference on the arithmetic accuracy. The interaction effects show the predictors for the arithmetic growth. The arithmetic growth here means the intra-individual growth of arithmetic through three testing time-points: preschool – T1, first grade – T2, and end of first grade – T3.

Table 4 shows the results of the GLMMs model predicting the global performance and arithmetic growth.

Two numerical-specific predictors, advanced counting and number-word comparison, significantly predicted the inter-individual difference in arithmetic performance. Children with a more elaborated counting sequence (can count from a number different from one at preschool) and those who understood better the magnitude of oral number performed better in the arithmetic task across the three time-points.

Reasoning and digit span were also two cognitive abilities, which significantly predicted the inter-individual difference in arithmetic. Children with more developed reasoning abilities or larger digit span in preschool performed better than the other children in the arithmetic task across the three time-points.

Testing time-point was also a significant predictor of the inter-individual difference in arithmetic, and showed that the arithmetic performance increases over time. Pairwise comparison (Bonferroni test) showed that the difference in performance between T2 and T1, T3 and T1, and T3 and T2 was significant, $t(6705) = 25.03, p < .001$; $t(6705) = 110.69, p < .001$; $t(6705) = 4.38, p < .001$, respectively.

Regarding the nature of the item, the sum of the operations was a significant predictor and indicated that trials with a smaller sum were more accurately answered than those with a larger sum.

Table 3. Correlations

	Arithmetic accuracy			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
	T1	T2	T3														
1. Count	.39**	.15*	.33**	–													
2. Advan-Count	.38**	.23**	.39**	.51**	–												
3. Enum	.30**	.23**	.28**	.35**	.41**	–											
4. Give-N	.29**	.20**	.31**	.30**	.29**	.43**	–										
5. NW-Comp	.33**	.25**	.32**	.51**	.40**	.31**	.35**	–									
6. Collection-Comp	.25**	.16*	.19*	.20*	.09	-.04	.11	.26**	–								
7. Appro-Add	.20*	.19*	.20*	.16*	.16	.17*	.18*	.29**	.18*	–							
8. Age	.12	.11	.09	.14	-.05	.05	.28**	.13	.14	.00	–						
9. Matrix reasoning	.37**	.21**	.38**	.22*	.19*	.29**	.20*	.19*	.07	.21**	-.13	–					
10. Digit span	.37**	.31**	.40**	.29**	.26**	.23**	.36**	.25**	.04	.26**	.15	.26**	–				
11. Letter span	.06	.03	.11	-.07	.00	.01	.17*	-.06	-.08	.13	.05	.07	.14	–			
13. Edu-Mother	.20*	.10	.18*	.21*	.26**	.07	.06	-.01	.03	.05	.03	.17*	.12	.02	.31**	–	
14. Edu-Father	.13	.16*	.14	.24**	.17*	.10	.09	.04	-.03	.01	-.05	.14	.28**	-.05	.22*	.52**	–

Note. **correlations in bold are significant at the $p < .01$ level; * $p < .05$.

With regard to the main question of this study, we found that the testing time-point significantly interacted with the counting, the enumeration, the number-word comparison, the approximate addition, and the digit span (Table 4), indicating that inter-individual variance on these abilities predicts the difference in arithmetic growth.

Children with better counting, enumeration, verbal number comparison, approximate addition skills, and a larger digit span show greater arithmetic growth.

Table 4. Generalized linear mixed model on arithmetic accuracy across three testing time-points

	<i>df1</i>	<i>df2</i>	<i>F</i>	<i>p</i>
<i>Numerical predictors</i>				
Counting	1	6705	0.84	.360
Adv-Count	1	6705	12.58**	< .001
Enum	1	6705	1.23	.267
Give-N	1	6705	0.91	.341
NW-Comp	1	6705	8.33*	.004
Collection-Comp	1	6705	1.02	.313
Appro-Add	1	6705	0.32	.569
<i>General cognitive abilities</i>				
Reasoning	1	6705	15.94**	< .001
Digit span	1	6705	14.44**	< .001
<i>Trial nature</i>				
Sum	15	6705	42.14*	< .001
Double	1	6705	2.49	.115
<i>Interaction (x)</i>				
Testing time-point (TT)	2	6705	36.61**	< .001
TT x Counting	2	6705	9.84**	< .001
TT x Adv-count	2	6705	1.27	.281
TT x Enum	2	6705	5.82*	.003
TT x Give-N	2	6705	0.25	.778
TT x NW-Comp	2	6705	3.17*	.042
TT x Collection-Comp	2	6705	1.52	.219
TT x Appro-Add	2	6705	5.22*	.005
TT x Reasoning	2	6705	.13	.880
TT x Digit span	2	6705	3.17*	.042

Note. ** $p < .001$; * $p < .05$

4. Discussion

The main aim of this chapter is to identify the predictors of individual arithmetic growth. Five predictors were significant and will be discussed.

4.1 Role of counting and cardinal principle knowledge in enumeration task

This study showed that both abilities to recite the count list and know the cardinal of a collection after enumeration predict arithmetic growth. These results support the view that counting abilities are an essential condition for not only later arithmetic skills, as seen in many previous studies (Aunio et al., 2010; Aragón, Navarro, & Aguilar, 2016; Hornug, Schiltz, Brunner, & Martin, 2014), but also for arithmetic growth. Indeed, the premise of

addition is the enumeration of the whole collection composed of two disjoint sets (Butterworth, 2005), and the first addition strategies are based on counting (Fuson, Richard, & Briards, 1982; Johansson, 2005).

4.2 Role of symbolic magnitude understanding

Understanding the relationships between verbal numbers and, in particular, which one is larger or smaller than another, is an important conceptual development. This symbolic magnitude knowledge will be one prerequisite for choosing appropriate strategies for arithmetic (Mussolin, Nys, Leybaert, & Content, 2016). For instance, solving the calculation “ $3 + 6 = ?$ ” by the count min strategy requires that the child knows that 6 (six) is greater than 3 (three).

We provide evidence that understanding the symbolic magnitude of the verbal numbers predicts individual arithmetic growth. This result supports the prevailing pattern of findings, in which symbolic magnitude understanding is a robust predictor for concurrent and later arithmetic skills (Aragón et al. 2016; Bartelet, Vaessen, Blomert, & Ansari, 2014; De Smedt, Noël, Gilmore, & Ansari, 2013; Hawes, Nosworthy, Archibald, & Ansari, 2019; Martin, Cirino, Sharp, & Barnes, 2014; Sasanguie, Göbel, Moll, Smets, & Reynvoet, 2013; Schneider & Preckel, 2017; Vanbinst, Ansari, Ghesquière, & De Smedt, 2016; Wong & Ho, 2017; Xenidou-Dervou, Molenaar, Ansari, van der Schoot, & van Lieshout, 2017). Moreover, children with dyscalculia tend to show deficits in symbolic number comparison tasks (De Smedt & Gilmore, 2011; Landerl & Kolle, 2009; Rousselle & Noël, 2007). Our results are also consistent with the recent study by Scalise and Ramani (2021), which, unlike previous studies, also used a verbal number comparison and showed that symbolic number magnitude understanding predicts preschoolers’ later addition skills.

4.3 Role of symbolic approximate addition

Regarding the predicting role of symbolic approximate addition, our finding is consistent with the previous study of Xenidou-Dervou et al. (2018). This supports the view that the ability to estimate the approximate answer to simple addition problems facilitates children’s early learning of arithmetic (Gilmore, McCarthy, & Spelke, 2007). It should be noted, however, that this task is quite complex and involves multiple processing. Indeed, the child needs to access the magnitude representation of the Arabic numbers presented or of the corresponding verbal numbers spoken aloud simultaneously. They also need to understand the meaning of the addition and the ability to estimate the result of that addition and finally, to compare that approximate result with the third number presented to answer the question “who has more?”. Previous studies showed that children as young as 5 years of age perform better than chance in this type of task (Gilmore et al., 2007), before they can actually do exact arithmetic with such large numbers (Case & Sowder, 1990). Here we find that children who perform better in this task also show faster growth in arithmetic. This is not surprising that children who do better in this task and thus who can deal with all the different subprocesses required in this task are in good conditions to make faster progress in arithmetic. Yet, the

multi-facet dimension of this task does not allow us to identify which of these components precisely contributes to this predicting power.

4.4 Limitations

Some limitations of our design have already been reported previously (see chapter 2). First, we did not measure the full battery of intelligence because children in this study were very young. Second, the reliability of two tasks was low: approximate addition and collection comparison. Third, we assessed only one component of WM: PL, the full measure of WM as in two previous studies was better for comparing results among our study and others.

5. Conclusion

Many previous studies have shown that symbolic number processing abilities are significant predictors of future arithmetic skills. However, this study is one of the few to have examined the role of symbolic number processing during the preschool period for predicting intra-individual arithmetic growth. We confirmed Xenidou-Dervou et al.'s (2018) recent finding that the ability of symbolic approximate addition predicts arithmetic growth. We also provide evidence that the abilities to count, enumerate, and compare the magnitude of two verbal numbers predict a child's growth in arithmetic achievement.

Chapter 4

Transparent number-naming system gives only limited advantage for preschooler's numerical development

Several cross-sectional studies have suggested that the transparency of the number-naming system of East Asian languages (Chinese, Japanese) facilitates children's numerical development. The Vietnamese number-naming system also makes the base-10 system very explicit (eleven is "mười một," literally "ten-one," and thirty is "ba mươi," literally "three-ten"). In contrast, Western languages (English, French) include teen words (eleven to sixteen) and ten words (twenty to ninety) that make their counting systems less transparent. The main question addressed in this paper is: To what extent does a language's number-naming system impact preschoolers' numerical development? Our study participants comprised 104 Vietnamese and 104 French-speaking Belgian children between 3½ and 5½ years of age, as well as their parents. We tested the children on eight numerical tasks (counting, advanced counting, enumeration, Give-N, number-word comparison, collection comparison, addition, and approximate addition) and some general cognitive abilities (reasoning ability and phonological loop by letter span). The parents completed a questionnaire on the frequency with which they stimulated their child's numeracy and literacy at home. The results indicated that Vietnamese children outperformed Belgian children only in counting. However, neither group differed in other symbolic or non-symbolic abilities, although Vietnamese parents tended to stimulate their child at home slightly more than Belgian parents. We concluded that the Vietnamese number-naming system's transparency led to faster acquisition of basic counting for preschoolers but did not support other more advanced numerical skills or non-symbolic numerical abilities. In addition, we extended the evidence that both transparent number-naming systems and home numeracy influence young children's counting development.

Reference

Lê, M.T., & Noël, M. (2020). Transparent number-naming system gives only limited advantage for preschooler's numerical development: Comparisons of vietnamese and french-speaking children. *PloS One*, 15(12), e0243472-e0243472.2. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0243472>

Transparent number-naming system gives only limited advantage for preschooler's numerical development

1. Introduction

Cross-national studies have shown better mathematics performance in schoolchildren from Asian countries, such as Singapore, China, Hong Kong, Taiwan, Japan, South Korea, and Vietnam (OECD, 2014). Previous studies have tested children from East Asia, mostly from China (Aunio, Aubrey, Godfrey, Pan, & Liu, 2008; Geary, Bow-Thomas, Fan, & Siegler, 1993; Lonnemann, Ki, Zhao, Linkersdörfer, Lindberd, Haselhorn, & Yan, 2019; Miller, Smith, Zhu, & Zhang, 1995; Rodic, Zhou, Tikhomirova, Wei, Malykh, & Ismatulina, 2015; Wang & Lin, 2009) and more rarely, Taiwan, Korea, or Japan (Paik, Gelderen, Gonzales, Jong, & Hayes, 2011; Paik, 2000). They found that Chinese children tend to outperform Western children in terms of different numerical abilities at preschool age (see Wang & Lin, 2009, for a review) such as counting (Aunio et al., 2008; Miller et al., 1995; Rodic et al., 2015), counting large sets of objects (Lonnemann et al., 2019; Miller et al., 1995), calculation (Geary et al., 1993), and non-symbolic comparison (Lonnemann et al., 2019). However, Chinese culture and education are quite different from their Western counterparts in many ways (see Ng & Rao, 2010; Berch, Geary, & Koepke, 2018, for a review). Thus, the differences observed between Asian and Western children are possibly due to the differences in the number-naming systems of their respective languages, the learning of number concepts at school (Stigler, Lee, Lucker, & Stevenson, 1982) and home education differences (Huang, Zhang, Liu, Yang, & Song, 2017; Huntsinger, Jose, Liaw, & Ching, 1997; Pan, Gauvain, Liu, & Cheng, 2006).

This introduction begins with a brief overview of young children's numerical development. We summarize the findings regarding how this development is affected by language and home numeracy differences and report the research that has tried to disentangle these two effects. Finally, we present our outcomes.

1.1 Overview of numerical development

At birth, babies already show an ability to roughly perceive the numerical magnitude of a set of items due to their approximate number system (ANS) (Dehaene & Changeux, 1993). This inherited, non-symbolic magnitude system entails subitizing and approximation abilities. For instance, a child estimates and discriminates large quantities quickly and intuitively without counting (Feigenson, Dehaene, & Spelke, 2004). Later, children move on to learning how to count and progressively master counting strings (Fuson, Richards, & Brians, 1982). More advanced counting skills develop in parallel, such as reciting a number sequence from a number other than one (Gelman & Gallistel, 1978). At first, children recite a counting sequence without knowing its meaning. Progressively, they use a counting

sequence while pointing at each object of a set (i.e., procedural knowledge of enumeration) and progressively grasp that the last number word counted refers to the cardinal of the set (i.e., the cardinal principle, Gelman & Gallistel, 1978; Wynn, 1990). Later, children can perform the “Give-*N*” objects task, showing that they understand the cardinal meaning of the number “*N*” (i.e., conceptual knowledge of cardinality) (Wynn, 1992). Wynn showed that the acquisition of number words’ cardinal meaning does not coincide with the abilities of sequence counting or enumerating objects (Wynn, 1992). For example, in one study, many 3-year-olds who were able to count to “five” failed when requested to give a set of five objects. Once children figure out the cardinal principle for smaller numbers (up to three or four), they generalize this principle to the rest of their counting list (Wynn, 1990, 1992). Understanding the cardinal meaning of number words serves as the basis for the magnitude comparison of number words and, later on, of Arabic numbers. Moreover, children with no training in formal arithmetic can approximate addition and subtraction (Barth, La Mont, Lipton, & Spelke, 2005). They can estimate the sum of two Arabic numbers and compare it to a third number, independent of the knowledge of exact numbers and arithmetic instruction (Gilmore, McCarthy, & Spelke, 2007).

1.2 Effect of language on the numerical development of preschoolers

Numerical development is influenced by different language characteristics related to the numerical lexicon (i.e., the regularity and transparency of number-naming systems), numerical morphology, or phonological and syntactic properties of language (Dowker & Nuerk, 2015). The effect of the transparency of the number-naming system has been the subject of many studies. Dowker, Bala, and Lloyd (2008) defined “*the regularity (i.e., transparency) of the spoken number system by the degree to which it gives a clear and consistent representation of the base system (usually base 10) used in the language and the consistency of conformity between the spoken and the written number system (usually the Arabic number system)*” (p. 525). According to both of the above criteria, East Asian languages, such as Chinese, Japanese, and Korean, have very regular number-naming systems (e.g., 11 literally means “ten-one”). On the other hand, irregular number-naming systems, such as those of English or French, include number-naming words that do not show a one-to-one correspondence with the Arabic written system. For instance, they have teen and decade number words (e.g., “thirteen” and “twenty”) that need to be learned separately.

In a classic study, Miller et al. (1995) showed that 4- to 5-year-old Chinese children could generally count up to 40, while American children of the same age could barely get to 15, and it takes them another year to reach 40. Interestingly, there were no differences in counting performance to 10, but fewer American children than Chinese children could count to 20. Another study (Aunio et al., 2008) assessed two counting skills, counting up to 20 and counting from 9 to 15, and found that 5-year-old Chinese children had better counting skills than British and Finnish children. Furthermore, 6-year-old Chinese children were better at simple addition than their American peers (Geary et al., 1993).

The majority of studies are concerned with the impact of the number-naming system on symbolic numerical ability (i.e., counting, enumeration, addition), but few studies have examined the effects of language on non-symbolic abilities. On average, adults in math-literate societies have slightly higher ANS acuity than adults from cultures that do not use systematic count lists, such as the Mundurucus (i.e., an Amazonian ethnic group with a very small lexicon of number words) (Pica, Lemer, Izard, & Dehaene, 2004). Interestingly, some Mundurucus have gone to school. Piazza, Pica, Izard and Spelke (2013) found that when they entered school and learned to count in Portuguese (a language with a repetitive, straightforward counting list from 1 to 19), their ANS acuity improved.

Based on these results, some authors have hypothesized that a transparent number-naming system (e.g., “ten-one” for 11), which may enhance Chinese children’s learning of symbolic numbers (Miller, Kelly, & Zhou, 2005), could also boost children’s processing of non-symbolic numbers (Rodic et al., 2015; Lonnemann et al., 2019; Dowker & Roberts, 2015). Accordingly, previous studies have showed that Chinese children (5- to 7-year-olds and 4- to 6-year-olds) tend to perform moderately better on a non-symbolic numerical task than British and German children, respectively (Rodic et al., 2015; Lonnemann et al., 2019). Similarly, Dowker and Roberts (2015) demonstrated that Welsh children (in grade 2) who speak a language with the same number-word structure transparency as Asian languages performed better on non-verbal line estimations than their English peers.

Interestingly, regarding the understanding of number words’ cardinal meaning, tested using the Give-N task, Asian children are delayed compared to Western children (Sarnecka, Kamenskaya, Yamana, Ogura, & Yudovina, 2007). For instance, 2- to 3-year-old Japanese and 2- to 4-year-old Chinese children lagged behind their English- and Russian-speaking peers in their understanding of the cardinal value of the number words “one”, “two”, and “three” (Sarnecka et al., 2007). Similarly, Le Corre, Li, Huang, Jia, and Carey (2016) found that Chinese children aged between 2 and 3½ who speak Mandarin learned the meaning of the number word “one” three to six months later than English learners. These findings have been interpreted as the effect of the language’s numerical morphology (i.e., singular/plural marking in a Western language such as English or Russian, but not in Asian languages such as Japanese or Mandarin) (Sarnecka et al., 2007; Le Corre et al., 2016). This research shows that languages that distinguish between singular and plural support the understanding of number-word cardinal meaning (at least of the first number “one”).

1.3 Home numeracy and preschoolers’ numerical performance

In addition to the difference in the degree of transparency of the number-naming system, other factors could account for the cross-cultural differences between Asian and Western children, such as differences in schooling, overall exposure to mathematics (Berch et al., 2018; Ng & Rao, 2010; Stigler et al., 1982), or parent-child stimulation at home (Huang et al., 2017; Huntsinger et al., 1997; Pan et al., 2006). Children in East Asian countries receive more numeracy practice and instruction than children in Europe and North America (Stigler et al., 1982). Notably, the frequency of parent-child numeracy activities is significantly

related to young children's mathematical ability (LeFevre et al., 2009; LeFevre, Polyzoi, Skwarchuk, Fast, & Sowinski, 2010; see also Blevins-Knabe, 2016, for a review). LeFevre, Clarke, and Stringer (2002) assessed 27 French- and 38 English-speaking preschoolers' numeracy skills. They found that parent-child numeracy frequency was directly related to both groups' counting abilities.

Skwarchuk, Sowinski, and LeFevre (2014) distinguished between formal and informal numeracy activities. They defined formal numeracy activities as *"shared experiences in which parents teach directly and intentionally to their children the numbers, quantity or arithmetic to improve numeracy knowledge"* and informal numeracy activities as *"shared activities where teaching about numbers, quantity or arithmetic is not the goal of the activity but can happen incidentally"* (p. 65). Informal numeracy activities include board games or seller's games. According to the literature, Chinese-American and Taiwanese-Chinese parents tend to offer more formal mathematics instruction at home, structure their children's time to a greater extent, and engage children in mathematics-related activities at earlier ages (Huntsinger et al., 1997). European-American parents focus on building conceptual knowledge using informal, incidental methods rather than emphasizing skill practice (Ng & Rao, 2010). Chinese mothers teach their 5- to 7-year-old children more computation than American mothers (Pan et al., 2006).

Additionally, Skwarchuk, Sowinski, and LeFevre (2014) found that formal home numeracy practices (e.g., practicing simple sums) predicted children's knowledge of symbolic number systems. By contrast, reports on informal exposure to games with numerical content (measured indirectly through parents' understanding of children's games) predicted children's non-symbolic arithmetic. Studies of Asian parents have shown that Chinese mothers' participation in number skill activities and fathers' involvement in number games and application activities significantly predicted their children's mathematical performance (Huang et al., 2017). Similarly, Chinese-American parents' more frequent and diverse numeracy activities were associated with their children performing better on numeracy tasks than their European-American peers (Huntsinger et al., 1997).

Numeracy-related experiences and language have often been studied separately as a potential explicator of cross-national variation in early numeracy. However, the effects of language and experience are often closely connected (Okamoto, 2018). In many cases, research designs have not entirely disentangled the effects of language and home experiences. Accordingly, existing cross-national studies have predominantly focused on comparing language (e.g., English and Chinese) (Millet et al., 1995) or parents' practices (e.g., American and Chinese parental involvement) (Pan et al., 2006). Only rarely have researchers explored multiple factors simultaneously or attempted to control or match groups on some variables (Blevins-Knabe, 2016, for a review); for example, the role of the number naming system and parents' influence simultaneously (Cankaya, LeFevre, & Dunbar, 2014).

1.4 Present study

The present study aims to examine the impact of language (i.e., more specifically, the degree of base-10 transparency of the number-naming system) on preschoolers' numerical development.

Most previous studies focused on cross-national differences between children from East Asia (China, Korea, and Japan) and Western Europe (the UK and France). However, these two samples differ regarding the number-naming system structure and children's mathematical teaching and home numeracy stimulation. To differentiate between global cultural differences and specific linguistic effects, we chose to use another Asian country, Vietnam (a former French colony), and compare it with Belgium's French-speaking region. Vietnam's rapid economic growth in the past 30 years has transformed it from one of the world's poorest countries to a middle-income country (World Bank, 2013). Moreover, Vietnamese society now has more access to Western cultures and beliefs (Kim, Ahn, & Lam, 2009) and is now more open to individualistic values (Różycka-Tran, Ha, Ciecuch, & Schwartz, 2017). Additionally, as the difference between children raised in Vietnam and Belgium might be related to other factors, we also examined the role of home numeracy experience in preschoolers' numerical development.

Vietnamese has a very regular, transparent base-10 number-naming system, whereas French does not. For instance, in Vietnamese, 11 is *mười một* ("ten-one"), 12 is *mười hai* ("ten-two"), 20 is *hai mươi* ("two-ten") 30 is *ba mươi* ("three-ten"), and 59 is *năm mươi chín* ("five-ten-nine"). The French number-naming system in Belgium is less transparent and less regular (Seron & Fayol, 1994); it includes ten words (11 to 16) and ten words (20, 30, etc., up to 90) that make the counting system less transparent than the base-10 structure. Furthermore, like Mandarin or Japanese, Vietnamese does not have a singular/plural distinction (see Katamba & Stonham, 2006; Tang, 2007; for a review), whereas this distinction is obligatory in French.

Most previous studies have tested basic counting in young children, but only a few tested advanced counting. Symbolic number comparison has only been assessed using Arabic numbers (Rodic et al., 2015), while to the best of our knowledge, no study has investigated the magnitude comparison of spoken number words. In this study, we tested whether the transparency of the Vietnamese number-naming system facilitates the acquisition of basic counting and of other more advanced symbolic numerical abilities, such as the elaboration of number sequences (i.e., counting from a number; see Aunio et al., 2008) and the enumeration of object sets (e.g., Miller et al., 1995; Lonnemann et al., 2019). We also used two tasks testing children's conceptual understanding of the number words' magnitude: the Give-N task and the number-word comparison task. A simple addition task was also included, as a difference in favor of Asian children has been identified previously (Geary et al., 1993; Rodic et al., 2015). Furthermore, we wanted to examine whether these possible advantages of Asian children in symbolic number-processing tasks also extend to tasks that do not involve number words but simply tap into the magnitude processing of collections. Accordingly, we included a collection comparison task and an approximate addition task.

Based on the advantage of Asian languages' number systems for Asian children (Aunio et al., 2008; Geary et al., 1993; Lonnemann et al., 2019; Miller et al., 1995; Paik et al., 2011; Rodic et al., 2015), we hypothesized that Vietnamese preschoolers would perform better on acquiring counting sequences, enumeration, and simple addition than their Belgian peers. For counting ability, we did not expect differences for numbers up to 10, but for larger numbers when number word structures differ. However, based on the lack of the singular/plural distinction in Vietnamese (Le Corre et al., 2016; Sarnecka et al., 2007), we expected that Vietnamese children's understanding of number words' cardinal value would be less than that of Belgian children. For now, due to a lack of evidence, the prediction regarding some symbolic abilities (i.e., verbal number comparisons, the elaboration of number sequences, and approximate addition) remains an open question. In terms of non-symbolic abilities, we could expect, based on previous studies (Lonnemann et al., 2019; Rodic et al., 2015), that Vietnamese children may have a slightly better ANS acuity than Belgian children. Furthermore, based on previous studies (Lefevre et al., 2002; Okamoto et al., 2018), we assumed that cross-cultural differences in home numeracy would also contribute to the differences between the two samples in the numerical tasks.

To test these hypotheses, we selected two samples of typical preschool children from Vietnam and Belgium. We chose children of preschool age to minimize school influences. We tested the children on their numerical abilities (counting, counting from a number, enumeration, the Give-N task, number-word comparison, collection comparison, addition, and approximate addition) and general cognitive ability (IQ and phonological loop). The parents completed a questionnaire on the frequency of numeracy and literacy activities at home with their child.

2. Methods

Ethics approval for this study was obtained from the Ethics Committee of Psychological Sciences Research Institute of the Catholic University of Louvain. Approval number: Projet2017-05. All children's parents were given written consent. The sample consisted of children whose parents consented to their children's participation.

2.1 Participants

Children were recruited from six nursery kindergartens in Vietnam and four kindergartens in the French-speaking part of Belgium. To further minimize the cultural differences between the children from Belgium and the children from Vietnam, we selected our Vietnamese sample in Ho Chi Minh City (formerly known as Saigon) and Binh Duong, two developed cities in southern Vietnam. In Belgium, we chose French-speaking cities with an average socioeconomic level (Ottignies, Namur, and Charleroi).

The children came from middle-class socioeconomic backgrounds, and they were all monolingual Vietnamese speakers (VN) or Belgian French speakers (BEL). Three exclusion criteria were used: first, the children's information provided by the parents should not mention any neurodevelopmental disorders (e.g., autism) or developmental delays (4 VN &

10 BEL were excluded on this basis); second, the reasoning score of the participants aged 4 years and older should not be below two SD from the mean (9 VN & 4 BEL were excluded on this basis); third, children who take extra mathematics courses outside of school were excluded from the study ($n = 23$ VN). From a more extensive sample used in a longitudinal study of Vietnamese children ($N = 310$) and Belgian children ($N = 151$), we selected two groups of children that were as similar as possible in terms of gender, age, reasoning abilities, and parents' education level in the two countries.

The demographic data of the samples are shown in Table 1. The final sample was composed of 104 Vietnamese ($M = 54.8$ months, $SD = 6.39$; 54 girls and 50 boys) and 104 Belgian children ($M = 55.3$ months, $SD = 6.98$; 54 girls and 50 boys), ages between 42 and 66 months. The parents reported their highest education level. This information was then encoded into the number of schooling years because it differed slightly between Vietnam and Belgium (see Table 1). For instance, primary education is five years in Vietnam but six years in Belgium; moreover, the secondary education level in Vietnam includes seven years, while in Belgium, it is six years. University in Vietnam is for four years and independent of a master's degree (2 years), while in Belgium, university degrees are usually five years: a bachelor's degree (3 years) and a master's degree (2 years). For instance, for a parent who has completed primary and secondary education, the number of years of schooling is 12 in Belgium (6+6) and in Vietnam (5+7).

Table 1. Distribution of the samples according to the education systems in Vietnam and Belgium

Vietnamese Education System				Belgian Education System			
Education Level	<i>N</i> Years	<i>N</i> Mother	<i>N</i> Father	Education Level	<i>N</i> Years	<i>N</i> Mother	<i>N</i> Father
1. Primary	5			I. Primary	6		1
2. Lower secondary	9	2	1	II. Secondary	12	19	29
3. Upper secondary	12	10	10	III. Superior	15	43	27
4. Professional training	14	13	11	IV. University (bachelor's and master's)	17	39	43
5. College	15	9	6	V. Doctor of Philosophy	21	3	4
6. University	16	65	67				
7. Master's	18	5	8				
8. Doctor of Philosophy	22		1				

Only a few Vietnamese parents had completed only primary and secondary education or professional training (25 mothers and 22 fathers), and a few Belgian parents had completed primary and secondary education (19 mothers and 30 fathers). Most parents had received a university (or higher) education (79 VN and 85 BEL mothers, 82 VN, and 74 BEL fathers). We were thus working with well-educated populations in both countries.

We introduced years of schooling for mothers and fathers in univariate ANOVAs by nationality (two levels: Vietnam and Belgium) as a between-subjects factor. There was no significant difference between the two samples in terms of the number of years of schooling, either for the mothers [$F(1, 206) = 0.318$, $p = 0.318$, $\eta^2 = 0.002$, $M = 15.24$, $SD = 1.65$ vs. $M = 15.38$, $SD = 2.02$] or for the fathers [$F(1, 206) = 1.85$, $p = 0.285$, $\eta^2 = 0.006$, $M = 15.45$, $SD = 1.65$ vs. $M = 15.13$, $SD = 2.52$]. Both mothers and fathers in each sample had an average

of 15 years of schooling, which is equivalent to a college education (in Vietnam) or superior education (in Belgium).

2.2 Tasks

Tasks included three categories: general cognitive tasks, numerical tasks, and parental home activity questionnaire.

2.2.1 General cognitive tasks

1. Matrix reasoning task (WPPSI IV). All participants aged 4 and older were administered the Matrix Reasoning Task from the Wechsler intelligence scales for children (Wechsler, 2012) to assess their intellectual ability (the test is not suitable for younger children). Matrix reasoning is a non-verbal intelligence subtest. From visually presented response options, the child selects the one that best completes a matrix.

2. Letter repetition. Phonological loop capacity was measured by using a letter repetition task. Children listened to a series of one-syllable letter names recorded on the computer at the rate of one per second and were then asked to repeat them in the same order. The child's repetition was recorded for more accurate scoring. Only twelve letters with the same pronunciation in Vietnamese and French were chosen (i.e., B, C, G, K, L, M, N, P, R, S, T, V). A series of two letters were presented to begin the task, and the length of the series then progressively increased by one letter. Stimuli varied in length from one letter (e.g., K) up to five letters (e.g., P L G R V). Three items were built for each length, making a total of 15 items. After two failed trials of a given length, the task was stopped. The dependent variable corresponded to the higher length for which at least two trials were correctly repeated, plus .5 if one trial of the next length series was successful.

2.2.2 Numerical tasks

1. Counting: This task was used to assess mastery of the counting sequence. The child was asked to count out loud as far as possible and was stopped when he/she reached 50. If required, a prompt (1, 2...) was given. If the child counts to 10 or makes an error in the counting sequence, the experimenter proposed a second trial. The score was the largest number without errors the child reached after two trials. The higher number words counted was used as the dependent variable.

2. Counting on from a number (Advanced counting): This task aims to assess the advanced level of counting – the elaboration of the counting sequence (e.g., Fuson et al., 1982). Children were asked to “*count from N*” ($N = 3, 5, 7, 13, 11, 12$). If, for a trial (e.g., count from 2), the child did not start, the experimenter gave an example: “*I count from two, that is two, three, four, five, six.*” The trial was successful if the child counted from the number required (and did not recite the previous number words or start from “one”) and produced the next four numbers in the correct order. The task was stopped after three successive trial failures. The score was the total number of correct responses (CRs).

3. Enumeration: This task assessed the object counting skill and the cardinal principle of counting, i.e., that the last number words counted to represent the cardinal of the set (see Gelman & Gallistel, 1978, for details). A booklet showing a set of animals ($N = 4, 6, 9, 10, 12, 15, 16, 17$) arranged linearly and printed in color on 9 cm x 2.5 cm cards were placed in front of each child. They were invited to enumerate each set and then answer the question: “*How many animals are there?*” If they enumerated correctly and responded to the “*how many?*” question with the last number words, the trial was considered successful, and the response coded 1. If they recounted or responded to the question by a number words different than the last one, the trial was considered incorrect, and these answers were coded 0. The total number of CRs were used as the dependent variable.

4. Give-N (Cardinal knowledge): This task was modeled on the one used by Negen and Sarnecka (Negen & Sarnecka, 2015) to assess children’s understanding of cardinal knowledge (i.e., the cardinal meaning of number words, see Wynn, 1992). The experimenter placed a small bowl filled with plastic toys on a table in front of each child. They were asked to give the rabbit precisely 1, 2, 3, 4, 5, or 6 carrots from the bowl. “*Could you take one carrot out of the bowl and put it on the table for the rabbit?*” If a child did not react, the experimenter provided an illustrated demonstration. Children began at set size one and advanced to the next set size after a correct response but went down one set size after an incorrect response. The task stopped when a child made two mistakes on the same number or arrived at the larger number (i.e., give 6). This rule was applied when children were unsuccessful at any number (whether small or large). The child’s knower-level corresponds to the highest number they reliably could give. For example, children who succeeded in “give one” and “give two” but failed at “give three” had a knower-level of two and were called *two-knower*. Children who had correctly handle the Give-N task for a number equal to five or above were called Cardinal Principle-knower (i.e., CP-knower). Children were thus classified as one-knower, two-knower, three-knower, four-knower, and CP-knower.

5. Number-word comparison (NW-Comparison): In this computerized task, developed by Honoré and Noël (2016), children were asked to help Scrat have plenty of nuts by telling him which of two number words, given orally, is the largest. Stimuli were of two distances (close: distance of 1 and far: distance of 3) and two sizes (small: 1–9 and large: 11–19). There were 24 trials in total: 6 trials in each of the conditions (close distance - small size: 2–3, 5–6, 8–9, 8–7, 5–4, 5–3; far distance - small size: 2–5, 4–7, 6–9, 9–6, 8–5, 7–4; close distance - large size: 10–11, 13–14, 16–17, 18–17, 16–15, 19–18; and far distance - large size: 11–14, 15–18, 16–19, 19–16, 17–14, 18–15). All trials were presented in a fixed random order, according to four criteria: maximum three consecutive same-answer items, maximum two successive same-condition items, no following items of identical pair, and the first two items corresponded to far-small pairs. The total number of CRs was used as the dependent variable.

6. Collection comparison: This task was developed by Rousselle, Dembour, and Noël (2013) and adapted by Honoré and Noël (2016). It aims to determine the child’s approximate number sense (ANS) acuity. In this computerized test, participants were asked to help Dora find the most puzzle pieces. Children were presented with two boxes containing pieces of a puzzle (of various sizes) and asked to select the box containing the larger set of puzzle pieces.

First, a fixation cross appeared in each box; once the child was attentive, the experimenter pressed the space bar, and the two collections were simultaneously displayed on both sides of the screen. To prevent children from counting, the collections disappeared after 2000 ms. The fixation cross appeared again with a question mark until the child answered. The perceptual variables were controlled to prevent children from relying on non-numerical parameters (see Piazza & Izard, 2009 for details). First, the external perimeter was equated for all collections. Second, both collections of a pair had the same smallest and the same largest puzzle piece. Finally, congruent and incongruent trials were built (half of each). In the congruent trials, the larger collection in number also had the larger density and the larger cumulative area of the puzzle pieces, whereas, in the incongruent trials, the larger collection in number had the smaller density and the smaller cumulative area of the puzzle pieces. The number of puzzle pieces varied from 5 to 18, i.e., above the subitizing range (1–4), which represents the number of items for which humans are able to make fast and error-free estimations and which does not rely on analog numerical representation, hence is not related to the ANS (see Cankaya, LeFevre, & Dunbar, 2014, for a review). Six practice pairs of sets differing by a ratio of 1:3 familiarized children with the task. The test trials were pairs of sets differing by ratios of 1:2, 2:3, 3:4, 4:5, 5:6, 6:7, and 7:8. There were two pairs per ratio (7–14 and 8–16; 6–9 and 10–15; 6–8 and 12–16; 8–10 and 12–15; 5–6 and 10–12; 6–7 and 12–14; 7–8 and 14–16), and each pair was presented four times, varying according to the presentation order (smaller set on the left or the right side) and the condition (congruent or incongruent), resulting in 56 items. Items were presented in a fixed random order, respecting five criteria: maximum three consecutive same-answer items, maximum three consecutive same-condition items, maximum two consecutive same-ratio items, no consecutive items of identical pair, and the first two pairs were 1:2-ratio items. The total number of CRs was calculated and used as the dependent variable.

7. Addition: This task was similar to the one used by Noël (2009). A series of 14 additions that sum to 10 or less was given to each child: four ties ($2 + 2$, $3 + 3$, $4 + 4$, $5 + 5$) and ten additions presented with the smaller addend first ($1 + 3$, $3 + 4$, $2 + 3$, $3 + 5$, $1 + 4$, $2 + 5$, $2 + 4$, $1 + 5$, $4 + 5$, $1 + 6$) to allow a distinction to be made between the counting-on and the counting-min strategies. For each item, the child had a drawing of a collection of items (apples) representing the first operand, and tokens (10) and plastic apples (10) were at his or her disposal. The problem was presented orally (e.g., “*Look, here Snow White has three apples; if the dwarfs give her four more, how many apples will she have?*”). If the child failed three successive trials, the task was stopped; otherwise, the task was continued up to the last item. The total number of CRs was used as the dependent variable.

8. Approximate addition: To evaluate the children’s ability to estimate the result of large non-symbolic additions, we used the task developed by Gilmore et al. (2007). The children were invited to play a computer game. In this task, the quantities were represented using Arabic digits. Two characters appeared on the left and right sides of the screen, respectively. During practice trials, the experimenter explained the problem to the children: “*Babar has four candies*” (pointing at the bag displaying the Arabic number four). “*He gets six more*” (as a second bag displaying the Arabic number six appeared). Finally, a second character

appeared on the right side of the screen with a bag showing an Arabic numeral (number six), and the experimenter said, “*Celeste has six candies. Who has more?*”. The answer box was used with two sides: the left side corresponded to Babar, the right to Celeste. If Babar (Celeste) has more candies than Celeste (Babar), the child should press on the left (right). This task entailed two practice and 16 test trials. The 16 test trials corresponded to four additions (5+4, 7+5, 4+6, 6+5), corresponding to Babar’s candies, associated with four other numbers, two smaller and two larger, representing Celeste’s candies (5+4 and 6, 7, 11, 13; 7+5 and 8, 10, 15, 18; 4+6 and 7, 8, 12, 15; 6+5 and 8, 9, 14, 16). Items were presented in a fixed random order, respecting four criteria: maximum two consecutive same-ratio items; maximum two successive trials with the same answer; different additions for two consecutive trials; different numbers for Celeste’s candies for two consecutive trials. The ratio between the sum (Babar’s candies) and the last set (Celeste’s candies) was 4/5 (e.g., 5+4/11) in half of the trials and 2/3 (i.e., 4+6/15) in the others. The total number of CRs was used as the dependent variable.

2.2.3 Parental home activity questionnaire

The parent questionnaire designed by Skwarchuk, Sowinski, and LeFevre (2014) assesses home numeracy practices (13 items, e.g., counting, simple sums, printed number recognition) and home literacy practices (11 items, e.g., word reading, written word recognition, sing/recite the alphabet). The parents (father or mother) answered by circling the corresponding frequency of each activity based on a Likert scale ranging from 0 (Never), 1 (Rarely), 2 (Sometimes), 3 (Often or once per week) to 4 (Very often or once per day). The mean frequency of home numeracy and home literacy practices was used as the dependent variable. The mean frequency of formal and informal activities were also analyzed.

2.3 Procedure

The children were tested individually in a quiet room at their schools in two sessions of approximately 25 minutes for children who were 3^{1/2} and 45 minutes for children who were 4 years and older. The tasks were ordered, alternating between verbal and computerized tests, with a maximum of six tasks in a session.

The first session included counting, counting on from a number, enumeration, collection comparison, Give-N, and number-word comparison task. The second session included the matrix reasoning task (WPPSI), approximate addition, letter repetition, and addition.

Computerized tasks (collection comparison, approximate addition, and number-word comparison) were developed using E-prime experimental software (Version 2.0, Psychology Software Tools, Inc., Pittsburgh) and used a PC with a response box (left and right touch).

Children aged 3½ (N = 37; 17 VN, 20 BEL) completed seven tasks (exclusion: matrix, approximate addition task, addition) while children who were 4 years and older (N = 171; 87 VN, 84 BEL) completed all ten tasks. The parents were invited to complete a questionnaire about their child (when he/she started school, whether he/she has any developmental delay or diagnosed disorder) and a questionnaire about home numeracy and literacy practices and

their highest education level. Measures employed were translated from the French version into Vietnamese by the first author and a Vietnamese doctor in psychology and then piloted on 40 Vietnamese and Belgian children. The official collection of data was carried out in April and May in Vietnam and October and November in Belgium.

3. Results

3.1 Analyses

The data were analyzed in four sections. In the first one, non-verbal intelligence and PL capacities across groups were compared. Non-verbal intelligence (matrix reasoning task) measured only in children aged 4 years and older was analyzed using a one-way ANOVA by nationality (two levels: Vietnam and Belgium) as a between-subjects factor. PL was introduced in an ANCOVA by nationality as a between-subjects factor and age (expressed in months) as a covariate.

In the second section, children's numerical performance was compared between the two countries using MANCOVA with age as the covariate. The first MANCOVA was run on the six numerical tasks that were presented to all children (i.e., counting, advanced counting, enumeration, Give-N, collection comparison, and number-word comparison). The second one was run on the performance of the two tasks that were administered only to children aged 4 years and older (i.e., the addition and approximate addition tasks). Further, we performed Bayesian analyses to compare the numerical performance of the Belgian and Vietnamese children. Gender was excluded from the analyses for two reasons. The first reason is based on the finding of a recent study which showed gender equality in the numerical competencies of 4- to 5-year-old preschoolers (Bakker, Torbeyns, Wijns, Verschaffel, & De Smedt, 2018). The second is based on our data's pilot analyses, which suggest no significant effects of gender and no interaction effect of gender x nationality (all $ps > .05$). We were unable to introduce the tasks' difficulty level (i.e., the ratio for collection comparison and approximate addition, size for enumeration, and number-word comparison) in the MANCOVA. However, previous analyses run separately on each task indicated that this did not substantially change the results. Finally, a repeated measures ANCOVA was conducted to compare home activity frequency (numeracy and literacy) based on country and age (the covariate). Moderation analyses were used to investigate nationality's effect on the correlation between numerical abilities and home numeracy. Additionally, regression was carried to analyze the relationship between the children's counting ability and other factors such as nationality, age, and home numeracy.

3.2 General cognitive ability

Non-verbal intelligence was tested on 171 children (only those aged 4 years and older). Standard scores were similar in the Vietnamese ($M = 9.65$, $SD = 2.87$) and Belgian groups ($M = 9.27$, $SD = 2.55$), $F(1, 169) = 0.73$, $p = 0.395$, $\eta^2 = 0.004$. The PL capacity was measured on all the 208 children. The ANCOVA (with age as a covariate) showed that PL capacity

increased with age, $F(1, 205) = 14.14$, $p < 0.001$, $\eta^2 = 0.065$ but it was similar between Vietnamese ($M = 2.63$, $SD = 0.60$) and Belgian children ($M = 2.83$, $SD = 0.96$), $F(1, 205) = 2.84$, $p = 0.093$, $\eta^2 = 0.014$.

3.3 Cross-national variation in numerical ability

The numerical performance of children in the two countries is presented in Table 2. Preliminary analyses run on computer tasks using a binary choice response showed that performance was above chance level (t -tests indicates that mean performance is significantly above 12/24 in number-word comparison (for VN: $t(103) = 6.73$, $p < 0.001$ and for BEL: $t(103) = 8.34$, $p < 0.001$) and above 28/56 in collection comparison (i.e., for VN: $t(103) = 8.16$, $p < 0.001$ and for BEL: $t(103) = 7.42$, $p < 0.001$) and above 8/16 in approximate addition, (i.e., for VN: $t(86) = 5.93$, $p < 0.001$ and for BEL: $t(83) = 2.27$, $p < 0.001$).

Table 2. Comparison of numerical abilities between Vietnamese and Belgian children

Abilities	Max	N	Mean $\pm$ SD		Nationality effect
			Vietnam	Belgium	
Counting	50	208	28.29 $\pm$ 14.04	19.72 $\pm$ 10.94	$F(1, 205) = 35.18$, $p < 0.001$, $\eta^2 = 0.146$
Advanced counting	6	208	3.21 $\pm$ 2.51	3.51 $\pm$ 2.34	$F(1, 205) = 0.54$, $p = 0.464$, $\eta^2 = 0.003$
Enumeration	8	208	3.81 $\pm$ 3.10	3.98 $\pm$ 2.87	$F(1, 205) = 0.04$, $p = 0.849$, $\eta^2 = 0.000$
Give-N	6	208	4.52 $\pm$ 1.97	4.98 $\pm$ 1.55	$F(1, 205) = 3.60$, $p = 0.059$, $\eta^2 = 0.017$
NW-Comparison	24	208	14.93 $\pm$ 4.44	15.14 $\pm$ 3.82	$F(1, 205) = 0.14$, $p = 0.712$, $\eta^2 = 0.003$
Collection comparison	56	208	31.99 $\pm$ 4.98	31.58 $\pm$ 4.91	$F(1, 205) = 0.67$, $p = 0.414$, $\eta^2 = 0.001$
Addition	14	171	4.26 $\pm$ 5.45	4.98 $\pm$ 5.21	$F(1, 168) = 0.31$, $p = 0.580$, $\eta^2 = 0.002$
Approximate addition	16	171	9.75 $\pm$ 2.75	10.25 $\pm$ 2.85	$F(1, 168) = 0.86$, $p = 0.354$, $\eta^2 = 0.005$

The first MANCOVA run on counting, advanced counting, enumeration, Give-N, collection comparison and number-word comparison showed a significant age effect (using Pillai's trace, $V = 0.42$, $F(6, 200) = 23.86$, $p < 0.001$, $\eta^2 = 0.417$) and nationality effects ($V = 0.23$, $F(6, 200) = 9.98$, $p < 0.001$, $\eta^2 = 0.230$). Performance increased with age in all tasks (counting, $F(1, 205) = 66.12$, $p < 0.001$, $\eta^2 = 0.244$, counting from a number, $F(1, 205) = 34.16$, $p < 0.001$, $\eta^2 = 0.143$, enumeration, $F(1, 205) = 54.31$, $p < 0.001$, $\eta^2 = 0.209$, Give-N, $F(1, 205) = 98.23$, $p < 0.001$, $\eta^2 = 0.324$, number-word comparison, $F(1, 205) = 57.50$, $p < 0.001$, $\eta^2 = 0.219$, collection comparison, $F(1, 205) = 18.67$, $p < 0.001$, $\eta^2 = 0.084$). As regards the nationality effect (see Table 2), it was only significant in the counting task and marginally significant for the Give-N task. The second MANCOVA run on addition and approximate addition, led to a significant age effect ($V = 0.19$, $F(2, 167) = 19.38$, $p < 0.001$, $\eta^2 = 0.19$) showing that performance increased with age in both addition, $F(1, 168) = 20.99$, $p < 0.001$, $\eta^2 = 0.111$, and approximate addition, $F(1, 168) = 22.82$, $p < 0.001$, $\eta^2 = 0.120$. However, the nationality effect was not significant, $V = 0.01$, $F(2, 167) = 0.53$, $p = 0.592$, $\eta^2 = 0.006$.

Bayesian ANCOVAs with age as the covariate and nationality as the between-subjects factor was run on each numerical task (using JASP version 0.8.4). These analyses provide the Bayes factor (BF), which can be considered a relative measure of statistical evidence.

According to Jeffreys (1961), Bayes factor values of 1–3 are weak or inconclusive evidence, values of 3–10 are moderate evidence, values of 10–30 are strong evidence, values of 30–100 are robust, and values above 100 are extreme/decisive evidence for the presence of a given effect, including the null effect.

For counting, the best fitting model was the one with age and nationality effects ($BF_M = 2.99^e + 6$). Bayes Factor inclusion indicated that the data are $137^e + 11$ times more likely to occur in a model including the age effect and 766343 times more likely to occur under a model that includes the nationality effect than under the model without these effects. There is thus decisive evidence for both the age and nationality effects.

For the Give-N, the best fitting model is the one with age ($BF_M = 3.71$). The BF inclusion indicates that data are $9.007^e + 15$ times more likely to occur in a model that includes the age effect. However, there is just weak evidence against the nationality effect. Indeed, data are only 1.23 times more likely to occur in a model that does not include this nationality effect.

For all the other numerical tasks, the best fitting model was the one with the age effect only ($BF_M = 15.45$ for advanced counting, $BF_M = 19.39$ for enumeration, $BF_M = 18.71$ for number-word comparison, $BF_M = 14.51$ for collection comparison, $BF_M = 15.685$ for addition and $BF_M = 12.11$ for approximate addition). The BF inclusion indicated that data were much more likely to occur in a model that included this age effect than under a model without it (644970.84 more likely for advanced counting, $2.00^e + 9$ for enumeration, $7.022^e + 9$ for number-word comparison, 682.45 for collection comparison, 2340.48 for addition, 5447.77 for approximate addition). There is also moderate evidence against the inclusion of a nationality effect. Indeed data are respectively 5.15 times for advanced counting, 6.45 times for enumeration, 6.25 times for number-word comparison, 4.87 times for collection comparison, 5.24 times for addition, 4.03 times for approximate addition more likely to occur in a model that does not include the nationality effect than in a model that does include it.

3.4 Difference in counting ability and cardinal knowledge

To investigate deeper the nationality differences in counting, we considered four different levels of performance according to the higher category of number up to which the child could count: the unit level (one to ten), the teen level (eleven to sixteen), the small decade-unit numbers (seventeen to thirty) and the larger decade-unit numbers (thirty-one to fifty). Each child was categorized according to whether he/she had reached this level or not. Chi-square contingency tests were carried out to determine from what level any difference between Vietnamese and Belgian children appeared significant. The difference in counting ability was substantial from the teen's level, $\chi^2(1) = 27.56$, $p < 0.001$ (figure 1). Thirty-one Belgian children, but only three Vietnamese children, stopped counting at sixteen or before and could not count further (see Table 3).

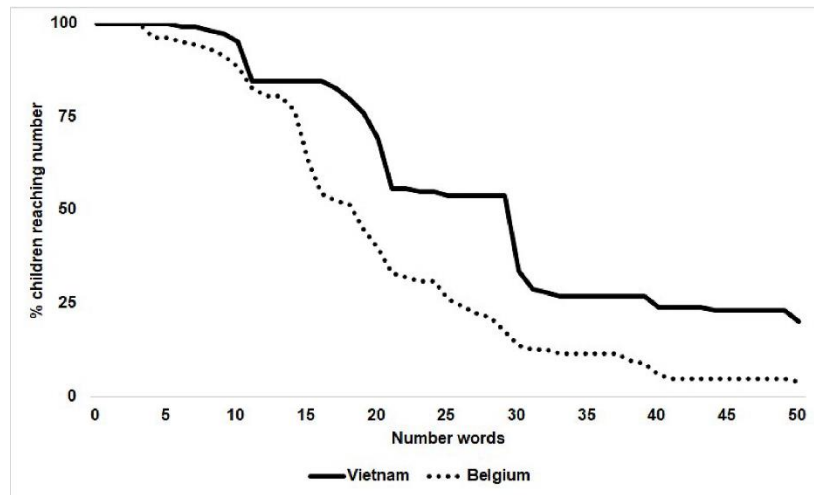


Figure 1. Cumulated percentage of children able to count up to at least that number in the counting list

Table 3. Comparison of counting ability according to the counting sequence group

Counting sequence Group	N Vietnam	N Belgium	$\chi^2(1)$	<i>p</i> -value
One to ten	15	19	0.56	.453
Eleven to sixteen	3	31	27.56	< .001
Seventeen to thirty	56	41	4.34	.037
Thirty-one to fifty	30	13	8.47	.004

As regards the Give-N task, we considered the cumulated percentage of children in each sample, reaching each number-knower level, and chi-square contingency tests were calculated to examine from what number-knower level the difference between both samples appeared significant (see Table 4). The difference in number-knower level was significant at two-knower and indicated that more Belgian children could understand the cardinal meaning of "two" than Vietnamese children.

Table 4. Percentage of children reaching at least this number-knower level according to nationality

Number-knower level	Vietnam	Belgium	$\chi^2(1)$	<i>p</i>
One-knower	98	100	2.01	0.155
Two-knower	89	98	7.66	0.006
Three-knower	76	87	3.81	0.051
Four-knower	69	79	2.5	0.114
CP-knower	61	70	2.12	0.145

To sum up, we found an age effect in all the tasks, showing that all numerical abilities were sensitive to the child's development. More importantly, we found significantly better

counting performance in Vietnamese children (starting at teens numbers) but marginally better numbers cardinal knowledge in Belgian children (especially regarding the numbers two). For all the other measures, the performance of the children in both countries was equivalent.

3.5 Cross-national variation in home activity frequency

All parents completed the home activity questionnaire, but five Vietnamese parents did not answer all the questions. Cronbach's alphas were first computed on these data ($N = 203$) and showed good internal consistency for home numeracy (13 items, $\alpha = .86$) and home literacy (11 items, $\alpha = .89$). Scores for home numeracy and home literacy were calculated by averaging the score for all items, ranging from 0 (never) to 4 (very often or once per day). Each of these was entered into a repeated-measure ANCOVA with home activity (two levels: numeracy, literacy) as the within-subjects factor, and nationality as the between-subjects factor and age as a covariate. The effect of home activity was significant, $F(1, 200) = 4.92$, $p = 0.028$, $\eta^2 = 0.024$, indicating that the frequency of numeracy ($M = 2.25$, $SD = 0.68$) is higher than that of literacy ($M = 1.99$, $SD = 0.90$). The effect of age was also significant, showing that home numeracy frequency increased according to children's age. There was also a moderate main effect of nationality, showing that Vietnamese parents stimulated their child more frequently than Belgian parents, $F(1, 200) = 4.49$, $p = 0.035$, $\eta^2 = 0.022$ on both home numeracy ($M = 2.35$, $SD = 0.74$ vs. $M = 2.15$, $SD = 0.59$) and home literacy ($M = 2.11$, $SD = 1.02$ vs. $M = 1.88$, $SD = 0.75$, respectively). None of the interactions were significant (home activity $\times$ age, $F(1, 200) = 2.11$, $p = 0.147$, $\eta^2 = 0.010$; home activity $\times$ nationality, $F(1, 200) = 0.28$, $p = 0.599$, $\eta^2 = 0.001$).

3.6 Difference in formal versus informal numeracy activity

According to the definition of formal and informal numeracy (Skwarchuk et al., 2014), we computed the two sub-scores of home numeracy, one for formal numeracy activity (i.e., the average score of six items 1, 2, 6, 8, 11, 13) and one for informal numeracy activity (i.e., the average score of seven items 3, 4, 5, 7, 9, 10, 12) (see Table 5).

Table 5. Frequency formal and informal home numeracy activities across nations

Items for formal numeracy activity	Items for informal numeracy activity
1. I help my child learn simple sums (e.g., $2 + 2$)	3. We talk about time with clocks and calendars
2. I encourage my child to do math in his/her head	4. I help my child weigh, measure, compare quantities
6. I teach my child to recognize printed numbers	5. We play games that involve (+ -)
8. I ask about quantities (e.g., How many candies?)	7. We sort and classify by color, shape, and size.
11. I help my child recite the sequence (1 2 3 4 5)	9. We play board games or cards card games.
13. I encourage the use of fingers to indicate how many	10. I encourage collecting (e.g., cards, stamps, rocks).
	12. We sing counting songs (e.g., Five Little Fingers)
Mean $\pm$ SD for VN: 2.62 ± 0.78	Mean $\pm$ SD for VN: 2.14 ± 0.81
Mean $\pm$ SD for BEL: 2.39 ± 0.63	Mean $\pm$ SD for BEL: 1.98 ± 0.68

Cronbach's alphas were computed on home numeracy data ($N = 203$) and showed acceptable internal consistency for formal numeracy subscale (6 items, $\alpha = .77$) and informal numeracy subscale (7 items, $\alpha = .76$). Independent sample t -tests were then used to compare the frequency of these two types of home numeracy activities (formal vs. informal) in the two samples. Vietnamese parents stimulated their child more on formal numeracy activities than Belgian parents, $t(184.16) = 2.33$, $p = .021$, Cohen's $d = 0.60$. However, the frequency of informal numeracy activities did not differ between Vietnamese parents and Belgian parents, $t(186.88) = 1.55$, $p = 0.122$, Cohen's $d = 0.62$. Levene's test indicated unequal variances for formal numeracy activity, $F = 7.97$, $p = .005$, and for informal numeracy activity, $F = 4.48$, $p = .035$, so degrees of freedom were adjusted from 198 to 184.16 and from 195 to 186.88, respectively. However, according to Bayesian t -tests, the evidence in favor of a difference between the formal numeracy activities between Vietnamese and Belgian parents and the absence of such a difference for informal activities are weak (respectively, $BF_{10} = 1.28$ for formal activities and $BF_{01} = 1.96$ for informal ones).

3.7 Home numeracy and children's numerical performance

Correlation between home numeracy frequency and numerical ability was calculated using nationality as a moderator. Children's performance in each numerical task (counting, advanced counting, enumeration, Give-N, collection comparison, and number-word comparison, addition, and the approximate addition task) was introduced in a Moderation running through Hayes' PROCESS (version 3.5) (Hayes, 2017) by SPSS (version 25) with home numeracy as an independent variable and nationality (0: Belgium; 1: Vietnam) as a mediator (Table 6).

Home numeracy correlated significantly with all precise symbolic numerical abilities (counting, advanced counting, enumeration, Give-N, number-word comparison, and addition), but not with the approximate numerical tasks (collection comparison and approximate addition) (See Table 6). These correlations were not affected by nationality. The effect of the moderator (nationality) and the interaction between home numeracy and nationality were no significant (all $ps > 0.05$).

Table 6. Relationship between home numeracy and numerical performance using nationality as the moderator

	<i>b</i>	<i>SE B</i>	<i>t</i>	<i>p</i>	<i>R</i> ²
Counting					
Constant	8.54	4.44	1.93	0.056	0.17
Home Numeracy	5.17	1.98	2.61	0.009	
Nationality	4.81	5.98	0.80	0.422	
Home Numeracy x Nationality	1.29	2.56	0.50	0.615	
Advanced counting					
Constant	1.19	0.87	1.37	0.172	0.27
Home Numeracy	1.07	0.39	2.77	0.006	
Nationality	-0.04	1.17	-0.00	0.997	
Home Numeracy x Nationality	-0.18	0.50	-0.37	0.711	
Enumeration					
Constant	1.79	1.08	1.65	0.100	0.22
Home Numeracy	1.01	0.48	2.09	0.037	
Nationality	-0.12	1.46	-0.08	0.933	
Home Numeracy x Nationality	-0.10	0.62	-0.16	0.869	
Give-N					
Constant	3.66	0.63	5.82	<.001	0.27
Home Numeracy	0.61	0.28	2.17	0.031	
Nationality	-0.62	0.85	-0.73	0.462	
Home Numeracy x Nationality	0.05	0.36	0.13	0.667	
NW-Comparison					
Constant	10.23	2.70	3.78	<.001	0.28
Home Numeracy	3.56	1.20	2.95	0.004	
Nationality	0.78	3.64	0.21	0.830	
Home Numeracy x Nationality	-0.78	1.56	-0.50	0.616	
Collection comparison					
Constant	28.47	1.80	15.79	<.001	0.18
Home Numeracy	1.43	0.80	1.78	0.077	
Nationality	0.72	2.42	0.29	0.767	
Home Numeracy x Nationality	-0.23	1.04	-0.22	0.822	
Addition					
Constant	0.06	2.26	0.03	0.978	0.28
Home Numeracy	2.24	0.99	2.25	0.026	
Nationality	-0.94	2.96	-0.32	0.750	
Home Numeracy x Nationality	-0.01	1.25	-0.01	0.996	
Approximate Addition					
Constant	8.50	1.21	7.05	<.001	0.17
Home Numeracy	0.81	0.53	1.52	0.131	
Nationality	0.28	1.58	0.18	0.858	
Home Numeracy x Nationality	-0.42	0.67	-0.62	0.532	

3.8 Language, home numeracy, and counting variation

Multiple regression was used to measure the weight of the different explanatory factors to account for the child's counting skills. In an initial analysis, age (expressed in months), home numeracy, and nationality (1: VN and 0: BEL) were entered into the model. The regression model explained 36.6% of the variance of counting performance, $F(3, 202) = 39.88$, $p < 0.001$. According to the *Beta* coefficients, age was the best explanatory factor ($\beta = .424$), followed by nationality ($\beta = .312$) and home numeracy ($\beta = .239$).

Subsequently, to see whether nationality still accounted for a significant part of the variance beyond age and home numeracy, hierarchical multiple regression was conducted. In the first block, age and home numeracy were forced, and then nationality was introduced in the second block using the stepwise method. The model (see Table 7), including age and home numeracy, was significant, $F(2, 200) = 38.9$, $p < 0.001$, and explained 28% of the variance in counting performance. However, nationality accounted for an additional significant 9.5% of the variance.

Table 7. Results of hierarchical multiple regression for counting performance

	B	SE B	β	t	Sig. (p)
Step 1					
Constant	-33.40	6.87		-4.86	< .001
Age	0.81	0.12	.407	6.72	< .001
Numeracy	5.59	1.19	.285	4.70	< .001
Step 2					
Constant	-37.31	6.46		-5.78	< .001
Age	0.85	0.11	.424	7.49	< .001
Numeracy	4.69	1.12	.239	4.17	< .001
Nationality	8.32	1.51	.312	5.52	< .001

Note: $R^2 = .280$ for step 1, $R^2 = .375$ for step 2; $\Delta R^2 = .095$ for step 2.

4. Discussion

The main question addressed in this paper is: “*To what extent does a language's number-naming system impact preschoolers' numerical development?*” To disentangle the effect of cultural and language differences, we chose children from Vietnam (a former French colony) instead of another less culturally comparable Asian sample and compared them with children from Belgium's French-speaking region. Additionally, we assessed the home learning environment via a parent questionnaire. Furthermore, we tested preschool children to decrease the possible impact of differences in math school curricula. The two samples were very comparable in terms of age and gender, IQ and PL abilities, and parent education level.

4.1 Differences in numerical ability between the two countries

Children's numerical development was tested through eight numerical tasks. Only one of these led to better performance in Vietnamese children compared to their French-speaking peers. Indeed, for simple rote counting, Vietnamese counted, on average, ten steps further than French-speaking children. This finding is consistent with that of previous studies that

tested Chinese children (Lonnemann et al., 2019; Miller et al., 1995). More specifically, we found that the differences between the two samples started to emerge at the level of the teen numbers; that is, in an area where French-speaking children have to learn specific words corresponding to the teens, whereas Vietnamese children follow regular rules, combining the words for ten and the words for the unit. This result is strikingly similar to the findings of a previous study (Miller et al., 1995) and provides additional evidence that a transparent, regular number-naming system facilitates learning of counting sequences in preschoolers.

In contrast, the transparent, regular Vietnamese number-naming system did not facilitate other numerical tasks. More specifically, when we used a more advanced counting task where children had to start counting from a number different from one, which assesses the level of the “*breakable chain*” (e.g., see Fuson et al., 1982), we failed to identify any advantage for the Vietnamese children. Thus, although the Vietnamese children’s counting chain was longer than that of the Belgian children by approximately ten numbers, they did not develop faster regarding the elaboration of their number sequences. These results are not in line with those of a previous study (Aunio et al., 2008), but the authors of that work compared Chinese children with British and Finnish children; the former might have received more educational stimulation.

Regarding enumeration (i.e., using the numerical chain to determine the number of items in a set), unlike the previous study (Miller et al., 1995), no overall difference was found. We should remember that object counting requires the ability to produce a counting sequence in the right order, a certain level of elaboration of the counting sequence (i.e., the level of the unbreakable chain, see (Fuson et al., 1982), and mastery of different counting principles (e.g., see Gelman & Gallistel, 1978). Thus, although the Vietnamese children’s counting sequence was higher, they did not perform better on the more complex collection counting task.

We also used two tasks to test the cardinal understanding of number words: the Give-N task and the number-word comparison task. Neither of these demonstrated an advantage for the Vietnamese children. In contrast, we found that French-speaking children had marginally better cardinality knowledge than Vietnamese children. These results are particularly impressive given that a previous longitudinal study (Geary, vanMarle, Chu, Hoard, & Nugent, 2018) tested a large sample of preschoolers and found that those who knew more count words at the beginning of preschool also performed better on the Give-N task. Conversely, the same research team (Geary, vanMarle, Chu, Rouder, Hoard, & Nugent) found that a good understanding of number words’ cardinal meaning was a strong predictor of counting abilities two years later when the children were six years old. Thus, although these studies show a bidirectional link between number-word cardinal understanding and count list extension, our research indicates that these two abilities may develop somewhat differently in young Vietnamese children since despite their count list being longer than French-speaking peers, they lagged behind in terms of understanding number words’ cardinal meaning (especially learning the number “two”). Therefore, we support the previous view of Wynn (1992), who showed that the acquisition of the cardinal meaning of number words does not coincide with the sequence counting ability or object counting ability.

Interestingly, this result is consistent with that of previous studies showing that Asian children (i.e., Japanese, Chinese) were not better but were slower in understanding the cardinal meaning of the number words “one”, “two”, and “three” than Western children (i.e., English and Russian) (Le Corre et al., 2016; Sarnecka et al., 2007). Vietnamese is like Japanese and Chinese, where there is no distinct singular/plural, whereas this distinction is obligatory in French and English. In the current study, we found that French-speaking children outperformed Vietnamese children in understanding the cardinal value of the numbers “two”, but the differences by country disappeared regarding learning other numbers. This finding suggests that the singular-plural distinction of language, but not the transparency of the number-naming system, does influence cardinality knowledge of the small number words “two”.

The number-word comparison task was never used in previous studies comparing Asian and Western preschoolers. Here, again, we observed no difference in performance between our two samples. Thus, although the counting sequence is larger in Vietnamese children than in French-speaking children, it was not associated with a better ability to compare the magnitude of larger number words. Recently, Sella, Lucangeli, and Zorzi (2018) showed that the comparison of number words (i.e., below 9) is related to cardinality knowledge measured using the Give-N task. Accordingly, we propose that in comparing the magnitude of two number words, it is important not only to know the number words’ sequence but also to understand their cardinal meaning.

For simple addition, we found no difference between the two samples. This finding is inconsistent with that of the previous study, which showed the large effect size of nationality effect (Cohen’s $f = 1.03$, Geary et al., 1993), supporting Chinese children’s higher performance. However, the current study sample was younger than Chinese kindergarteners ($M_{\text{age}} = 71$ months). We suggested that the absence of a group effect was not due to the sample size ($n = 51$ in Geary et al., 1993 vs. $n = 171$ in our study). Furthermore, most researchers have reported that Chinese kindergarteners engage in regular mathematics learning sessions (Ng & Rao, 2010), which is not the case in Vietnam and Belgium (i.e., without arithmetic instruction in preschool). In addition, we excluded Vietnamese preschoolers who attended extracurricular math programs from the study.

We also wanted to examine whether Asian children’s possible advantage in symbolic number processing tasks also extended to tasks that do not involve precise number processing but simply tap into the processing of approximate magnitude. To that end, we used both a collection comparison task and an approximate addition task. Here, again, the two samples behaved similarly, thus supporting the view that at that age, language transparency does not influence non-symbolic ability. Our finding is inconsistent with those of previous studies (Lonnemann et al., 2019; Rodic et al., 2015), which found that Chinese preschoolers were better at non-symbolic magnitude comparison than other groups. However, our results are consistent with those of a recent study (Rodic, Cui, Malykh, Zhou, Gynku, & Bogdanova, 2018), which showed that 6- to 9-year-old Chinese children were faster but had slightly lower accuracy than Russian and British children in symbolic and non-symbolic number magnitude comparisons.

One possible explanation for these inconsistent results could be associated with differences in symbolic number tasks such as arithmetic and symbolic number comparisons. Indeed, according to the refinement hypothesis proposed by Noël and Rousselle (2011), more frequent and advanced practices with exact (symbolic) numbers would lead to a refinement of the approximate number system. Similarly, Chen and Li (2014) concluded their meta-analysis by suggesting a bidirectional relationship between non-symbolic magnitude processing and symbolic mathematics performance, each influencing the other. In our study, since we did not find any advantage in Vietnamese children regarding symbolic tasks such as number-word comparison or addition, it is not surprising that there was no difference in the non-symbolic tasks either. The better achievement in Chinese children's non-symbolic numerical tasks can be attributed to early education in school (unlike other countries in Asia or Europe).

4.2 Differences in home numeracy by country

Asian parents and society place a strong emphasis on mathematics and have high expectations in this regard (Ng & Rao, 2010). To consider this point, we measured the influence of parent-child numerical stimulation on children's numerical development. We found that Vietnamese parents generally stimulate their child slightly more than Belgian parents in numeracy and literacy. Furthermore, we found that the kind of home numeracy slightly differed across the groups. The Vietnamese parents tended to practice more frequent formal numeracy activities (i.e., simple arithmetic, mental addition) with their children than the Belgian parents, whereas there was no difference in the frequency of informal numeracy activities. These findings are congruent with those reported previously and show that Asian parents use more formal instruction related to arithmetic at home (Huntsinger et al., 1997; Pan et al., 2006).

Nevertheless, despite this more frequent numeracy stimulation (especially regarding formal numeracy), the Vietnamese children did not exhibit more advanced symbolic numerical development, except for basic counting. However, the average frequency reported for home numeracy was approximately 2 for the Vietnamese parents, which roughly corresponds to "*sometimes*", a frequency that might be too low to lead to better addition performance in this group than the Belgian children. Beyond the frequency of home numeracy, other factors should play a role, such as the quality of the practices and the kinds of numeracy activities (Blevins-Knabe, 2016).

Finally, for the sole task where Vietnamese children performed better than Belgian children (the counting task), we looked at the explanatory power of the language's effect (expressed by nationality) and the impact of home experience (expressed by home numeracy). The regression analysis indicated that both factors played a significant role in explaining the counting skills. These results expand on the findings of Cankaya et al. (2014), who showed that both the frequency of parent-child numeracy stimulation and the number-naming system impacted counting skills.

4.3 Strengths and limitations

Our research has several strengths. We assessed preschoolers from Vietnam and Belgium, thus reducing the difference in mathematics school instruction. The two samples were equivalent in several aspects (age and parent education level, except for a moderate difference in formal home numeracy). Thus, the two groups were very similar, allowing us to measure the number-naming systems' influence on children's numerical development more selectively. Furthermore, we assessed the children's numerical development with eight different tasks, whereas most previous studies on this topic have had at most three (e.g., counting, enumeration, and addition). Finally, we also controlled for parents' stimulation of the child as a possible contributory factor in their numerical development. Such an approach was barely used in previous studies examining the impact of the number-naming system, except for that of Cankaya et al. (2014).

However, our study also has some limitations. First, although we chose the location (large cities) and parent education level as two criteria to select comparable samples, we failed to measure a parent's socioeconomic level. However, Davis-Kean (2005) found direct effects of parent education (but not income) on European American children's standardized achievement scores. Furthermore, the incomes could not be directly compared, as the cost of living is very different between the two countries. Second, the home numeracy questionnaire allowed us to examine the home learning environment as one aspect of culture. However, we did not measure the parents' attitudes toward academic success. Future studies should elaborate on this factor. Third, in the Give-N task, we found some cases of children ($n = 7$) who could give five objects but failed to give six, showing that being a CP-knower (i.e., Cardinal Principle knower) is not equivalent to being a four-knower or even a five-knower. A recent article has also reported on this issue (Krajcsi, Fintor, & Hodossy, 2018). Future research should extend the range of numbers used in the task (and include even numbers larger than 10) to precisely examine when children generalize their cardinality knowledge for all number words. This could be after understanding the number “four” for some children, the number “five” for others, and perhaps the number “six” or even a larger number for others.

Finally, regarding the effect size of nationality on numerical abilities, we found a moderate effect size on counting ($\eta^2 = 0.146$), which is consistent with that of previous studies (Lonnemann et al., 2019; Miller et al., 1995). However, we found a minimal nationality effect size ($\eta^2 = 0.017$) on cardinal knowledge compared to the large effect size on the literature (Cohen's $f = 0.82$; Sarnecka et al., 2007). This could be explained because our sample was older than that in the previous study ($M_{age} = 3;2$) and did not correspond to the critical age where children learn the cardinal meaning of their first number words. Future studies need to examine this ability in younger children to favor the comparison.

In short, we found that the transparency of the number-naming system in Vietnamese did not have an all-pervasive influence on the preschoolers' numerical performance. Thus, our results confirm the effect of the transparency of the number-naming system on counting in Vietnamese, but fail to find other advantages. By contrast, French-speaking children were more advanced in understanding the cardinal meaning of the number “two”, which we

interpreted as being due to the numerical morphology (singular/plural distinction) in French but not in Vietnamese. Vietnamese parents stimulated their child's numerical development (mainly through formal home numeracy) slightly more than Belgian parents. However, both language and home numeracy effects accounted for counting variation between the two groups.

To conclude, we provided evidence that the Vietnamese number-naming system's transparency led to a faster acquisition of basic counting for preschoolers but did not support other more advanced numerical development or non-symbolic numerical abilities. In addition, we extended the evidence that both transparent number-naming system and home numeracy influence young children's counting development.

Chapter 5

Transparent Vietnamese number-naming system facilitates first graders transcoding-cross-linguistic study comparison with French

The Vietnamese number-naming system more transparently expresses base-10 than the French one does. Our study aimed to examine the language (base-10) effect on the transcoding performance and error nature in 68 French-speaking (FS) children and 173 Vietnamese-speaking (VNS) children in the first grade. They were presented with two transcoding tasks: verbal- and analog-Arabic. The results showed that the VNS children performed better than the FS children on both of the transcoding tasks. The FS children committed more lexical errors than the VNS children did, while the syntactic error rates were not different. We conclude that the transparency of the base-10 expressions led to a better transcoding performance in the VNS children, and the language differences reflected the error nature. The differences in transcoding performance and errors are discussed based on the integration of the transcoding theoretical frameworks.

Reference

Article submitted on *Cognitive development*.

Transparent Vietnamese number-naming system facilitates first graders transcoding- cross-linguistic study comparison with French

1. Introduction

Number transcoding is a fundamental process in mathematical learning. Typically, children need the first three years of formal schooling to master transcoding skills between the spoken and Arabic number systems (Noël & Turconi, 1999). Many studies have shown that the number-naming system's characteristics affect transcoding (Dowker & Nuerk, 2016, for a review; Moeller, Zuber, Olsen, Nuerk, & Willmes, 2015; Nguyen & Grégoire, 2014; Seron & Fayol, 1994).

Indeed, although all number-naming systems are characterized by a lexicon and a syntax (Fayol & Seron, 2015), these vary significantly from one language to another (Hurford, 1987). The lexicon corresponds to the lexical primitives or the different words used to refer to numerical quantities. For instance, in English, words represent units (one, two, three, etc.), teens (eleven, twelve, thirteen, etc.), decades (ten, twenty, thirty, etc.), multipliers (hundred, thousand, million, etc.) and zero. The syntax corresponds to the rules used to combine the lexical primitives and reflects the relationship between them as additive (e.g., twenty-four, thirty-six, etc.) or multiplicative compositions (e.g., two hundred, three thousand, etc.).

1.1 Language effect on transcoding tasks

Different study designs have been carried out to measure the effect of language on transcoding tasks. The selection of languages compared reflects the contrast levels of the languages and focuses on various specific language effects (Table 1).

Table 1. Different levels of contrast in cross-linguistic studies on transcoding tasks

Levels	Language contrast	Within-language design	Between-language design	Language effect
1	Noninverted & Nontransparent	French (Seron & Fayol, 1994)	English vs. French (Van Rinsveld & Schiltz, 2016)	Vigesimal (base-20) effect
2	Noninverted vs. Inverted	Czech (Pixner et al., 2011)	French; English vs. Dutch (Clayton et al., 2020; Imbo et al., 2014; Krinzinger et al., 2011; Zuber et al., 2009)	Inversion effect
3	Transparent vs. Nontransparent	—	Vietnamese vs. French (Nguyen & Grégoire, 2014)	Decimal (base-10) effect
4	Transparent vs. Inverted	—	Japanese vs. Dutch (Moeller et al., 2015)	Inversion & base-10 effect

Much of the previous research has investigated the language effect on transcoding tasks. The majority of the studies have focused on inversion effect. Indeed, in some languages, the unit word is expressed before the decade word (e.g., “twenty-five” is expressed as “five and twenty” in Dutch and German). Studies have shown that children using these inverted number-naming systems had lower transcoding performance than children using a noninverted system (such as French or English; see Krinzinger et al., 2011; Imbo, Vanden Bulcke, De Brauwer, & Fias, 2014; Zuber, Pixner, Moeller, & Nuerk, 2009). They committed more inversion errors (“46” → 64) (Clayton et al., 2020; Imbo et al., 2011; Moeller et al., 2015). This effect was also observed within the group. Indeed, Czech children who used two number-naming systems, inverted and noninverted, produced fewer errors in transcoding tasks from noninverted than from inverted number words (Pixner et al., 2011).

Other studies examined the impact of lexical and syntactic variation on transcoding performance. For instance, Seron and Fayol (1994) compared the French number-naming system in Belgium and France. In Belgium, decade numbers such as 70 and 90 are spoken “seventy” (“septante”) and “ninety” (“nonante”), while in France, 70 is “sixty-ten” (“soixante-dix”) and 90 is “four twenty-ten” (“quatre-vingt-dix”). In dictating these types of numbers, 7-year-old French children produced more errors than the Belgian children did. The French children produced particular syntactic errors corresponding to a full or partial transcript of verbal lexical primitives (e.g., “soixante-dix huit”; literally “sixty-ten eight” written as 6108) or “quatre-vingt-dix-sept”; literally, “four-twenty-ten seven”) written as 4217, 42017, or 8017). Similar results were found when comparing 10-year-old French- and English-speaking children (Van Rinsveld & Schiltz, 2016).

Most Western number-naming systems have approximately thirty number words corresponding to units, teens, decades, and multipliers. By contrast, Asian languages (Chinese, Japanese, Korean, and Vietnamese) have a much less restricted numerical lexicon, and their verbal number system is much more transparent in regard to the decimal or base-10 structure (Berch, Geary, & Koepke, 2018). For instance, they do not have words for eleven or forty but say “ten-one” and “four-ten”, respectively. Several studies have shown that these transparent base-10 number systems lead to the higher performance of Asian children compared to Western children on different numerical abilities. This is the case for counting (Lê & Noël, 2020; Miller, Smith, Zhu, & Zhang, 1995; Miller & Stigler, 1987), arithmetic fact retrieval (Geary, Bow-Thomas, Fan, & Siegler, 1993), nonverbal line estimation (Dowker & Roberts, 2015), canonical base-10 representational understanding of a number (e.g., two ten-blocks and three unit-blocks for the number 23) and place-value understanding (e.g., the meaning of the individual digit in a multidigit number) (Miura, Kim, Chang, & Okamoto, 1988; Miura & Okamoto, 1989; Miura, Okamoto, Kim, Steere, & Fayol, 1993; Miura, Okamoto, Kim, Chang, Steere, & Fayol, 1994).

Studies on the effect of transparent base-10 languages on transcoding tasks are scarce. To the best of our knowledge, two studies investigated this effect on transcoding tasks: one on first-grade children (Moeller et al., 2015) and the other on older children from grades 3 to 6 (Nguyen & Grégoire, 2014). The first study (Moeller et al., 2015) investigated a small sample of 20 Japanese and 20 German first-grade children and mainly focused on the inversion effect

and the German children's transcoding errors. The second study (Nguyen & Grégoire, 2014) showed that grade-4 Vietnamese students ($N = 690$) performed better than their Belgian peers when transcoding written verbal to Arabic numbers and reached the same level as grade-6 French-speaking Belgian students ($N = 127$). However, Nguyen & Grégoire (2014) focused mainly on the transcoding effects of syntactic zero. Indeed, in Vietnamese, the syntactic zero is represented explicitly in spoken numbers; for instance, "25014" is spoken as, "hai mươi lăm nghìn không trăm mười bốn" (literally, "two ten five thousand zero hundred ten four"), while in French, the syntactic zero is silent ("25014" is "vingt-cinq mille quatorze" (literally, "twenty-five thousand fourteen"). They found that French-speaking children mainly erased the zero (i.e., omission error) that was not present in the verbal form of the number (e.g., the typical response for "twenty-five thousand fourteen" [25014] is 2514).

1.2 Transcoding models

Several transcoding models have been reported. They can be divided into two main categories: semantic (McCloskey, Caramazza, & Basili, 1985; Power & Dal Martello, 1990; 1997) and asemantic models (Barrouillet, Camos, Perrucher, & Seron, 2004; Deloche & Seron, 1987).

According to the semantic models (McCloskey et al., 1985; Power & Dal Martello, 1990; 1997), the semantic representation of the number (i.e., its magnitude representation) must be activated to transcode a number. In McCloskey et al.'s (1985) model, the semantic representation is supposed to reflect a base-10 structure (e.g., 345 would be represented as $[3]10^2 [4]10^1 [5]10^0$). The production mechanisms convert this semantic representation into the target output code. The semantic base-10 representation logically implies that the verbal stimulus's peculiarities may influence the comprehension stage in the number-dictation task but would not influence the Arabic production mechanisms (Lochy, Pillon, Zesiger, & Seron, 2002).

Power and Dal Martello's (1990; 1997) semantic-verbal model also distinguishes between comprehension, production, and semantic processes. However, in this model, the semantic representation interprets the verbal number presented through additive (sum) and multiplicative (product) relationships. A concatenation operation (noted by $\&$) is then applied for the product relationship; for example, "two hundred" yields $2 \times 100 = \langle 2 \rangle \& 00 = 200$, and an overwriting operation (noted by $\#$) is used for the sum relationship; for example, "twenty-two" yields $20 + 2 = \langle 20 \rangle \# \langle 2 \rangle = 22$. According to the authors, sum relationships lead to errors more frequently than product relationships, as acquiring the overwriting operation is more difficult than acquiring the concatenation operation.

In contrast, asemantic models (Barrouillet et al., 2004; Deloche & Seron, 1987) assume that access to the numerical magnitude is not required for transcoding tasks, as the conversion of the numerical input into the output form is an algorithm-based procedure (Moura et al., 2013; Verguts & Fias, 2006). In the latest model, ADAPT (i.e., A Developmental, Asemantic, and Procedural model) from Barrouillet et al. (2004), the verbal input is stored as a phonological sequence in the short-term memory. Parsing mechanisms subdivide this

sequence into smaller units that are processed by a production system. The production system has various functions: retrieving existing (learned) Arabic forms from long-term memory (LTM), managing the frame (i.e., the number of slots for the digit chain), and filling all the slots with lexical primitives (Clayton et al., 2020).

1.3 Present study

The present study aims to reexamine the influence of the base-10 transparency of the number-naming system on young children's transcoding performance and error nature. For that purpose, we directly compare the transcoding abilities of first graders speaking either French or Vietnamese. Our two main questions are as follows: does the base-10 transparency of the number-naming system impact the development of the transcoding ability in first-grade children? Qualitatively, how do the transcoding errors differ between the two languages according to verbal numbers' lexical and syntactic features?

Vietnamese and French contrast in their degrees of base-10 transparency, their lexicon, and their syntactic structure (see Table 2). Vietnamese has a very limited numerical lexicon, with only the word zero, unit words (from one to nine), and words expressing ten powers. Similar number words exist in French, but French also has specific words for the teens (from eleven to sixteen) and decades (from ten to ninety). Thus, while Vietnamese has approximately 16 number words, French has approximately double that. In Vietnamese, teens are expressed using an additive relation (e.g., “eleven” would correspond to “ten one”, meaning ten plus one), and decades, using a multiplicative relation (e.g., “twenty” corresponds to “two-ten”, meaning two times ten).

We proposed different predictions from the transcoding models. McCloskey's model (McCloskey et al., 1985) supposes the necessary activation of a base-10 semantic representation of the number for the transcoding process. Therefore, we expect the Vietnamese-speaking children to perform better than the French-speaking children on the verbal-Arabic-transcoding task, as the base-10 transparency of their number-naming system would facilitate the activation of the base-10 semantic representation of the numbers to transcode. However, if the input were similar between the two groups, such as an analog representation (i.e., pictures of sticks), no difference would be expected in producing the corresponding Arabic numbers.

The prediction is different when made from the model of Power and Dal Martello (1990). In this framework, Vietnamese verbal numbers involve more additive and multiplicative relations than French verbal numbers do. Indeed, for numbers such as teens (e.g., twelve) or decades (e.g., thirty), French requires no syntactical relation processing, while Vietnamese requires the processing of additive and multiplicative relations, respectively. Similarly, for numbers such as 23, French uses only an additive relation, while Vietnamese requires both a multiplicative and an additive relation. Accordingly, based on the Power and Dal Martello model, we expect to observe more syntactic errors in the Vietnamese- than in the French-speaking sample.

Similarly, according to the ADAPT model (Barrouillet et al., 2004, using the ADAPT^{BASIC} model), Vietnamese-speaking children need to process more transcoding rules than French-speaking children do. In Vietnamese, three rules are required for transcoding the teen (Pa, Pc, and Pa'), decade (Pa, Pc, and Pe'), and decade-unit structures (Pa, Pc, and Pa'). In contrast, in French, only one rule is used for transcoding the teen structure (Pd), and two rules are used for the decade (Pb and Pe') and decade-unit structures (Pb and Pa') (see Table 3). According to this model, algorithmic transcoding failures lead to syntactic errors; Vietnamese-speaking children would be expected to produce more syntactic errors than French-speaking children, as the former must process more transcoding rules.

Another interesting difference between the two languages is the extent of their numerical lexicon. According to Deloche and Seron (1982a, 1982b), verbal numbers (in most Western languages) are organized into ordered lexical classes: units, teens, decades, and multipliers. For instance, the word “thirteen” is the third word in the teens class, while “forty” is the fourth word of the decades class. This conception has been integrated into McCloskey's model. For instance, McCloskey, Sokol, and Goodman (1986) described a patient who mainly produced position errors in transcoding tasks (i.e., selecting the correct lexical class but not the correct position and confusing, for instance, fifteen and thirteen). As a larger number of primitives from different classes must be processed in French while only unit words are considered in Vietnamese, McCloskey's model would also predict more lexical errors made by French- than Vietnamese-speaking children. These errors could come from difficulty in processing the class information (i.e., not knowing if the word is a unit, teen, or decade number) or in processing the position information (e.g., “thirteen”, the third word in the teen class). Accordingly, we would expect more lexical errors in French-speaking children that could correspond to class ($1\mathbf{\underline{3}} \rightarrow \mathbf{\underline{3}0}$) or position errors. In the latter case, the lexical errors would be related to unit positions ($1\mathbf{\underline{1}} \rightarrow \mathbf{\underline{1}3}$) when processing teen words and to the decade position ($\mathbf{\underline{2}4} \rightarrow \mathbf{\underline{1}4}$) when processing decade words.

The ADAPT model also considers that number words are organized into ordered classes but assumes that lexical errors are due to storage difficulty, which depends on the number of syllables in the sequence or difficulties in retrieving the digital forms from LTM (Barrouillet et al., 2004). The items selected in this study do not differ in terms of the number of syllables (see Table 2). However, the number of forms that must be retrieved from LTM is higher in Vietnamese than it is in French for the teens, decade, and decade-unit structures. Indeed, for numbers such as 12, 30, and 34, two (“ten-two”), two (“three-ten”), and three (“three-ten four”) words, respectively, must be processed in Vietnamese, while only one (“twelve”), one (“thirty”), and two words (“thirty-four”), respectively must be processed for the corresponding French forms. On this basis, we could presume that the ADAPT model would predict higher rates of lexical errors in Vietnamese- than in French-speaking children.

To test these predictions, 68 French-speaking (FS) Belgian children and 173 Vietnamese-speaking (VNS) children from the first grade were tested. They were assessed using two transcoding tasks, verbal- and analog-Arabic. The latter was a task in which both the entry (sticks and stick bundles) and output formats (the Arabic code) were strictly the same regardless of the child's language. Each transcoding task used 1- and 2-digit numbers

corresponding in French to units (U) and teen (T), decade (D), and decade-unit (DU) structures. Finally, two other numerical tasks were presented to compare the two groups of children's global mathematics level: a single-digit number comparison task and an arithmetic task.

Table 2. Comparison of the Vietnamese and French number systems

VBN	Vietnamese	Phonetic transcription	Syl	Syntax	French	Phonetic transcription	Syl	Syntax
2	hai	/haj ¹ /	1	—	deux	/dø/	1	—
5	năm	/nãm ¹ /	1	—	cinq	/sɛ̃k/	1	—
8	tám	/tam ⁵ /	1	—	huit	/wit/	1	—
11	mười một	/mɯɣj ² mot ⁶ /	2	10 + 1	onze	/ɔ̃z/	2	—
12	mười hai	/mɯɣj ² haj ¹ /	2	10 + 2	douze	/duz/	2	—
13	mười ba	/mɯɣj ² ba ¹ /	2	10 + 3	treize	/tʁɛz/	2	—
14	mười bốn	/mɯɣj ² bon ⁵ /	2	10 + 4	quatorze	/ka.tɔʁz/	3	—
15	mười lăm	/mɯɣj ² lăm ¹ /	2	10 + 5	quinze	/kɛ̃z/	2	—
16	mười sáu	/mɯɣj ² ʂaw ⁵ /	2	10 + 6	seize	/sɛz/	2	—
10	mười	/mɯɣj ² /	1	—	dix	/dis/	1	—
20	hai mươi	/haj ¹ mɯɣj ¹ /	2	2 x 10	vingt	/vɛ̃/	1	—
30	ba mươi	/ba ¹ mɯɣj ¹ /	2	3 x 10	trente	/tʁɛ̃t/	2	—
21	hai mươi mốt	/haj ¹ mɯɣj ¹ mot ⁵ /	3	2 x 10 + 1	vingt-et-un	/vɛ̃.t_e_œ̃/	3	20 + 1
24	hai mươi bốn	/haj ¹ mɯɣj ¹ bon ⁵ /	3	2 x 10 + 4	vingt-quatre	/vɛ̃t.katʁ/	3	20 + 4
25	hai mươi lăm	/haj ¹ mɯɣj ¹ lăm ¹ /	3	2 x 10 + 5	vingt-cinq	/vɛ̃t.sɛ̃k/	2	20 + 5
26	hai mươi sáu	/haj ¹ mɯɣj ¹ ʂaw ⁵ /	3	2 x 10 + 6	vingt-six	/vɛ̃t.sis/	2	20 + 6
31	ba mươi mốt	/ba ¹ mɯɣj ¹ mot ⁵ /	3	3 x 10 + 1	trente-et-un	/tʁɛ̃.t_e_œ̃/	3	30 + 1
32	ba mươi hai	/ba ¹ mɯɣj ¹ haj ¹ /	3	3 x 10 + 2	trente-deux	/tʁɛ̃t.dø/	3	30 + 2
34	ba mươi bốn	/ba ¹ mɯɣj ¹ bon ⁵ /	3	3 x 10 + 4	trente-quatre	/tʁɛ̃t.katʁ/	4	30 + 4
35	ba mươi lăm	/ba ¹ mɯɣj ¹ lăm ¹ /	3	3 x 10 + 5	trente-cinq	/tʁɛ̃t.sɛ̃k/	3	30 + 5
43	bốn mươi ba	/bon ⁵ mɯɣj ¹ ba ¹ /	3	4 x 10 + 3	quarante-trois	/ka.ʁɛ̃t.tʁwa/	4	40 + 3
46	bốn mươi sáu	/bon ⁵ mɯɣj ¹ ʂaw ⁵ /	3	4 x 10 + 6	quarante-six	/ka.ʁɛ̃t.sis/	4	40 + 6

Note. VBN, verbal number; Syl, number of syllables. Vietnamese tones^{1–6} based on the International Phonetic Alphabet Association. Mean of Vietnamese (2.27 ± 0.77) vs. French syllables (2.32 ± 0.99). Paired-samples *t*-test showed no difference, *t*(21) = -0.37, *p* = .715.

Table 3. Comparison between Vietnamese and French based on the ADAPT^{BASIC} transcoding model by structure

Structures	Vietnamese			French		
	Rule	Condition	Action	Rule	Condition	Action
U	Pa	Input = unit	Find PV in LTM	Pa	Input = unit	Find PV in LTM
		Frame = no	Set PV in chain		Frame = no	Set PV in chain
			Stop			Stop
T	Pa	Input = unit	Find PV in LTM	Pd	Input = teen	Find PV in LTM
		Frame = no	Set PV in chain		Frame = no	Add 1 in chain
	Pc	Input = dix [ten]	Set frame _ in chain			Set frame in chain
		Frame = no				Step PV in empty slot
	Pa'	Input = unit	Find PV in LTM			Stop
		Frame = yes	Set PV in empty ()			
D	Pa	Input = unit	Find PV in LTM	Pb	Input = decade	Find PV in LTM
		Frame = no	Set PV in chain		Frame = no	Set PV in chain
						Set frame _ in chain
	Pc	Input = dix [ten]	Set frame _ in chain	Pe'	Input = end	Fill empty slot with 0
		Frame = No			Frame = yes	Stop
	Pe'	Input = end	Fill empty slot with 0			
DU	Pa	Input = unit	Find PV in LTM	Pb	Input = decade	Find PV in LTM
		Frame = no	Set PV in chain		Frame = no	Set PV in chain
						Set frame _ in chain
	Pc	Input = dix [ten]	Set frame _ in chain	Pa'	Input = unit	Find PV in LTM
		Frame = No			Frame = yes	Set PV in ()
	Pa'	Input = unit	Find PV in LTM			Stop
		Frame = yes	Set PV in ()			
			Stop			

Note. PV, primitive verbal.

2. Methods

The Ethics Committee of the Psychological Sciences Research Institute of the Catholic University of Louvain approved this study. All parents consented on written forms to their children's participation.

2.1 Participants

Children were recruited from six elementary schools in Vietnam and two elementary schools in Belgium's French-speaking region (Wallonia). We selected mainly children from well-developed cities in South Vietnam, namely, Ho Chi Minh City and Binh Duong, to have samples that were more comparable. In Belgium, we chose French-speaking cities that have average socioeconomic levels (Ottignies and Gembloux). The children were all monolingual

Vietnamese or French speakers. Children were not considered whose parents reported some neurodevelopmental disorders (3 FS and 5 VNS children), nor were those considered who were participating in early math education programs outside the school (8 VNS children).

One hundred and seventy-three VNS children (mean age of 6 years and 2 months, $SD = 3.93$ months, 91 boys) and 68 FS children (mean age of 6 years and 4 months, $SD = 3.29$ months, 32 boys) were tested. All the children were tested two months after their entry to the first grade, so formal schooling had begun to decrease the impact of mathematics instruction between them. The educational program in Vietnam is identical for private and public schools because they use the same schoolbooks and follow an identical agenda. At the time of the testing process, the children in both countries had learned to identify numbers, write them, and perform addition and subtraction with numbers up to 5.

2.2 Tasks and stimulus

We used four paper-and-pencil tests.

Symbolic magnitude processing (SYMP Test). This test was developed by Brankaer, Ghesquière, and De Smedt (2016) and aims at measuring symbolic magnitude processing. The test involves two parts: number comparison and motor speed.

In the number comparison part, 60 single-digit pairs are presented in four columns of 15 pairs each (Verdana font, size 12). All possible combinations of the digits from 1 to 9 are included. Participants are asked to color the larger of the two digits with a watercolor pen. Four practice trials are given to ensure that all the children understand the task.

In the motor speed part, the children are presented with 60 pairs of figures (circle, square, triangle, heart, star, or moon). One figure of the pair is colored black, while the other is white. The children are instructed to color the black figures as fast as possible with a watercolor pen. Two practice trials were presented to ensure that all participants understood the task.

In the original task, the time limit was 30 seconds, and the children were tested after one semester of schooling. As the children in this study were younger and based on the pilot study with 42 Vietnamese first-graders, we allowed them 60 seconds to answer as many items as possible for each task. The dependent variables used were the number of correct responses to the number comparison and the motor speed produced in the allocated time.

Arithmetic task. The paper-and-pencil arithmetic task included 13 calculations with sums ≤ 11 : $2 + 2$, $3 + 3$, $4 + 4$, $2 + 3$, $4 + 2$, $5 + 3$, $6 + 2$, $6 + 3$, $7 + 2$, $8 + 2$, $5 + 5$, $9 + 2$, and $7 + 4$. Based on the pilot study ($n = 42$), in which we found that the completion time was between 3 and 5 minutes, the children were allowed a maximum of 5 minutes to complete the task. The success rates were used as the dependent variable.

Verbal-Arabic-transcoding task. The task requires participants to write the Arabic number dictated by the experimenter. It is administered collectively to the whole class. It consists of 22 trials of 1- and 2-digit numbers. Images of animals (i.e., 22 different animals: elephant, tiger, horse, etc.) are drawn on the response sheet to help the children understand

where to write each answer. The instructions were as follows: “*write the number ‘three’ next to the cat.*” After observing that all the children finished their writing, the experimenter dictated the subsequent number. Four practice trials were given to ensure that the child understood the task. The following 22 numbers were dictated: numbers corresponding to units (2, 5, and 8), decades (10, 20, and 30), tens in French (11, 12, 13, 14, 15, and 16), and decade-unit (DU) structures (21, 25, 26, 31, 34, 35, 43, 24, 32, and 46). The success rates and error types of the transcoding tasks were used as the dependent variables.

Analog-Arabic-transcoding task. The children were presented with paper sheets on which sets of sticks (one stick represents the unit and a bundle of ten sticks represents 10) were drawn. They were asked to write the corresponding Arabic number next to each drawing. The task contained 22 trials, corresponding to the same numbers as those used in the dictation task but presented differently. Furthermore, for half of the T and DU items, the stick bundles were presented on the left and the sticks alone on the picture’s right side (i.e., typical order for the numbers 11, 13, 16, 26, 34, and 43), while for the other half, the sticks alone were presented on the left and the stick bundles on the picture’s right side (i.e., reverse order for the numbers 12, 14, 15, 24, 32, and 46). This manipulation was presented to check whether the children understood the quantity represented and accurately distinguished the sticks and the bundles’ quantities. All of the remaining trials were presented in the typical order. The stimuli were presented on A4 size paper, with six trials per page. Each typical order trial came after three reverse order trials. To instruct the children, they were first shown real sticks, shown that ten of them made one bundle, and shown the corresponding pictures. Then, they were provided with four practice trials (with both typical and reverse orders) with the correct answers to ensure that they understood the task (see Figure 1c). The correct answer was coded 1, and other answers were coded 0. The correct identification of the base-10 representation for the stick bundle was encoded as 1; all other answers were encoded as 0. The dependent variables used were the analog-Arabic-transcoding task’s success rates (among 22 trials) and the success rates for base-10 consideration (for the 19 trials of the task, as the three trials corresponding to the unit structure are not considered here).

In the pilot study (with 42 Vietnamese-speaking children), we used bundles, as depicted in Figure 1a, and observed that many of the children counted each stick in the bundle but did not understand that one stick bundle represented ten sticks. To differentiate between the children who understood this and those who did not, we removed the stick’s trace on the top of the bundle and used stimuli, as depicted in Figure 1b. A second pilot study ($n = 20$) with those new stimuli showed that some participants understood that a bundle was ten sticks, while others failed to understand this and either counted each stick on the bundle’s front and, accordingly, falsely identified the bundle as containing four sticks or did not differentiate between the sticks and the bundles but considered the bundle as only one item. These representations were used for this experiment.

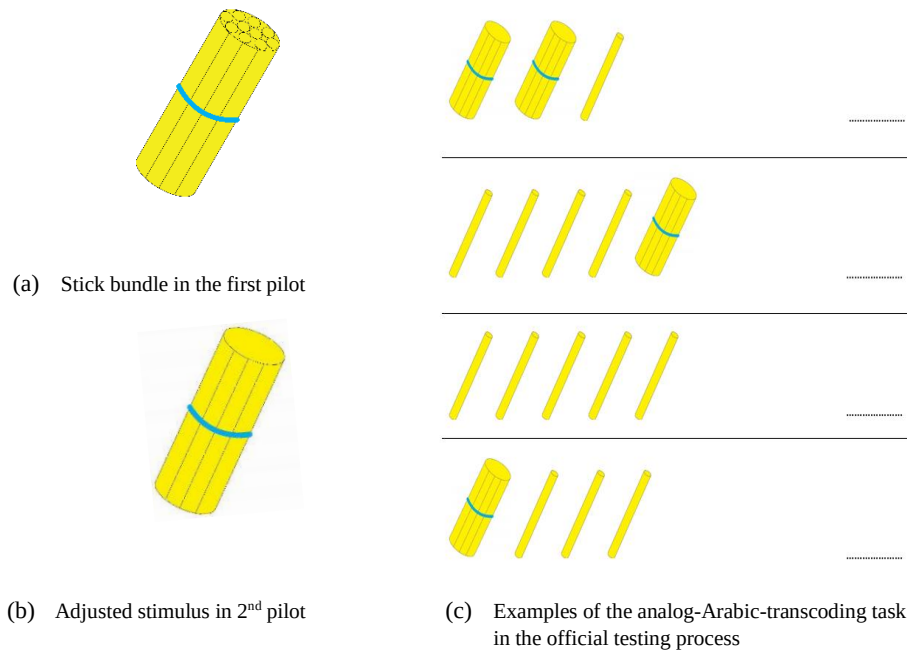


Figure 1. Stimuli used in the pilot and final testing process of the analog-Arabic-transcoding task

2.3 Procedure

The children were tested collectively in a quiet room in their school in a session of 25 minutes. They sat one per table to avoid peeking and were recommended to cover their answers with their hands when they were done. The tasks were administered in the following order: motor -speed, verbal-Arabic-transcoding, analog-Arabic-transcoding, number-comparison, and arithmetic. The official testing process was conducted in November in Vietnam and in December in Belgium because schools open in Belgium (September) one month later than they do in Vietnam (August). The data collection processes in Vietnam and Belgium were realized by two Vietnamese and two Belgian experimenters. The first author was present for all the testing processes.

2.4 Transcoding error analysis

Errors were categorized as lexical or syntactic (following Deloche & Seron, 1982a, 1987; Moeller et al., 2015).

Lexical errors concern the substitution of one or more lexical elements by another without modifying the number's global structure. This error category is further subdivided into (a) *lexical errors in the zero position (L0)*, e.g., “twenty”—20 → 21; (b) *lexical errors in the unit position (LU)*, e.g., “twenty-six”—26 → 25; (c) *lexical errors in the decade position (LD)*, e.g., “thirteen”—13 → 33; or (d) *lexical class errors (LC)*, e.g., “thirteen”—13 → 30.

Lexical class errors occurred in French but not in Vietnamese. In contrast, Vietnamese's lexical errors could result from the inversion of the lexical primitives "ten" and the unit, e.g., "ten two"—12 → "two ten"—20. Lexical errors that could not be classified into one of these categories were coded as (f) other lexical errors (**L-Other**).

Errors were classified as syntactic when they altered the produced numeral's syntactic structure compared to the target form. Syntactic errors could either be due to violations of the (a) *additive composition rule (S+)*, e.g., in Vietnamese, "two-ten-five" = "hai mươi lăm"—(for 25) → 205 (when five is appended in the composition rather than added); (b) *multiplicative composition rule (Sx)*, e.g., "two-ten-five" (for 25) → 215 (when ten is appended to the composition rather than multiplied); and (c) *additive and multiplicative composition (S+x)*, e.g., "two-ten-five" (for 25) → 2105 ($2 \times 10 + 5$). Further, (d) *inversion errors (S-I)* were categorized as syntactic errors when the unit and decade digits were inverted, e.g., "forty-six" → 64 or as (i) *syntactic errors with the omission of value in the unit or decade position (S-Omission)*, e.g., "twenty-four"—24 → 2 or "thirty-four"—34 → 4. Again, errors that could not be classified into these subcategories were coded as (f) other syntactic errors (**S-Other**).

2.5 Misunderstanding of the base-10 representation

In the analog-Arabic-transcoding task, misunderstanding of the base-10 material (i.e., the stick bundle) was encoded as **D4** when the child erroneously counted the visible sticks in the bundle and thus considered the bundle as four units (e.g., two bundles and one stick were transcoded as 9 ($4 + 4 + 1$)) or as **D1** when the child erroneously considered the bundle as 1 unit (e.g., three bundles and five sticks were transcoded as 8 ($1 + 1 + 1 + 5$)). If the child misunderstood base-10 or erroneously identified base-10 as D4 or D1 and violated the lexical or syntactical rule mentioned above, (e.g., 2D6U (for 26) → 104 (i.e., $4 + 4 + 6 = 14$)) combined with a syntactic error of additive composition), it was encoded only as D4 or D1 without an error nature analysis.

3. Results

The analyses were run on SPSS version 25.0.

3.1 Preliminary analyses

3.1.1 Reliability of tasks, gender, and parental education analysis

First, we calculated the Cronbach's alpha to assess the internal consistency of the three tasks developed in this study. The results showed a good reliability coefficient for the verbal-Arabic-transcoding ($\alpha = .93$), analog-Arabic-transcoding ($\alpha = .97$), and arithmetic tasks ($\alpha = .84$).

The two samples were similar in terms of the parents' educational levels (encoded in terms of the number of years of schooling (as a continuous variable) to enable the comparison between the somewhat different schooling systems in the two countries). There was no significant difference (univariate ANOVAs) between the two samples for the mothers ($F(1, 239) = 2.46, p = .118, \eta^2 = .010$; the VNS children's mothers ($M = 14.64, SD = 2.24$) vs. the FS children's mothers ($M = 15.19, SD = 2.92$)), or for the FS children's fathers ($F(1, 239) = 0.87, p = .351, \eta^2 = .004$; the VNS children's fathers ($M = 15.00, SD = 2.08$) vs. the FS children's mothers ($M = 15.28, SD = 2.02$)). In each sample, both the mothers and fathers averaged 15 years of schooling, equivalent to the college education level (in Vietnam) or superior education (in Belgium). An independent t -test also indicated that the two samples behaved similarly in terms of motor speed (the VNS children (50.42 ± 12.78) and the FS children (53.03 ± 12.78), $F(1, 241) = 2.29, p = .131, \eta^2 = .010$).

Except for motor speed, where girls were faster than boys ($t(229.69) = 2.36, p = .019, d = .30$, mean of 53.01 ± 10.40 for the girls and 49.37 ± 13.30 for the boys), there were no differences in task performance according to the child's gender—number comparison: $t(233.69) = 0.03$; addition: $t(239) = 0.57$; verbal-Arabic-transcoding: $t(239) = 0.57$; and analog-Arabic-transcoding: $t(239) = 0.99$; all $ps > .05$. Levene's test indicated unequal variances ($F = 10.35, p = .001$, and $F = 4.74, p = .03$), so the degrees of freedom were adjusted from 239 to 229.69 and from 239 to 233.69.

3.1.2 Cross-national variation in general numerical performance

The success rates on the four numerical tasks (number-comparison, addition, verbal-Arabic-transcoding, and analog-Arabic-transcoding) were compared between the two language groups using a MANOVA. The main effect of language was significant ($V = 0.26, F(4, 236) = 20.66, p < .001, \eta^2 = .259$). The Vietnamese- and French-speaking children differed on both the transcoding tasks but did not differ on the number-comparison and addition tasks (Table 4). This result supports the hypothesis that a transparent number-naming system positively affects transcoding abilities. Unexpectedly, this advantage is also present when the input and output formats are the same for the two groups (figure 2).

Table 4. Comparison of success rates on the numerical tasks by group

	Mean $\pm$ SE (%)		Language effect
	VNS	FS	
Number comparison	45.62 $\pm$ 1.08	46.10 $\pm$ 1.39	$F(1, 239) = 0.06, p = .806, \eta^2 = .000$
Addition	86.08 $\pm$ 1.77	84.39 $\pm$ 2.29	$F(1, 239) = 0.28, p = .594, \eta^2 = .001$
Verbal-Arabic-transcoding	90.15 $\pm$ 1.33	64.97 $\pm$ 3.75	$F(1, 239) = 63.15, p < .001, \eta^2 = .209$
Analog-Arabic-transcoding	62.13 $\pm$ 2.46	44.45 $\pm$ 4.04	$F(1, 239) = 14.31, p < .001, \eta^2 = .057$

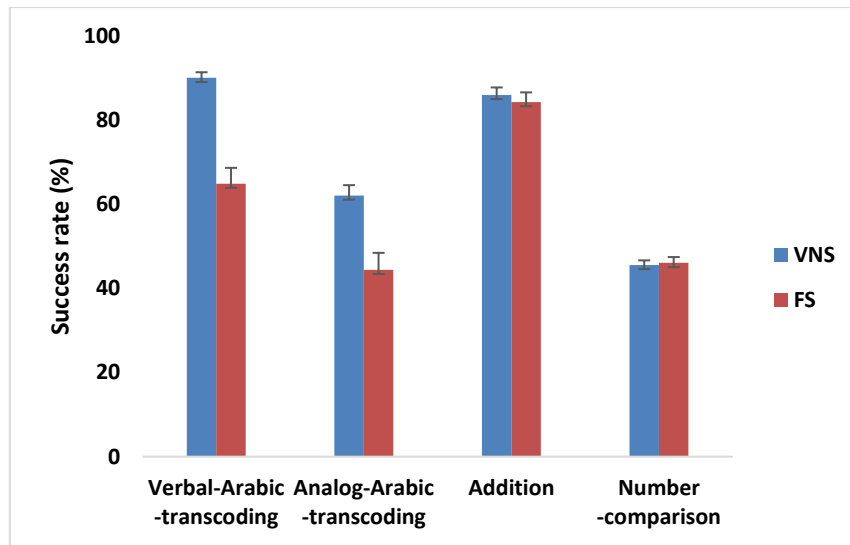


Figure 2. Comparison of the success rates by task and language-speaking group (error bars represent standard errors)

3.2 Analysis plan

The subsequent analyses focus on a deeper exploration of the language effect on the transcoding performance and error nature. For that purpose, a repeated-measures ANOVA and independent and paired-samples *t*-tests were conducted. Gender was not introduced in the analyses because neither a significant gender effect nor a gender x language interaction was detected (all *ps* > .05). If the sphericity assumption was violated, the corrected degrees of freedom, together with the respective Greenhouse-Geisser coefficients (GGs) or Huynh-Feldt coefficients (HFs), were reported when epsilon < .75 or > .75 (Field, 2018).

3.3 Verbal-Arabic-transcoding performance and error analysis

3.3.1 Verbal-Arabic-transcoding performance according to the structure of the verbal input code

Table 5 shows the mean and standard error (SE) of the Vietnamese- and French-speaking children for each verbal number structure.

Table 5. Success rates on the verbal-Arabic-transcoding task by structure and language

Structures (items in parentheses)	Mean ± SE (%)	
	VNS	FS
U (2, 5, and 8)	98.65 ± 0.69	99.02 ± 0.69
D (10, 20, and 30)	92.87 ± 1.55	84.56 ± 3.44
T (11–16)	92.1 ± 1.59	78.26 ± 3.71
DU (e.g., 21, 25, 26, etc.)	88.67 ± 1.74	53.52 ± 5.09

To examine whether the Vietnamese- and French-speaking children were sensitive to their number language system's particularities, the success rates were tested by a 2 (languages) x 4 (structures: U, D, T, and DU) ANOVA with repeated measures on the last factor. Consistent with the previous analysis, the main effect of language was significant ($F(1, 239) = 37.73, p < .001, \eta^2 = .136$), indicating that the French-speaking children's success rates were lower than those of the Vietnamese-speaking children. The main effect of the structure of the verbal number was also significant ($F(2.81, 670.53) = 77.30, p < .001, \eta^2 = .244, HF = 0.94$). Pairwise comparisons (Bonferroni correction) showed that the success rates on the U structure were the highest (all $ps < .001$), the success rates on the T structure were higher than those on the D and DU structures ($p = .032, p < .001$, respectively), and the success rate of the D structure was higher than that of the DU structure ($p < .001$). This finding reflects the development pattern of children's transcoding. The interaction of structure x language was also significant ($F(2.81, 670.53) = 33.56, p < .001, \eta^2 = .123, HF = 0.94$; figure 3).

To understand the structure x language interaction more precisely, independent *t*-tests for each of the four structures were conducted with an alpha value devised by 4 (.0125). For the U and D structures, both groups had similar performances (U: $t(239), p = .706, d = .04$; D: $t(95.47) = 2.2, p = .030, d = .34$), but for the T and DU structures, the VNS children had a higher performance than the FS children did (T: $t(92.74), p = .001, d = .53$; DU: $t(83.17), p < .001, d = 1.04$). Levene's test indicated unequal variances for three structures (D, T, and DU) but not for U (all $ps < .001$), so the degrees of freedom were adjusted for D, T, and DU from 239 to 95.47, 92.74, and 83.17, respectively. These results support the hypothesis that the base-10 transparency favors transcoding for numbers in the T and DU structures among Vietnamese-speaking children.

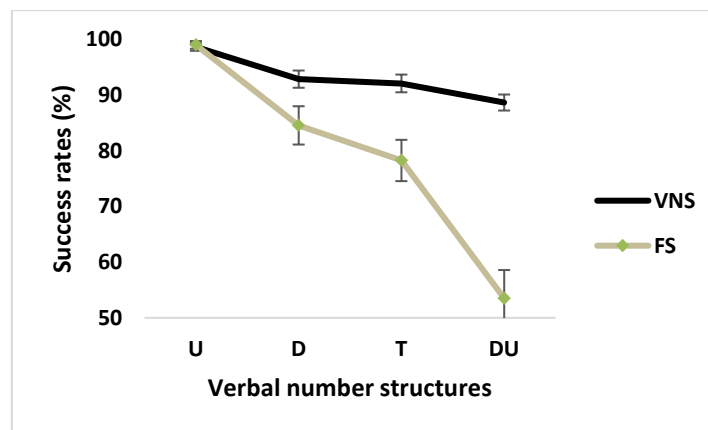


Figure 3. Success rates according to the structure of verbal numbers (error bars represent standard errors)

3.3.2 Verbal-Arabic-transcoding error

Table 6 shows the error frequency and rates (mean $\pm$ SE) for each error category.

Lexical and syntactic errors in the verbal-Arabic-transcoding task

Independent *t*-tests were carried out on both the lexical and syntactic error rates of transcoding to examine whether these differed by language. The French-speaking children committed significantly more lexical errors than the Vietnamese-speaking children did ($t(74.22) = 5.08, p < .001, d = .91$; Table 6). However, the syntactic error rates did not differ by language ($t(233.21) = -1.86, p = .064, d = .25$). Levene's test indicated unequal variances for lexical ($F = 106.45, p < .001$) and syntactic errors ($F = 8.62, p = .004$), so the degrees of freedom were adjusted for lexical and syntactic errors from 239 to 74.22 and 233.21, respectively. In sum, these results corroborated the hypothesis that the FS children would commit more lexical errors, as French has a larger lexicon to learn.

Lexical error subcategories in the verbal-Arabic-transcoding task

The independent *t*-tests conducted on each of the five lexical error subcategories (L0, LU, LD, LC, and L-Other) showed that the French-speaking children committed significantly more lexical errors related to the unit position (LU, e.g., $\underline{16} \rightarrow \underline{15}$, $t(90) = 2.75, p = .007, d = .43$), the decade position (LD, e.g., $\underline{14} \rightarrow \underline{24}$, $t(68.29) = 5.16, p < .001, d = .88$), class (LC, e.g., $\underline{13} \rightarrow \underline{30}$, $t(82.51) = 2.8, p = .006, d = .45$) and other (L-Other, $t(74.45) = 3.22, p = .002, d = .53$) than the Vietnamese-speaking children did. The groups did not differ in the lexical errors related to the zero position (e.g., "twenty"- $\underline{20} \rightarrow \underline{21}$, $t(239) = 0.02, p = .980, d = .01$; Table 6). Levene's test indicated unequal variances for the four stated lexical error subcategories (all $ps < .001$), so the degrees of freedom were adjusted from 239 to 90, 68.29, 82.51, and 74.45.

We hypothesized that the learning of teen and decade words would challenge the FS children. We expected that, regarding the T structure, they would especially produce an error on the unit position (LU), while for the DU structure; they would mainly produce errors in the decade position (LD), but that these differences should not appear for the VNS children. Accordingly, we conducted paired-samples *t*-tests separately for each group. As expected, when transcoding T numbers, the FS children produced six times more LU than LD errors (36 errors, 8.82 ± 2.02 error rates and 6 errors, 1.47 ± 0.76 error rates, respectively; $t(67) = 3.54, p = .001, d = .62$). In contrast, when transcoding the DU structures, they produced nine times more LD (64 errors, 15.69 ± 3.02 error rates) than LU errors (7 errors, 1.71 ± 0.71 error rates; $t(67) = 4.37, p < .001, d = .74$). However, this difference did not appear for the VNS children when transcoding the number with the DU structures (9 LU vs. 9 LD; $t(172) = 0.00, p = 1.000, d = .00$). Regarding the transcoding of the T structures, the VNS children committed more LU (0.77 ± 0.27) than LD errors (0.19 ± 0.14 ; $t(172) = 2.14, p = .033$, but this difference was rather small ($d = 0.21$; 8 LU vs. 2 LD). Thus, the results support our hypothesis that the French number-naming system's larger lexicon led to more lexical errors, in particular, due to confusion among the decade (thus resulting in more LD errors) and teen words (resulting in more LU errors).

Syntactic error subcategories in the verbal-Arabic-transcoding task

Regarding the syntactic errors (see Table 6), of course, the FS children never produced Sx or S+x errors, as none of the verbal structures proposed involved any multiplicative relations. However, surprisingly, they also never produced any S+ errors. By contrast, the VNS children produced all of these types of errors, with the majority being S+ errors.

The paired-samples *t*-tests showed that the VNS children committed more additive composition errors (S+) than the other error types: Sx: $t(172) = 2.75, p = .007, d = .29$; S+x: $t(172) = 2.75, p = .007, d = .40$; S-I (inversion error): $t(172) = 2.78, p = .006, d = .30$; and other syntactic error (S-Other): $t(172) = 3.23, p = .001, d = .13$. However, the S+ error rates were not significantly higher than the omission syntactic error rates (S-Omission; $t(172) = 1.42, p = .157, d = .31$; Table 6).

The VNS children performed better than the FS children did on the T and DU structures (but not on the U and D structures). The FS children's success rates were significantly higher in the T than in the DU structure, showing a number size effect. The FS children committed more lexical errors than the VNS children did, especially LU, LD, and LC errors. Interestingly, their lexical errors were more often related to the unit position for the T structure and the decade position for the DU structure. However, this difference in DU transcoding did not appear for the VNS children. Finally, although neither group differed in syntactic error rates, the VNS children produced only S+, Sx, or S+x errors, with most of the syntactic errors related to the additive composition.

Table 6. Overview of the error rates for both of the transcoding tasks: the overall errors (A) and subcategories of lexical (B) and syntactic errors (C); misunderstanding of base-10 (D) only for the analog-Arabic-transcoding task

Error categories	Verbal-Arabic-transcoding				Analog-Arabic-transcoding			
	VNS		FS		VNS		FS	
	Frequency	Mean $\pm$ SE (%)	Frequency	Mean $\pm$ SE (%)	Frequency	Mean $\pm$ SE (%)	Frequency	Mean $\pm$ SE (%)
(A) Overall errors								
Lexical errors	121	3.18 $\pm$ 0.5	233	15.57 $\pm$ 2.37	323	8.49 $\pm$ 0.94	212	14.17 $\pm$ 2.07
Syntactic errors	152	3.99 $\pm$ 0.8	32	2.13 $\pm$ 0.6	58	1.52 $\pm$ 0.36	141	9.43 $\pm$ 2.46
(B) Subcategories of lexical errors								
L0	10	0.26 $\pm$ 0.10	4	0.27 $\pm$ 0.13	8	0.21 $\pm$ 0.10	4	0.27 $\pm$ 0.13
LU	53	1.39 $\pm$ 0.28	52	3.48 $\pm$ 0.70	80	2.10 $\pm$ 0.35	54	3.61 $\pm$ 0.87
LD	14	0.39 $\pm$ 0.12	103	6.89 $\pm$ 1.25	108	2.84 $\pm$ 0.43	49	3.28 $\pm$ 0.69
LC	22	0.58 $\pm$ 0.18	33	2.21 $\pm$ 0.55	36	0.95 $\pm$ 0.30	27	1.81 $\pm$ 0.45
L-Other	21	0.55 $\pm$ 0.15	41	2.74 $\pm$ 0.66	91	2.39 $\pm$ 0.39	78	5.21 $\pm$ 1.00
(C) Subcategories of syntactic errors								
S+	69	1.81 $\pm$ 0.5	0	–	7	0.18 $\pm$ 0.12	6	0.4 $\pm$ 0.28
Sx	12	0.32 $\pm$ 0.24	0	–	0	–	0	–
S+x	2	0.05 $\pm$ 0.05	0	–	1	0.03 $\pm$ 0.03	0	–
S-I	15	0.39 $\pm$ 0.12	12	0.8 $\pm$ 0.33	22	0.58 $\pm$ 0.18	9	0.6 $\pm$ 0.21
S-Omission	42	1.10 $\pm$ 0.32	9	0.6 $\pm$ 0.27	18	0.47 $\pm$ 0.13	100	6.68 $\pm$ 2.18
S-Other	12	0.32 $\pm$ 0.13	11	0.74 $\pm$ 0.4	10	0.26 $\pm$ 0.11	26	1.74 $\pm$ 1.02
(D) Base-10 errors (D1 and D4)	–	–	–	–	586	17.83 $\pm$ 2.43	272	21.05 $\pm$ 4.08
Total errors (A + D)	272		265		967		625	

3.4 Analog-Arabic-transcoding performance and error analysis

3.4.1 Analog-Arabic-transcoding performance according to the structure and order of the analog stimuli

Table 7 shows the means and standard errors for the analog-Arabic correct rates according to the order and structure of the analog number input.

Table 7. Success rates in the analog-Arabic-transcoding task by structure and order

Structures and orders	Mean $\pm$ SE (%)	
	VNS	FS
U	97.88 $\pm$ 1.57	94.60 $\pm$ 1.92
D	66.09 $\pm$ 2.71	47.54 $\pm$ 4.59
T (Teens)	70.33 $\pm$ 2.77	46.56 $\pm$ 4.88
T in typical order	71.86 $\pm$ 2.86	46.08 $\pm$ 5.03
T in reverse order	68.78 $\pm$ 2.88	47.06 $\pm$ 5.14
DU (Decade-Unit)	48.84 $\pm$ 3.17	30.29 $\pm$ 4.69
DU in typical order	50.7 $\pm$ 3.16	31.72 $\pm$ 4.73
DU in reverse order	44.51 $\pm$ 3.41	26.96 $\pm$ 4.85

To examine whether the transcoding performance differed according to the language and analog stimuli structure, the success rates were analyzed using a 2 (languages) $\times$ 4 (structures: U, D, T, and DU) ANOVA with repeated measures on the last factor. The main effect of language was significant ($F(1, 237) = 18.07, p < .001, \eta^2 = .84$), indicating that the success rates were lower in the FS than in the VNS children (as shown earlier, 44.45 ± 4.04 vs. 62.14 ± 2.46 , respectively). The effect of structure was also significant ($F(2.34, 555.74) = 168.39, p < .001, \eta^2 = .415, HF = 0.78$; Table 7). Pairwise comparisons (Bonferroni correction) showed that the success rates of the U structure were higher than those of all other structures (all $ps < .001$). The success rates of the T and D structures were similar ($p = .787$) and higher than those of the DU structure (all $ps < .001$). The success rates of the DU structure were the lowest (all $ps < .001$).

The interaction of structure level $\times$ language was also significant ($F(2.34, 555.74) = 9.05, p < .001, \eta^2 = .037, HF = 0.78$; figure 4). To understand this interaction, four independent t -tests were conducted (the alpha was divided by 4, $\alpha = .0125$). The VNS children had similar performance to the FS children for the U structure ($t(79.17) = 1.18, p = .240, d = .19$) but had higher performance on all other structures: D: $t(106.53) = 3.19, p = .002, d = .47$; T: $t(105.07) = 4.32, p < .001, d = .64$; and DU: $t(123.07), p < .001, d = .52$. Levene's test indicated unequal variances for three structures (all $ps < .01$), but not the DU structure ($p = .539$), so the degrees of freedom were adjusted as follows: U: 238 to 79.16; D: 237 to 106.53; and T: 238 to 105.07.

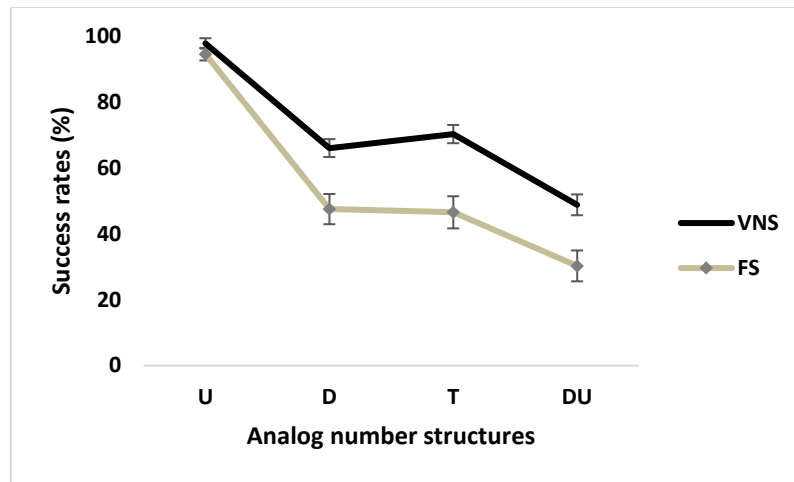


Figure 4. Success rates according to the structure of the analog-Arabic-transcoding task (error bars represent standard errors)

To examine whether the VNS and FS children are sensitive to the order of the analog stimulus, success rates were tested by a 2 (languages) x 2 (orders: typical and reverse) x 2 (structures: T, DU) ANOVA with repeated measures on both of the final factors. The main effect of language was significant ($F(1, 239) = 22.04, p < .001, \eta^2 = .084$) indicating that the VNS children had higher success rates than the FS children did. The structure effect was also significant, as shown in the fact that the T structure's success rates were higher than the DU's, thus revealing a size effect ($F(1, 239) = 67.87, p < .001, \eta^2 = .221, HF = 1.00$). However, the order effect was not significant ($F(1, 239) = 2.59, p = .108, \eta^2 = .011, HF = 1.00$), and neither were any of the interactions (all $ps > .05$; figure 5).

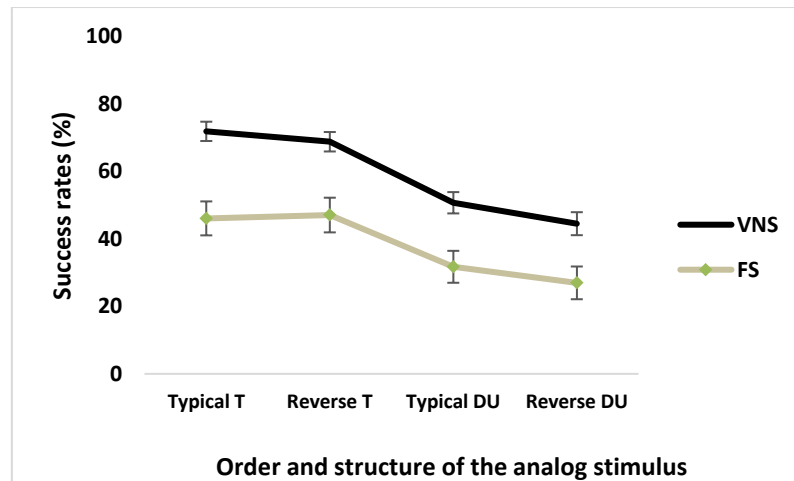


Figure 5. Success rates according to the order structure of the analog-Arabic-transcoding task (error bars represent standard errors)

3.4.2 Analog-Arabic-transcoding errors

Independent t -tests were then carried out to investigate whether the two groups differed in terms of their overall lexical, syntactic and base-10 error rates. These analyses showed that the FS children committed significantly more lexical ($t(95.81) = 2.5, p = .014, d = .39$) and syntactic errors ($t(69.87) = 3.2, p = .002, d = .54$) than the VNS children did (Table 4). However, neither group differed in their base-10 error rates ($t(239) = 0.69, p = .498, d = .10$). Levene's test indicated unequal variances for lexical ($F = 12.61, p < .001$) and syntactic errors ($F = 71.86, p < .001$), so the degrees of freedom were adjusted from 239 to 95.81 and 69.87, respectively.

To resume, in the analog-Arabic-transcoding task, we found that the VNS children performed better than the FS children did on all the structures D, T, and DU but not on the U structure. The FS children committed more lexical and syntactic errors than the VNS children did. However, they did not differ on the base-10 errors. Finally, the analog-Arabic-transcoding performance of both groups was not affected by the stimulus order inversion.

4. Discussion

The current study reexamined the influence of language characteristics on transcoding performance. Specifically, we examined the influence of the base-10 transparency of the number-naming system on children's transcoding performance and error nature. We also examined whether this influence could still be observed when the transcoding task does not involve verbal numbers, as in the analog-Arabic-transcoding task. For these purposes, we tested children speaking Vietnamese or French. To minimize the possible impact of differences in mathematics instruction across the countries, we selected young first-grade students who had attended primary school for only two months.

Furthermore, the two groups were similar in terms of gender, parental education level, motor speed, and general number knowledge (arithmetic and single-digit number comparison). However, despite their high degrees of comparability, we found a significant difference between the two groups in both transcoding tasks. The VNS children performed higher than the FS children did on both the verbal- and analog-Arabic-transcoding tasks. This finding is consistent with previous studies (Moeller et al., 2015; Nguyen & Grégoire, 2014).

Vietnamese, like several other Asian number-naming systems, is a regular base-10 system. Previous studies have shown that these regular systems facilitate the numerical development of young children. In particular, such systems favor the counting development of Asian preschoolers (Lê & Noël, 2020; Miller et al., 1995) and their understanding of the base-10 representation of numbers (Miura et al., 1988, 1989, 1993, 1994). Here, we found that it also has advantages for children's transcoding abilities.

4.1 Advantage of the base-10 number-naming system on the verbal-Arabic-transcoding task

The Vietnamese-speaking children showed a higher success rate on the verbal-Arabic-transcoding task at the beginning of the first grade, although they have not formally learned Arabic numbers beyond 10 (i.e., the curricula's program for both samples is equal, for instance, only teaching Arabic numbers until 5 at the testing time). This advantage can be accounted for by the semantic transcoding model of McCloskey et al. (1985), which assumes that the base-10 transparency of the Vietnamese number-naming system would facilitate the necessary activation of the base-10 semantic representation of the numbers to transcode.

Differences were observed between the FS and VNS children for the T and DU structures but not for the U and D structures. Overall, the FS children committed more lexical errors than the VNS children did, both class errors ("Treize", 13 → "Trente", 30) and errors related to the position information of the lexical primitive (errors on the unit position for the T structures, i.e., 12 → 14 and errors on the D position for the DU structures, e.g., 25 → 35). Our results align with the previous finding (Moeller et al., 2015) that German-speaking children committed more lexical class errors and place-value-related errors than Japanese-speaking children. This finding supports the view that the mental lexicon of number words is organized in ordered classes in a language such as French (see Deloche & Seron, 1982a, 1982b).

According to the ADAPT model (Barrouillet et al., 2004), lexical errors are due to storage difficulty, which depends on the number of syllables in the sequence or difficulties in retrieving the digital forms from LTM. As we used numbers with similar syllable lengths in both languages, this factor cannot explain the observed difference. However, transcoding from Vietnamese verbal numbers requires more steps in terms of "forms to retrieve from LTM" than French verbal numbers do (except for the U structure) (see Table 3). Therefore, we presumed that the ADAPT model would predict a higher rate of lexical errors among the VNS than the FS children, which was not the case. The critical factor accounting for the difference in lexical errors produced is thus not related to the number of steps required to "find the primitive verbal form from LTM." Instead, the crucial factor at that age seems to be the extent of the numerical lexicon. As many primitives from different classes must be processed in French while only unit words are considered in Vietnamese, the FS children produced more lexical errors than the VNS children did. At that age, FS children still struggle to master number words beyond units, and they still confuse T and D words. We support Barrouillet et al.'s (2004) observation that learning lexical primitives pose difficulties in French first graders but are no longer a challenge for second and third graders. Thus, we suggest integrating the results into the ADAPT^{BASIC} model by considering that processing a U word has a lower cost than processing a T or a D word at such a young age.

We could also hypothesize that more interference could occur when retrieving a lexical primitive in the French lexicon than in the Vietnamese lexicon. Indeed, for example, the word "thirteen" (13) could also activate the word "thirty" (30), as they are both located in the third position in their respective lexical class. Consequently, to correctly transcribe the number

“thirteen”, the child must retain one of the candidates (thirteen) and inhibit the others (thirty); otherwise, a class error (“13”→ 30) could occur. In the field of numerical cognition, we have not seen a model of transcoding that accounted for the role of inhibition in number transcoding. Concerning the ADAPT model, only the role of WM and long-term memory is considered. The error analysis results show that the FS children produced more class errors than the VNS children. This may suggest that the role of competitor inhibition in different lexical classes must also be incorporated into the transcoding model to explain the class error.

Another point regarded the syntactic errors: both the Power and Dal Martello (1990, 1997) and the ADAPT models (Barrouillet et al., 2004) predicted that the VNS children would produce more syntactic errors than the FS children. According to the former, Vietnamese verbal numbers involve more additive and multiplicative relations than French verbal numbers do. This situation is because Vietnamese number transcoding requires the processing of more transcoding rules than French number transcoding does, and syntactic errors are due to algorithmic transcoding failures. However, this was not the case. Both groups of children produced a similar rate of syntactic errors. Nevertheless, we found that the VNS children produced only S+, Sx, or S+x errors, with most syntactic errors related to the additive composition (69 S+ errors among 152 syntactic errors). Our finding is consistent with a previous study, which showed that 7-year-old Italian-speaking children mainly produced overwriting errors (related to the additive relationship) (Power & Dal Martello, 1990).

4.2 Advantage of the base-10 number-naming system for the analog-Arabic-transcoding task

Surprisingly, even when the input and output formats were strictly similar in the two groups, i.e., in the analog-Arabic-transcoding task, the VNS children still outperformed the FS children. This observation cannot be explained by a difference in familiarity with the analog material used here, as none of the children in either group had been taught this number representation in school. How can we account for these results? None of the presented transcoding models were developed to account for this type of task. However, we could assume that McCloskey’s model (1985) would predict no difference between the two groups in this task, as both the input and the output codes are strictly similar.

To account for this difference, we propose that the analog-Arabic-transcoding task requires an understanding of the base-10 material represented and the activation of the corresponding verbal number in the phonological buffer (e.g., “these are one, two, three bundles, which is thirty and one, two sticks, so thirty-two sticks”). This verbal number is then transcribed into the corresponding Arabic number.

The performance difference in the analog-Arabic-transcoding task between the FS and VNS children cannot be explained by understanding the analog material presented. Indeed, the rate of D1 and D4 errors witnessing the misunderstanding of the base-10 material was similar in the two groups. Instead, we propose that the difference occurred because the verbal number representation corresponding to the analog material presented is different in the two

groups, as it is language-based. Accordingly, in the analog-Arabic-transcoding task, we found the same difference in performance between the two groups as the one observed in the number-dictation task.

This transcoding performance was lower than the one observed in the verbal-Arabic-transcoding task in both groups. This result occurred simply because understanding the material and activating the corresponding verbal number representation is an additional step that may lead to errors beyond those occurring in verbal-Arabic-transcoding tasks. Such an explanation could also account for the results reported by Jarlegan, Fayol, and Barrouillet (1996), who showed that the success rate for verbal Arabic numbers through analog code was lower than that when direct transcoding from verbal language to Arabic code.

In sum, some of our hypotheses were not supported by the theoretical frameworks. Although Vietnamese verbal numbers use more syntactic relations than the corresponding French verbal numbers, the VNS children did not produce higher rates of syntactic errors than the FS children did. This result is not consistent with the prediction made by the Power and Dal Martello (1990, 1997) or ADAPT model (Barrouillet et al., 2004).

Moreover, although Vietnamese verbal numbers require more steps for form retrieval from LTM, we failed to observe more lexical errors in the VNS children, as predicted by the ADAPT model (Barrouillet et al., 2004). Instead, the reverse was found, with more lexical errors produced by the FS children. We argue that at this age, a critical factor is the extent of the numerical lexicon. Indeed, FS children must learn specific number words for T and D, which is not the case for VNS children. For these number words, errors were reported related to the class or the position information (as described by Deloche and Seron, 1982a, 1982b).

Globally, the advantage found in the number-dictation task for the VNS children could be explained by their more transparent base-10 system, which more easily activates the base-10 semantic representation of the number for the transcoding process, as assumed by McCloskey et al. (1985). However, the VNS children did not understand the base-10 representation of numbers better in the analog-Arabic-transcoding tasks; they had the same number of base-10 misunderstanding errors as the FS children did. The other possible explanation is to argue that the difference mainly concerns lexical errors, and these errors were more frequent in the FS children because they continued to be challenged as they learned their more extended numerical lexicon.

Finally, a very similar performance profile was observed in the analog-Arabic-transcoding task, although the input and output codes were strictly similar for both populations. We interpreted this finding by assuming that this task requires the activation of an intermediate verbal representation of the number corresponding to the analog material; accordingly, this phenomenon leads to a similar performance profile in both tasks.

4.3 Limitations and perspectives

Our study has some limitations. To ensure that the children remained attentive, we limited the testing process to four tasks that took 25 minutes. Further studies might consider adding working memory assessments, as they have been shown to influence transcoding performance (see Camos, 2008; Imbo et al., 2014; Moura et al., 2013). Moreover, further studies might examine whether the transparent base-10 Vietnamese number-naming system supports better numerical comprehension. Our 1-digit Arabic-number-comparison task does not address this question.

In summary, we found that the transparency of base-10 or the smaller number lexicon led to better transcoding performance in the VNS than in the FS children. Transcoding errors varied according to the language, with more lexical errors occurring among the FS children and more syntactic errors related to additive relationships (adding 0 or overwriting errors) for the VNS children.

To conclude, we provided evidence that the Vietnamese number-naming system's transparency favors the acquisition of transcoding for children at the beginning of first grade. French requires the mastery of a more extensive lexicon, which could explain FS' higher lexical error-related position and class error rate.

Chapitre 6

Discussion générale

Discussion générale

L'arithmétique est un processus clé dans les apprentissages mathématiques. Les différences individuelles au niveau des capacités cognitives et numériques spécifiques, ainsi que des facteurs socioculturels et des propriétés du système numérique verbal peuvent influencer le traitement numérique et le développement des compétences arithmétiques.

Dans le présent travail, nous nous sommes particulièrement intéressés d'une part à la manière dont les facteurs numériques spécifiques prédisent les compétences arithmétiques et d'autre part à la manière dont le système numérique verbal affecte le développement numérique.

1. Résumé de l'étude

Le premier objectif de cette thèse était de mieux comprendre les relations entre des capacités numériques spécifiques chez les enfants d'âge préscolaire et le développement arithmétique. Nous avons mené une étude longitudinale pour évaluer le pouvoir prédictif de ces aptitudes numériques spécifiques sur les capacités arithmétiques ultérieures, en mesurant à la fois les aspects quantitatifs (exactitude, fluidité) et qualitatifs (stratégies). L'analyse de dominance des données prédictives longitudinales nous a permis de tester le poids de ces prédicteurs et de déterminer le prédicteur le plus robuste parmi ceux-ci. Le résultat indique que le comptage, le comptage avancé, la connaissance cardinale des mot-nombres, la comparaison de collections prédisent significativement les compétences d'addition deux ans plus tard alors que le dénombrement, la compréhension de la magnitude symbolique et l'addition approximative symbolique ne le font pas. Parmi elles, deux compétences en matière de comptage (compter le plus loin possible et compter à partir d'une borne) sont des prédicteurs plus dominants que la connaissance de la valeur cardinale des mot-nombres et la comparaison de collections. De plus, le comptage avancé et la comparaison de collections prédisent toujours les compétences arithmétiques après avoir contrôlé les capacités cognitives, alors que le comptage simple et la compréhension cardinale ne le font pas. Ce résultat nous a permis de conclure que la maîtrise de la capacité de comptage avancé est le prédicteur le plus robuste des compétences arithmétiques ultérieures. En outre, l'aptitude au comptage, à comparer des NVO, à dénombrer (une autre mesure de la cardinalité) et l'addition approximative symbolique sont des prédicteurs significatifs de l'évolution arithmétique intra-individuelle, alors que la comparaison des collections et la compréhension cardinale (mesuré par la tâche de donne-moi N) ne l'est pas. Dans l'ensemble, nos résultats indiquent que le traitement numérique symbolique, tel que **le comptage et la comparaison des NVO, contribue de manière plus significative au développement arithmétique que les autres capacités.**

Le second objectif de ce travail était d'examiner l'effet de la plus ou moins grande transparence à la base 10 des systèmes numériques verbaux sur le traitement numérique de l'enfant. Nous avons mené deux études comparatives sur des enfants vietnamiens et francophones. Ces deux systèmes numériques sont différents en termes de la structure de base 10, lexicale et syntaxique des mots-nombres. Les participants étaient des enfants monolingues plus jeunes que dans les études précédentes afin de minimiser les différences de curriculum scolaire entre les pays. La première étude montre que la performance de comptage des enfants vietnamiens est meilleure que celle des enfants francophones, tandis que les autres capacités numériques (comptage avancé, dénombrement, compréhension de la valeur cardinale des mots-nombres, addition approximative, comparaison de collections, addition) sont équivalentes entre les deux groupes. De même, la deuxième étude a indiqué de meilleures capacités de transcodage chez les enfants vietnamiens, alors que leurs performances en matière d'addition et de comparaison de chiffres arabes ne différaient pas par rapport aux enfants francophones. Les enfants francophones ont fait plus d'erreurs lexicales lors du transcodage que les enfants vietnamiens, tandis qu'il n'y avait pas de différence entre les deux groupes en termes d'erreurs syntaxiques. Nos résultats suggèrent que **la nature de l'erreur de transcodage reflète les différences dans le système numérique verbal** et que **la transparence du système numérique verbal en base 10 conduit à de meilleures performances de comptage et de transcodage chez les enfants vietnamiens.**

2. Prédicteurs et mécanismes sous-jacents au développement arithmétique

2.1 Acquisition et élaboration de la chaîne numérique verbale comme précurseur des compétences arithmétiques ultérieures

La capacité de comptage est clairement importante dans l'acquisition initiale des capacités arithmétiques ultérieures. Le résultat de notre étude est cohérent avec plusieurs études précédentes qui ont montré le rôle prédictif du comptage à l'âge préscolaire pour les capacités arithmétiques ou mathématiques ultérieures (Aragón et al. 2016 ; Aunola et al., 2004 ; Aunio et al., 2010 ; Hornug et al., 2014 ; Nguyen et al., 2016 ; Xenidou-Dervou et al., 2018). Notons que des études portant sur des élèves de première année primaire ont même montré que l'aptitude au comptage reste un prédicteur constant de la performance arithmétique en quatrième année (Zhang et al., 2017). De plus, l'entraînement au comptage d'enfants à l'âge préscolaire améliore leurs capacités arithmétiques (Friso-van den Bos, Kroesbergen, & Luit, 2018). Les stratégies de comptage des élèves en première année de primaire prédisent leurs capacités mathématiques en cinquième année du primaire (Geary, 2011). Toutes ces preuves nous permettent d'indiquer une relation réciproque entre le comptage et l'arithmétique.

Pourquoi l'acquisition du comptage est une connaissance fondamentale pour soutenir l'apprentissage de l'arithmétique ? Le comptage semble impliquer le système phonologique, de sorte que la performance de comptage est corrélée à des mesures telles que l'empan de chiffres et la mémoire de travail verbale (Aunola, Leskinen, Lerkkanen, & Nurmi, 2004 ; Kleemans et al., 2011 ; Passolunghi et al., 2007). Les premières procédures arithmétiques sont basées sur le comptage (Fuson et al., 1982 ; Groen & Parkman, 1972 ; Johansson, 2005). Les compétences en matière de comptage varient considérablement d'un enfant de maternelle à l'autre, que l'on considère le comptage par cœur, le comptage d'objets ou la connaissance des principes de comptage (Aunola et al., 2004 ; Kleemans et al., 2011 ; Reigosa-Crespo et al., 2012). La précision et la longueur de la séquence de comptage s'améliorent avec l'âge (Cordes & Gelman, 2005). Ainsi, les performances de comptage et les performances arithmétiques sont fortement liées, du moins jusqu'à ce que les enfants commencent à utiliser d'autres procédures de résolution, comme la récupération (Geary, 2011). Parmi les stratégies de résolution arithmétique des enfants vietnamiens en première année du primaire (CP), 35 % des stratégies sont la récupération. Cela signifie que la connaissance du comptage en maternelle est très importante pour les enfants qui utilisent encore des stratégies basées sur le comptage au CP. Mais c'est également un prédicteur longitudinal important pour d'autres enfants. Pour les enfants qui sont capables d'utiliser d'autres stratégies de calcul non basées sur le comptage lorsqu'ils entrent dans l'enseignement formel, cela peut être dû à leur bonne maîtrise du comptage verbal pendant la période préscolaire, qui favorise les associations problème-réponse dans la mémoire à long terme, leur permettant ainsi de résoudre des additions en récupérant la réponse dans leur mémoire (Siegler & Shrager, 1984).

Au cours du développement de leurs stratégies, à un moment donné, les enfants les plus habiles cessent d'utiliser le comptage pour résoudre les problèmes arithmétiques et passent à des procédures plus sophistiquées, basées sur la mémoire, telles que la récupération ou la décomposition (Geary, Hoard, Byrd-Craven, & Desoto, 2004). Ainsi, à cet âge-là, l'utilisation du comptage pour résoudre des problèmes arithmétiques devient négativement liée à la performance ultérieure (Geary, 2010). Par exemple, Jordan et al. (2008) ont montré qu'en maternelle, la fréquence à laquelle les enfants utilisaient leurs doigts pour compter tout en résolvant des problèmes arithmétiques était positivement liée à leurs performances, alors qu'à la fin de la deuxième année, l'utilisation des doigts était négativement corrélée à leurs performances. Dans nos données, il existe une forte corrélation entre la stratégie de calcul et le type de support, $r(157) = .93, p < .001$; sur les 77,5 % de stratégies analysées en détail (voir chapitre 2) : 9,5 % concernaient l'utilisation des doigts, 13,5 % l'utilisation des doigts et le comptage verbal, 4,8 % le comptage verbal, 49,7 % aucun support. L'utilisation du comptage sur les doigts avec verbalisation pour résoudre des additions dans des classes supérieures (à partir de troisième primaire) peuvent indiquer des difficultés ultérieures en mathématiques (Geary, 2010 ; Jordan et al., 2008).

Pourquoi le comptage (notamment compter à partir d'une borne) est un bon prédicteur des performances arithmétiques et de la sophistication des stratégies ? En utilisant une stratégie mature basée sur le comptage comme le count-min, l'élaboration verbale des nombres (c'est-à-dire la maîtrise du comptage avancé) est obligatoire. En outre, les enfants

doivent également comprendre le concept de connaissance cardinale et de magnitude. La compréhension de la signification cardinale d'un NVO sert de base à la comparaison de la magnitude des mots nombres (Sella, Lucangeli, & Zorzi, 2018) et, plus tard, des nombres arabes (Knudsen, Fischerb, Henning, & Aschersleben, 2015) et de la connaissance symbolique des nombres (Geary & Vanmarle, 2018). Cette connaissance aide les enfants à choisir le plus grand nombre entre les deux termes des additions et à compter ensuite à partir du plus grand (Mussolin, 2016). Lorsque les enfants effectuent cette inversion (par exemple, $3 + 6$, compter à partir de 6 trois pas 7 8 9), cela pourrait indiquer que certains enfants ont développé une certaine connaissance, au moins implicite, de la commutativité. Nous suggérons qu'un enfant qui sait appliquer le *count-min* a un comportement qui reflète une maîtrise de l'élaboration de la chaîne numérique verbale, une série de connaissances conceptuelles liées à la connaissance des relations entre les nombres et à l'arithmétique. Cette capacité peut être maîtrisée même longtemps après un apprentissage formel; par conséquent, la compréhension précoce de cette connaissance donne à l'enfant la possibilité d'adopter un comportement plus économique et de réduire la charge cognitive sur l'apprentissage ultérieur de l'arithmétique.

2.2 La compréhension de la magnitude des nombres symboliques prédit l'évolution arithmétique

Une bonne connaissance de la signification de la magnitude des nombres symboliques, plutôt que de leurs représentations non symboliques est un précurseur fondamental du développement mathématique des enfants (De Smedt et al., 2009, 2013 ; Sasanguie et al., 2013).

Dans notre étude, bien que la capacité à comparer des nombres verbaux ne soit pas un prédicteur significatif des compétences ultérieures en matière d'addition (chapitre 2), elle est un prédicteur significatif des différences interindividuelles dans les performances arithmétiques mesurées à trois moments : en maternelle, au début et à la fin du CP, et dans les progrès arithmétiques entre les différents temps de mesure. Le pouvoir prédictif de cette capacité pourrait différer selon le type variable dépendante étudiée. Dans le chapitre 2, la variable dépendante est un facteur qui couvre à la fois la fluidité, la précision et la stratégie de l'enfant dans la résolution d'additions à la fin du CP. Dans le chapitre 3, la variable est la précision de l'ensemble des additions au 3 temps de mesure. Une autre raison est liée aux changements dans les formats symboliques des calculs présentés. Dans la première mesure de la capacité de calcul à l'âge préscolaire, les problèmes d'addition étaient présentés oralement en association avec des images, car les enfants sont jeunes à cet âge. Cependant, les deux mesures d'addition en première année du primaire utilisent des chiffres arabes. La tâche de comparaison de magnitude de nombres symboliques utilisant les mots nombres, est très corrélée avec la capacité de comptage ($r = .51$), ce qui est peut-être plus en lien avec les problèmes d'addition verbale. Il est possible que la variance partagée entre ces différentes capacités prédise l'évolution arithmétique.

Dans cette étude, le nombre de participants ($N = 157$) ne permet pas l'exploitation d'un modèle d'analyse de données SEM (*Structural Equations Modeling*, pour plus détail, voir Kline, 2015) où l'on peut créer des facteurs latents de variables qui partagent la même variance. La prochaine étude devrait se concentrer sur la relation entre les capacités numériques (le comptage et la compréhension de la magnitude symbolique) et avoir un grand nombre de participants qui pourraient soutenir cette approche.

2.3. La magnitude non symbolique est moins importante dans l'apprentissage arithmétique

Dans notre étude, nous constatons que la comparaison des collections ne prédit que les compétences ultérieures en addition (chapitre 2), mais pas l'évolution arithmétique (chapitre 3). La puissance prédictive de cette aptitude est moins forte que celle de l'aptitude à produire et à élaborer la chaîne numérique verbale (16 % vs. 32 %). Lorsque nous avons examiné la précision de la comparaison de collections séparément pour les items congruents et incongruents, nous avons constaté que seule la condition congruente était un prédicteur significatif des compétences arithmétiques. Ce résultat est en contradiction avec l'étude de Gebuis et al. (2016), qui a montré que la condition incongruente prédisait la capacité arithmétique (voir aussi Fuhs & McNeil, 2013 ; Gilmore et al., 2013). Ces auteurs ont suggéré de considérer la condition incongruente liée comme une mesure de l'inhibition numérique. En revanche, dans notre étude, la condition congruente était un prédicteur significatif, une condition où les enfants n'avaient pas besoin d'inhiber les aspects non numériques. Keller et Libertus (2015) ont montré que la relation entre l'ANS et les capacités mathématiques chez les enfants de maternelle issus de la classe moyenne persistaient même, si on contrôlait leurs capacités d'inhibition. Une étude future pourrait également tester la capacité d'inhibition et réexaminer la relation entre ces composantes.

3. Est-ce que la transparence de la structure des mots nombres est un avantage pour le développement numérique?

Pour répondre à notre question, nos deux études (chapitres 4 et 5) ont montré des preuves de meilleures performances de comptage et de transcodage chez les enfants vietnamiens. La taille de l'effet de la langue est large pour le comptage ($\eta^2 = 0.146$) et pour le transcodage ($\eta^2 = 0.209$).

Pour la première étude, nous avons contrôlé certains facteurs environnementaux (tels que l'éducation des parents, l'activité numérique à la maison) et testé des enfants monolingues qui ne participaient pas à des programmes d'éducation précoce à l'école ou en dehors. L'analyse de régression a montré que malgré le contrôle de la différence de l'expérience numérique et de l'âge de l'enfant, la langue était un prédicteur significatif de la variance des performances de comptage entre les enfants vietnamiens et francophones (9,5 % parmi 37,5 % de la variance). La différence dans la performance de comptage apparaît à partir de

la structure dizaine-unité où les enfants français doivent énoncer les mots nombres de la catégorie des particuliers.

Pour la deuxième étude, nous avons contrôlé de la même manière, l'éducation des parents, l'âge et le niveau d'éducation des deux groupes de participants et avons testé des jeunes élèves de première année qui n'avaient fréquenté l'école primaire que pendant deux mois. Au moment du test, les enfants des deux pays avaient appris à identifier les nombres, à les écrire et à effectuer des additions et des soustractions avec des nombres jusqu'à 5. Les enfants vietnamiens et francophones différaient dans leurs performances dans les deux tâches de transcodage, mais pas dans les tâches de comparaison de nombres et d'addition. Lors du transcodage de structures où les mots des nombres sont réguliers en base 10, comme la structure de dizaine et de dizaine-unité, les enfants vietnamiens ont obtenu de meilleurs résultats. Cependant, les enfants francophones ont fait des erreurs de transcodage spécifiques dans la structure particulière et de dizaine-unité. Conformément à notre hypothèse, l'apprentissage des mots-nombres de la partie particulière (onze-seize) et des dizaines est difficile pour les enfants francophones. Ils ont fait plus d'erreurs lexicales de transcodage : plus d'erreurs en position d'unité lors de l'écriture des nombres de la catégorie des particuliers (par exemple, 13 → 11) et plus d'erreurs en position de dizaine lors de l'écriture des nombres de type dizaine-unité. En outre, ils ont fait plus d'erreurs de classe (13 → 30). Les tailles d'effet observées sont de modérées à élevées.

Nos résultats sont cohérents avec les études précédentes (Miller et al., 1995 ; Moeller et al., 2015; Nguyen & Grégoire, 2014), et nous permettent de confirmer ces différences liées à l'effet de la langue, aux caractéristiques particulières du système numérique verbale. Cela nous permet de pointer les avantages et les inconvénients du système numérique verbal qui peut favoriser ou défavoriser le traitement numérique de l'enfant.

Au niveau du système numérique verbal français, davantage de primitives lexicales rendent l'acquisition du comptage plus compliquée, plus difficile à mémoriser en mémoire à long terme, et d'écrire des nombres sous dictée. Ce système pose plus de problèmes aux enfants apprenant à compter et à transcoder des nombres que les langues asiatiques (Lê & Noël, 2020 ; Miller, Kelly, & Zhou, 2005). En revanche, la transparence en base 10 du système des mots-nombres vietnamiens est un réel avantage, notamment pour les capacités directement liées aux nombres verbaux, tels que la récitation de la séquence verbale et l'écriture des mots nombres sous dictée. Nous suggérons que plus les enfants sont habitués avec la séquence verbale et avancent dans leur récitation de la routine verbale à la maternelle, plus ils ont d'occasions de mémoriser ces mots nombres. L'aspect transparent à la base 10 permet aux enfants vietnamiens de développer plus facilement leur séquence de comptage verbal. Pourtant, on n'a pas observé cet avantage dans d'autres capacités plus avancées telles que le comptage à partir d'une borne, ou la comparaison des mots nombres, l'addition approximative, la comparaison des collections, résoudre des additions simples, ou même comparer des nombres arabes.

Pourquoi la transparence du système de base 10 ne permet-elle pas aux enfants d'obtenir de meilleures performances en arithmétique ou dans d'autres compétences non symboliques, comme le montre l'étude précédente de Geary et al. (1993), Rodic et al. (2015) et Lonnemann et al. (2019) ? Nous avançons deux raisons, la première liée à la sélection, dans ces études, d'un échantillon chinois qui bénéficie d'autres facteurs avantageux pour leurs meilleures performances (expérience éducative à la maison ou à l'école et un niveau plus élevé d'attentes parentales, voir chapitre 1) et la seconde liée à la limite d'influence de la transparence du système verbal des nombres. Par exemple, les enfants vietnamiens n'ont pas une meilleure capacité à compter à partir d'un nombre différent de 1. Cette capacité ne relève pas de la routine verbale, mais d'un niveau plus avancé - un des niveaux d'élaboration de la chaîne numérique verbale (Fuson et al., 1982), où l'enfant atteint le niveau de la chaîne séable : il n'est pas toujours obligé de compter à partir de un, mais est capable de compter à partir de n'importe quel nombre. Le fait de disposer d'une séquence verbale plus longue ne lui permet plus d'être plus performant dans la compréhension de la relation entre les nombres verbaux : lequel est plus grand ou plus petit que l'autre. Nous voyons ici que le concept de magnitude des mots-nombres est l'un des concepts les plus complexes. Dans nos données, les enfants des deux groupes obtiennent des résultats supérieurs au hasard et les enfants vietnamiens ne réussissent pas mieux à comprendre la magnitude des nombres verbaux. Ce contraste nous permet de soutenir la vision de Dowker et al. (2015) sur les limites des systèmes asiatiques des nombres verbaux : ils ne donnent que certains avantages spécifiques au traitement numérique, mais pas tous.

Est-ce que le résultat de nos études peut expliquer les meilleures performances mathématiques des enfants asiatiques rapportées dans les études internationales PISA ces dernières années?

Tout d'abord, la transparence d'une langue est un avantage, mais pour mieux réussir en mathématiques en général, il existe d'autres sources d'influence comme le programme scolaire, les expériences numériques précoces entre parents et enfants, l'intensité de la pratique, etc. Dans nos deux études inter-langues, nous ne pouvons pas mesurer tous les facteurs. Pourtant, en regardant nos données sur les activités numériques à la maison, nous n'avons pas observé beaucoup de différence dans la fréquence de ces activités parents-enfants (le niveau de fréquence de pratiques numériques des parents vietnamiens se situe autour d'une moyenne de 2 sur une échelle de fréquence de 4, presque la même chose que les parents belges francophones). Cependant, nous parlons d'enfants de maternelle, il faudra donc peut-être regarder quand les enfants deviennent plus âgés, quand la différence de stimulation commence à s'installer, surtout quand la pression de l'école augmente avec l'âge et le niveau d'étude.

Deuxièmement, pour nous assurer que les autres influences contextuelles étaient minimisées, nous avons exclu 23 enfants des 310 enfants qui ont participé à un apprentissage précoce des mathématiques en dehors de l'école. Ils participaient à des programmes qui enseignent et renforcent le calcul mental, le comptage des doigts, etc. tels que Kumon, Mathasium, Soroban. Ce facteur ne peut donc pas expliquer nos résultats. Cependant, en Belgique ou en Europe en général, il y a très peu de classes précoces de ce type, même à l'âge

de l'apprentissage formel. Nous suggérons donc que cette différence culturelle peut aussi expliquer la différence entre les pays dans les performances numériques et arithmétiques si les études ne contrôlent pas si les enfants ont des expériences précoces plus régulières.

Enfin, il existe d'autres différences dans le programme officiel de mathématiques qui n'apparaissent pas à l'âge étudié entre le Vietnam et la Belgique, mais commencent à se manifester vers le deuxième semestre de la première année, par exemple, à la fin de la première année, un élève vietnamien doit être capable de compter jusqu'à 100, mais c'est jusqu'à 20 pour son camarade belge francophone. En Chine, il existe une tradition répandue consistant à enseigner systématiquement aux enfants des stratégies de faits dérivés dès le début de l'enseignement des mathématiques (Sun & Zhang, 2001 ; de même, pour la Corée du Sud, Fuson & Kwon 1992 ; et le Japon, voir Hatano, 1982). Toutes ces différences pourraient contribuer à expliquer les différences de performances en mathématiques dans les études internationales.

4. Réflexion sur le modèle du transcodage

Les systèmes numériques verbaux étant variés, un modèle de transcodage devrait être applicable dans toutes les langues. Nous posons alors la question suivante : « *Est-ce que des modèles de transcodage développés dans la culture où le système numérique verbal possède des classes lexicales différentes peuvent s'adapter à une autre culture dont le système numérique verbal n'a pas cette distinction ?* »

Notre analyse supplémentaire (appendices B) a pour objectif de répondre à cette question. Nos résultats (modèle 2) montrent que le nombre de syllabes et la classe lexicale du modèle ADAPT expliquent la fréquence plus élevée d'erreurs lexicales chez les enfants francophones au début de l'apprentissage du transcodage. De plus, le nombre de règles de transcodage (modèle 3), tel que défini par le modèle ADAPT, est également un prédicteur significatif du nombre d'erreurs syntaxiques. ADAPT, modèle de transcodage décrit pour le français et l'anglais, peut donc être généralisé à d'autres langues. La validation d'ADAPT pour d'autres langues comme le néerlandais ou la langue arabe nécessite cependant quelques modifications (Saad, 2010). Nos résultats ont montré que le modèle ADAPT^{BASIC} doit également être adapté pour la langue vietnamienne. Comme l'accès aux primitives lexicales en français est plus compliqué qu'en vietnamien (classe de décade vs. classe d'unité), nous suggérons d'ajouter la classe de primitives verbales (ClassPV) dans le modèle ADAPT pour mieux rendre compte des différences interlinguistiques entre les langues européennes et asiatiques.

5. Forces et limitations

Au-delà des limites des études dont nous avons parlé dans chaque chapitre, nous discutons également des forces et des limites liées à l'échantillon de notre projet d'étude longitudinale et transnationale.

Dans notre étude longitudinale, la taille de notre échantillon est asymptotique par rapport à la médiane des participants des études précédentes (157 vs. 196, voir chapitre 1) et fait partie des études qui ont évalué des enfants âgés de 4 à 5 ans au moment de l'évaluation des prédicteurs au lieu d'enfants plus âgés. Bien que 85 des 242 enfants aient quitté l'étude, notre taille d'échantillon assure le nombre de participants requis selon les critères statistiques (Field, 2013) applicables à l'étude longitudinale, où la taille d'échantillon requise est de $50 + 8k$ ou $104 + k$ participants (k est le nombre de prédicteurs). Dans notre étude, $k = 10$ (7 prédicteurs numériques + 3 facteurs cognitifs).

Parmi les 85 enfants qui n'ont pas continué à participer à l'étude longitudinale, l'abandon de 49 participants était dû à des difficultés d'accès à l'école et à des procédures administratives compliquées. Il n'est pas facile de mener des recherches en général au Vietnam, car la psychologie en général ne s'est développée qu'au cours des 40 dernières années et le code de déontologie de la profession de la recherche et de la pratique de la psychologie n'a été publié que l'année dernière (en décembre 2020). D'autre part, la société est peu consciente de la nécessité de la recherche. Au cours du processus de collecte des données pour l'étude longitudinale, nous avons rencontré de nombreuses difficultés. Au Vietnam, après l'école maternelle, les enfants rentrent dans différentes écoles primaires en fonction de l'endroit où vivent leurs parents ou des attentes de ces derniers. Nous avons recontacté tous les parents pour savoir dans quelle école se trouvait leur enfant. Les différentes écoles sont situées dans des districts différents. Les écoles au Vietnam sont gérées selon le niveau hiérarchique (Ministère → Ville → District → École). Avant d'entrer dans l'école, nous devons avoir une lettre de recommandation du bureau d'éducation et de formation du district responsable de l'administration de l'école. Il s'agit d'un processus compliqué à accomplir. Nous avons donc contacté six écoles comptant au moins six élèves pour poursuivre notre étude longitudinale. Nous avons exclu de notre échantillon les écoles ne comptant qu'un ou deux enfants ($n = 49$).

La conception idéale pour les études translinguistiques ou transnationales consiste à sélectionner des échantillons de taille égale dans les deux groupes (par exemple, dans le chapitre 4, 104 enfants vietnamiens vs. 104 enfants belges francophones) et à limiter les différences dans les facteurs démographiques, socio-économiques et éducatifs. Bien que la taille de l'échantillon dans l'étude interlinguistique liée au transcodage (chapitre 5) ne soit pas égale entre les deux groupes (173 enfants vietnamiens vs. 68 enfants belges francophones), nous avons décidé d'analyser toutes les données pour 173 enfants vietnamiens, car dans cette étude nous ne nous intéressons pas seulement aux performances de transcodage mais aussi aux erreurs de transcodage. Un grand ensemble de données de tous les enfants permettrait une observation plus complète de cet aspect qualitatif.

6. Perspectives futures

Les deux axes de notre projet d'études ouvrent des portes pour des études futures.

6.1 Extension des études sur les prédicteurs du développement mathématique de l'enfant

Nous aimerions étudier quelle capacité numérique à l'âge préscolaire permet de prédire la connaissance ultérieure de la magnitude symbolique. Notre étude longitudinale s'est étendue sur deux ans avec des enfants de la maternelle à la fin CP. En plus des données présentées dans la thèse (c'est-à-dire la comparaison des NVO en maternelle), nous avons également recueilli d'autres données sur la maîtrise des symboles, mesurée dans une comparaison de nombres arabes à un chiffre au début du CP, et dans la comparaison de nombres arabes à deux chiffres à la fin du CP. Nous voulons valider l'étude récente de Scalise et Ramani (2021), selon laquelle le traitement de la magnitude des NVO à l'âge préscolaire est le prédicteur de la connaissance ultérieure de la magnitude des symboles, et que cette capacité est le meilleur prédicteur des capacités mathématiques ultérieures au-delà de la connaissance cardinale des mots nombres. Nous voulons également examiner si la relation prédictive entre la connaissance symbolique et la capacité arithmétique ultérieure est influencée par d'autres facteurs tels que le comptage, l'estimation ou l'activité numérique à domicile.

Nous voulons continuer à évaluer les capacités arithmétiques et numériques des enfants qui ont participé à l'étude longitudinale en 5^{ème} année, dépister les enfants ayant des difficultés numériques et arithmétiques de ce groupe et voir quelles sont les prédicteurs préscolaires qui prédisent la difficulté mathématique (Nous notons que les participants à cette étude vont finir leur 3^{ème} année de primaire en juin 2021). **D'autre part, nous voulons voir comment le degré de maturité des stratégies de résolution d'addition mesuré à la fin du CP prédit le développement mathématique des enfants normaux et des enfants ayant des difficultés en mathématiques 5 ans plus tard.** Des recherches antérieures ont montré qu'un des prédicteurs précoces des difficultés mathématiques ou trouble de type dyscalculie, était l'utilisation de stratégies immatures (par exemple, utiliser le comptage du tout (count-all) ou utiliser le calcul sur les doigts) (Geary et al., 2004 ; Geary, 2011). Nos recherches montrent que le comptage avancé (compter à partir d'un nombre différent de 1) est le meilleur prédicteur de la capacité arithmétique deux ans plus tard (y compris la précision, la fluidité de calcul et la maturité des stratégies). En effet, les élèves de première année qui ne maîtrisent pas les techniques de comptage avancé s'appuient souvent sur une stratégie de comptage du tout en utilisant leurs doigts pour résoudre les additions; c'est souvent la base de difficultés mathématiques ultérieures (Carpenter & Moser, 1984). Nous prévoyons que les capacités numériques de séquence (comptage et comptage avancé) et la compréhension de la magnitude symbolique (Donne-moi N et comparaison de NVO) continuent à être des prédicteurs importants des capacités numériques futures, tandis que l'ANS (la comparaison des collections) n'est pas un prédicteur significatif.

6.2 Extension sur l'effet de la langue sur la compréhension de base 10

Pour élargir l'étude sur l'effet de la langue, nous souhaitons comparer le développement de la base 10 chez les enfants vietnamiens, les enfants francophones en Belgique et en France.

Notre question de recherche est la suivante: ***la transparence du système numérique vietnamien offre-t-elle un avantage aux enfants vietnamiens en ce qui concerne la représentation de base 10 des nombres ?*** Des études antérieures ont montré une meilleure compréhension des Japonais sur la représentation canonique en base 10 d'un nombre (par exemple, ils sélectionnent deux blocs de dix et trois blocs de uns pour représenter le nombre 23) et la compréhension de la valeur positionnelle (par exemple, la signification du chiffre individuel dans un nombre à plusieurs chiffres) (Miura et al., 1988, 1989, 1993, 1994). Par contre, Vasilieva et collègues (2015) ont montré que les enfants Coréens et Chinois (âge moyen 6 ans et 2 mois) ne sont pas meilleurs que les enfants Britanniques et Russes (le système numérique est moins transparent que celui du coréen et du chinois) dans une tâche de représentation d'un nombre avec du matériel en base 10. Dans notre étude comparative (chapitre 5), nous avons utilisé le transcodage analogique-arabe et avons observé que la capacité à comprendre la représentation en base 10 était la même chez les élèves de première année au Vietnam et chez les enfants Belges francophones. Ces résultats contradictoires doivent être vérifiés. Sur la base d'études précédentes de Miura et de l'avantage du système numérique des asiatiques, nous prédisons que la capacité des enfants vietnamiens à représenter la base 10 est meilleure que celle des enfants francophones.

Pour mener cette étude, nous proposons une liste de 6 tâches : représenter des nombres verbaux oraux (NVO) et nombres arabes (NA) avec du matériel analogique (réglettes de dix et des cubes en bois), entourer les cubes correspondent à des NVO et des NA, transcodage, additions, au cours de deux séances individuelles d'environ 30 minutes à l'école. Les deux premiers exercices (représentation numérique) ont été utilisés dans les études précédentes (Miura et al., 1989) et se basent sur un modèle développemental du système en base dix en cinq niveaux de compréhension pour les nombres à deux chiffres (Fuson et al., 1997). Les deux exercices suivants sont aussi basés sur le modèle de Fuson (1997). Nous avons déjà récolté les données sur les enfants vietnamiens (plus de 70 enfants sur 157 ont participé à l'étude longitudinale à la fin du CP). La récolte des données auprès des enfants Belges et Français est en cours, bien qu'elle ait pris du retard suite à la problématique du Covid-19.

Les premiers résultats chez les enfants Vietnamiens à la fin du CP montrent qu'ils ont produit de nombreuses représentations différentes des nombres, comme la représentation unitaire (figure 1), la représentation canonique en base 10 (figure 2), et la représentation non canonique en base 10, par exemple « deux dix trois » → 1 réglette représentant 10 et 13 cubes. De plus, nous avons trouvé des cas particuliers dans la représentation numérique des enfants Vietnamiens, par exemple, certains enfants comptent « deux-trois » pour « deux-dix-trois » (Au Vietnam, parfois on ne prononce pas le mot « dix », mais on comprend que « deux trois », c'est « vingt-trois »). Ces enfants ont donc sélectionné 2 cubes et 3 cubes (soit 5 cubes) pour représenter le nombre dicté « deux-dix-trois ». Ces enfants ne comprennent donc absolument pas la représentation en base 10. Des études précédentes ont montré que les connaissances de la base 10 au début de l'école primaire sont un bon prédicteur des performances ultérieures en calcul (Laski, Schiffman, Shen, & Vasilyeva, 2016). Par conséquent, nous ne nous sommes pas seulement intéressées à investiguer la compréhension

de la base 10 des enfants vietnamiens dans l'approche comparative transversale avec les francophones, mais souhaitons également la considérer dans une approche longitudinale.



Figure 1. Représentation unitaire (12 cubes) pour "dix deux"



Figure 2. Représentation canonique en base 10 (2 réglettes de 10 et 3 cubes) pour "deux dix trois"

De plus, dans une approche intégrée entre l'étude longitudinale des prédicteurs et l'étude transversale de l'effet du langage sur les capacités numériques, nous voulons répondre à la question (mentionnée dans l'aperçu du projet général), ***comment les difficultés mathématiques et le trouble de la dyscalculie se manifestent-ils chez les enfants qui parlent et apprennent un système numérique transparent en base 10 comme les enfants vietnamiens?***

Sur la base de deux études comparant les effets de la langue (chapitres 5 et 6), nous montrons que le système numérique vietnamien est bénéfique pour plusieurs capacités numériques telles que la capacité de comptage et celle de transcodage, car ces aspects sont tous directement liés au code d'input verbal oral. Cependant, il ne favorise pas les compétences numériques avancées telles que la capacité de comptage à partir d'un nombre, la compréhension cardinale des mots nombres, la compréhension de la magnitude des nombres et la capacité arithmétique. Ces résultats montrent que le système transparent des mots nombres présente des avantages, mais aussi des limites.

D'un autre côté, nous nous rendons compte que les erreurs de transcodage des enfants vietnamiens sont généralement des erreurs syntaxiques associées à la relation additive (ajouter le nombre 0, par exemple, « onze » → 101). Ces résultats suggèrent que, lors de l'examen des profils d'enfants vietnamiens ayant des difficultés dans le traitement numérique, les aspects tant quantitatifs que qualitatifs doivent être pris en compte. Quantitativement, nous prévoyons que les enfants Vietnamiens pourraient avoir moins de difficultés à apprendre la séquence numérique (capacité de comptage). Qualitativement, nous prévoyons dans le transcodage, des erreurs syntaxiques spécifiques liées au système numérique vietnamien. Nous suggérons que si l'enfant présente des erreurs de transcodage persistantes même après l'âge clé pour cette capacité, généralement en 3^{ème} année (Noël & Turconi, 1999), ces erreurs devraient être considérées en lien avec la compréhension du système de base 10, de la compréhension des nombres, et du système positionnel des nombres. Par contre, lors de la dictée de nombres à plusieurs chiffres, par exemple,

« 25014 », correspondant à « hai mươi lăm nghìn không trăm mười bốn » (littéralement, « deux dix cinq mille zéro cent dix quatre ») (voir Nguyen & Grégoire, 2014), la structure numérique verbale vietnamienne reflète un ordre clair des primitives lexicales séparées par les noms des multiplicateurs (tel que mille, cent, etc). Toutefois, ces séquences verbales sont longues, ce qui pourrait impacter la qualité de leur stockage temporaire dans la boucle phonologique. Il serait ainsi intéressant de mesurer les liens entre les capacités de mémoire à court terme des enfants et leur impact sur le processus de transcodage.

Un autre aspect qu'on voudrait aborder est lié au contexte d'utilisation des grands nombres. En effet, au Vietnam, 28 000 Vietnam Dong (VND) correspondent à 1 Euro (voir figure 3). Les prix sont donc exprimés avec de très grands nombres. Nous nous demandons si ce facteur de contexte affecte la capacité des enfants vietnamiens à comprendre les grands nombres.



Figure 3. Monnaie en Vietnam Dong

6.3 Étude d'implication

Dans ce projet, nous avons collecté des données sur 290 enfants âgés de 42 à 64 mois (164 garçons, 124 filles). Ces données nous permettent de considérer 4 tranches d'âge : 42 à 47 mois (28 enfants), 48 à 53 mois (56 enfants), 54-59 mois (129 enfants), 60 à 64 mois (77 enfants). Ces données nous ont permis d'établir des données sur le développement du comptage et de la compréhension de la valeur cardinale du nombre pour les enfants vietnamiens (appendices C). Ces repères développementaux pourraient être publiés et rendus accessibles aux cliniciens au Vietnam. Des études ultérieures devraient rechercher des données supplémentaires sur les repères développementaux d'autres tâches numériques, par exemple, les niveaux d'élaboration du comptage de Fuson (1988).

En outre, il serait nécessaire de mener un certain nombre d'études instrumentales. En effet, à l'heure actuelle, il n'existe pas d'étude standardisée et d'outil de diagnostic pour le trouble développemental du calcul au Vietnam. Dans le cadre des activités du projet de formation, mes collègues et moi avons recueilli des données de dépistage sur la fluidité arithmétique (TTA) auprès d'élèves de la 1^{ère} à la 6^{ème} année. De plus, 5 étudiants et moi-même avons collecté des données avec le Tedi-Math auprès de 30 élèves de 1^{ère} et 24 de 2^{ème} année. D'autres recherches doivent continuer à adapter les outils de dépistage pour les jeunes

enfants, tels que The Numeracy Screener. Il s'agit d'une évaluation papier-crayon pendant 2 minutes qui mesure la capacité des enfants à comparer deux chiffres arabes. Nous recommandons également des tests utilisant l'informatique, par exemple, le test en ligne de profil mathématique (Karagiannakis & Noël, 2020).

D'autre part, à partir de recherches longitudinales, nous proposons des études d'intervention pour développer le comptage à partir d'un nombre (voir l'étude de Cankaya et al., 2014, chapitre 1), comprendre la valeur cardinale des mots nombres, comparer la magnitude des nombres symboliques sur des groupes d'enfants en difficulté, en comparaison avec un groupe témoin.

Enfin, cette thèse ne traite que de l'aspect du traitement cognitif des nombres. Des aspects émotionnels telle que l'anxiété mathématique devraient également être pris en compte afin de considérer l'enfant dans son ensemble dans le processus d'apprentissage des mathématiques.

7. Conclusions

Les résultats actuels s'ajoutent à la littérature spécifique des prédicteurs des compétences arithmétiques et de l'effet de la langue sur le développement numérique, en particulier chez les jeunes enfants. À partir de l'ensemble de nos résultats, nous donnons deux conclusions liées à deux objectifs principaux de l'étude :

La première conclusion est que les capacités de traitement symbolique des nombres telles que la capacité de comptage et la compréhension de la magnitude des nombres verbaux à l'âge préscolaire sont des prédicteurs importants des compétences arithmétiques ultérieures et de l'évolution arithmétique. Nos résultats empiriques avec des enfants vietnamiens sont universels avec les études précédentes sur des enfants occidentaux.

La deuxième conclusion est que la transparence du système numérique verbal vietnamien a eu un impact positif les performances de comptage des enfants d'âge préscolaire et les performances de transcodage des élèves de première année. En revanche, le système numérique verbal français avec un lexique numérique plus complexe a des désavantages pour l'apprentissage du comptage et du transcodage des enfants francophones. La transparence du système numérique verbal apporte donc des avantages partiels spécifiques au développement numérique plutôt que des avantages généraux présents partout.

Références

Références

- Antell, S. E., & Keating, D. P. (1983). Perception of numerical invariance in neonates. *Child Development*, 54(3), 695-701. <https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.1983.tb00495.x>
- Aunio, P., Aubrey, C., Godfrey, R., Pan, Y., & Liu, Y. (2008). Children's early numeracy in England, Finland and People's Republic of China. *International Journal of Early Years Education*, 16(3), 203-221. <https://doi.org/10.1080/09669760802343881>
- Aunio, P., & Niemivirta, M. (2010). Predicting children's mathematical performance in grade one by early numeracy. *Learning and Individual Differences*, 20(5), 427-435. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2010.06.003>
- Aragón, E., Navarro, J. I., & Aguilar, M. (2016). Domain-specific predictors for fluency calculation at the beginning of primary school education. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 14(3), 482-499. <https://doi.org/10.14204/ejrep.40.15107>
- Ashcraft, M. H., & Battaglia, J. (1978). Cognitive arithmetic: Evidence for retrieval and decision processes in mental addition. *Journal of Experimental Psychology: Human Learning and Memory*, 4(5), 527-538. <https://doi.org/10.1037/0278-7393.4.5.527>
- Ashcraft, M. H., & Stazyk, E. H. (1981). Mental addition: A test of three verification models. *Memory & Cognition*, 9(2), 185-196. <https://doi.org/10.3758/BF03202334>
- Ashcraft, M. H., & Fierman, B. A. (1982). Mental addition in third, fourth, and sixth graders. *Journal of Experimental Child Psychology*, 33(2), 216-234. [https://doi.org/10.1016/0022-0965\(82\)90017-0](https://doi.org/10.1016/0022-0965(82)90017-0)
- Ashcraft, M. H. (1992). Cognitive arithmetic: A review of data and theory. *Cognition*, 44(1-2), 75-106. [https://doi.org/10.1016/0010-0277\(92\)90051-I](https://doi.org/10.1016/0010-0277(92)90051-I)
- Ashcraft, M. H. (1995). Cognitive psychology and simple arithmetic: A review and summary of new directions. *Mathematical Cognition*, 1, 3-34.
- Ashcraft, M. H., & Guillaume, M. M. (2009). Mathematical Cognition and the Problem Size Effect. In *Psychology of Learning and Motivation* (Vol. 51, pp. 121-151). Elsevier. [https://doi.org/10.1016/S0079-7421\(09\)51004-3](https://doi.org/10.1016/S0079-7421(09)51004-3)
- Aunola, K., Leskinen, E., Lerkkanen, M.-K., & Nurmi, J.-E. (2004). Developmental Dynamics of Math Performance From Preschool to Grade 2. *Journal of Educational Psychology*, 96(4), 699-713. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.96.4.699>
- Azen, R., & Budescu, D. V. (2006). Comparing predictors in multivariate regression models: An extension of dominance analysis. *Journal of Educational and Behavioral Statistics*, 31(2), 157-180. <https://doi.org/10.3102/10769986031002157>

- Barth, H., La Mont, K., Lipton, J., & Spelke, E. S. (2005). Abstract number and arithmetic in preschool children. *PNAS*, 102, 14116-14121. <https://doi.org/10.1073/pnas.0505512102>
- Barth, H., Beckmann, L., & Spelke, E. S. (2008). Nonsymbolic, approximate arithmetic in children: Abstract addition prior to instruction. *Developmental Psychology*, 44(5), 1466–1477. <https://doi.org/10.1037/a0013046>
- Barrouillet, P., Camos, V., Perrucher, P., & Seron, X. (2004). ADAPT: A Developmental, Asemantic, and Procedural Model for Transcoding From Verbal to Arabic Numerals. *Psychological Review*, 11(2), 368-394. <https://doi.org/10.1037/0033-295X.111.2.368>
- Barrouillet, P., & Thevenot, C. (2013). On the problem-size effect in small additions: Can we really discard any counting-based account? *Cognition*, 128, 35-44. <http://dx.doi.org/10.1016/j.cognition.2013.02.018>
- Bartelet, D., Vaessen, A., Blomert, L., & Ansari, D. (2014). What basic number processing measures in kindergarten explain unique variability in first-grade arithmetic proficiency? *Journal of Experimental Child Psychology*, 117, 12-28. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2013.08.010>
- Baroody, A. J. (1987). The development of counting strategies for single-digit addition. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18(2), 141-157. <https://doi.org/10.2307/749248>
- Baroody, A. J., Lai, M.-L., & Mix, K. S. (2017). Assessing early cardinal-number concepts. In Proceedings for the thirty-ninth annual meeting of the northamerican chapter of the international group.
- Bialystok, E. (2015). Bilingualism and the Development of Executive Function: The Role of Attention. *Child Development Perspectives*, 9(2), 117-121. <https://doi.org/10.1111/cdep.12116>
- Benavides-Varela, S., Butterworth, B., Burgio, F., Arcara, G., Lucangeli, D., & Semenza, C. (2016). Numerical activities and information learned at home link to the exact numeracy skills in 5-6 years-old children. *Frontiers in Psychology*, 7, 94-94. doi:10.3389/fpsyg.2016.00094
- Berch, D. B., Geary, D. C., & Koepke, K. M. (2018). *Language and culture in mathematical cognition*. Elsevier Science & Technology.
- Berkowitz, T., Schaeffer, M. W., Maloney, E. A., Peterson, L., Gregor, C., Levine, S. C., & Beilock, S. L. (2015). Math at home adds up to achievement in school. *Science*, 350(6257), 196-198. <https://doi.org/10.1126/science.aac7427>

- Blevins-Knabe, B., & Musun-Miller, L. (1996). Number use at home by children and their parents and its relationship to early mathematical performance. *Early Development and Parenting*, 5, 35-45. doi: 10.1002/(SICI)1099-0917(199603)5:1<35::AID-EDP113>3.0.CO;2-0 .
- Bilsky, W., Janik, M., & Schwartz, S. H. (2011). The structural organization of human values-evidence from three rounds of the european social survey (ESS). *Journal of Cross-Cultural Psychology*, 42(5), 759-776. <https://doi.org/10.1177/0022022110362757>
- Bideaud, J., Lehalle, H., & Vilette, B. (2004). *La conquête du nombre et ses chemins chez l'enfant*. Presses universitaires du Septentrion.
- Brankaer, C., Ghesquière, P., & De Smedt, B. (2017). Symbolic magnitude processing in elementary school children: A group administered paper-and-pencil measure (SYMP test). *Behavior Research Methods*, 49(4), 1361-1373. <https://doi.org/10.3758/s13428-016-0792-3>
- Brannon, E. M., Jordan, K. E., & Jones, S. M. (2010). *Behavioral signatures of numerical cognition*. In M. L. Platt, & A. A. Ghazanfar (Eds.), *Primate neuroethology* (pp. 144-159). Oxford University Press. <https://doi.org/10.1093/acprof:oso/9780195326598.003.0008>
- Briars, D., & Siegler, R. S. (1984). A featural analysis of preschoolers' counting knowledge. *Developmental Psychology*, 20(4), 607-618. <https://doi.org/10.1037/0012-1649.20.4.607>
- Budescu, D. V. (1993). Dominance analysis: A new approach to the problem of relative importance of predictors in multiple regression. *Psychological Bulletin*, 114(3), 542-551. <https://doi.org/10.1037/0033-2909.114.3.542>
- Butterworth, B. (2005). The development of arithmetical abilities. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 46(1), 3-18. <https://doi.org/10.1111/j.1469-7610.2004.00374.x>
- Camos, V. (2008). Low working memory capacity impedes both efficiency and learning of number transcoding in children. *Journal of Experimental Child Psychology*, 99, 37-57. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2007.06.006>
- Camos, V. (2011). *La cognition numérique chez l'animal et le bébé*. In M. Habib, M-P. Noël, F. George-Poracchia, & V. Brun (Eds.), *Calculs et dyscalculies : Des modèles à la rééducation*
- Campbell, J. I. D. (1995). Mechanisms of single addition and multiplication: A modified network-interference theory and simulation. *Mathematical Cognition*, 1, 121-164.

- Cankaya, O., LeFevre, J.-A., & Dunbar, K. (2014). The role of number naming systems and numeracy experiences in children's rote counting: Evidence from Turkish and Canadian children. *Learning and Individual Differences*, 32, 238-245. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2014.03.016>
- Carpenter, T. P., & Moser, J. M. (1982). The Development of Addition and Subtraction Problem-Solving Skills. In T. P. Carpenter, J. M. Moser, & T. A. Romberg (Eds.), *Addition and Subtraction: A Cognitive Perspective* (pp. 9-24). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Carpenter, T. P., & Moser, J. M. (1984). The acquisition of addition and subtraction concepts in grades one through three. *Journal for Research in Mathematics Education*, 179-202. <http://dx.doi.org/10.2307/748348>
- Carey, S., & Xu, F. (2001). Infants' knowledge of objects: Beyond object files and object tracking. *Cognition*, 80(1), 179-213. [https://doi.org/10.1016/S0010-0277\(00\)00154-2](https://doi.org/10.1016/S0010-0277(00)00154-2)
- Case, R., & Sowder, J. T. (1990). The development of computational estimation: A neo-piagetian analysis. *Cognition and Instruction*, 7(2), 79-104. https://doi.org/10.1207/s1532690xci0702_1
- Cattell, R. B. (1987). *Advances in psychology, No. 35. Intelligence: Its structure, growth and action*. North-Holland.
- Chen, C., & Uttal, D. H. (1988). Cultural values, parents' beliefs, and children's achievement in the United States and China. *Human Development*, 31(6), 351-358. <https://doi.org/10.1159/000276334>
- Chen, C., & Stevenson, H. W. (1988). Cross-linguistic differences in digit span of preschool children. *Journal of Experimental Child Psychology*, 46(1), 150-158. [https://doi.org/10.1016/0022-0965\(88\)90027-6](https://doi.org/10.1016/0022-0965(88)90027-6)
- Chen, Q., & Li, J. (2014). Association between individual differences in nonsymbolic number acuity and math performance: A meta-analysis. *Acta Psychologica*, 148, 163-172. <https://doi.org/10.1016/j.actpsy.2014.01.016>
- Chu, F. W., vanMarle, K., Rouder, J., & Geary, D. C. (2018). Children's early understanding of number predicts their later problem-solving sophistication in addition. *Journal of Experimental Child Psychology*, 169, 73-92. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2017.12.010>
- Clayton, F. J., Copper, C., Steiner, A. F., Banfi, C., Finke, S., Landerl, K., & Göbel, S. M. (2020). Two-digit number writing and arithmetic in year 1 children: Does number word inversion matter? *Cognitive Development*, 56 <https://doi.org/10.1016/j.cogdev.2020.100967>
- Cordes, S., & Gelman, R. (2005). The young numerical mind: When does it count? In J. I. D. Campbell (Ed.), *Handbook of mathematical cognition* (pp. 127-142). Psychology Press.
- Dattalo, P. (2008). *Determining Sample Size: Balancing Power, Precision, and Practicality*. Oxford University Press

- Davidson, K., Eng, K., & Barner, D. (2012). Does learning to count involve a semantic induction? *Cognition*, 123(1), 162-173. <https://doi.org/10.1016/j.cognition.2011.12.013>
- Dehaene, S., & Mehler, J. (1992). Cross-linguistic regularities in the frequency of number words. *Cognition*, 43(1), 1-29. [https://doi.org/10.1016/0010-0277\(92\)90030-L](https://doi.org/10.1016/0010-0277(92)90030-L)
- Dehaene, S., & Changeux, J. P. (1993). Development of elementary numerical abilities: a neuronal model. *Journal of cognitive neuroscience*, 5(4), 390-407. <https://doi.org/10.1162/jocn.1993.5.4.390>
- Dehaene, S., & Cohen, L. (1995). Towards an anatomical and functional model of number processing. *Mathematical cognition*, 1(1), 83-120.
- Deloche, G., & Seron, X. (1982a). From one to 1: An analysis of a transcoding process by means of neuropsychological data. *Cognition*, 12(2), 119-149. [https://doi.org/10.1016/0010-0277\(82\)90009-9](https://doi.org/10.1016/0010-0277(82)90009-9)
- Deloche, G., & Seron, X. (1982b). From three to 3: A differential analysis of skills in transcoding quantities between patients with Broca's and Wernicke's aphasia. *Brain: A journal of neurology*, 105 (Pt 4), 719-733. <https://doi.org/10.1093/brain/105.4.719>
- Deloche, G., & Seron, X. (1987). *Numerical transcoding: A general production model*. In G. Deloche & X. Seron (Eds.), *Mathematical disabilities: A cognitive neuropsychological perspective* (pp.137-170). Lawrence Erlbaum Associates, Inc
- Desoete, A., Ceulemans, A., De Weerd, F., & Pieters, S. (2012). Can we predict mathematical learning disabilities from symbolic and nonsymbolic comparison tasks in kindergarten? Findings from a longitudinal study: Mathematical learning disabilities in kindergarten. *British Journal of Educational Psychology*, 82(1), 64-81. <https://doi.org/10.1348/2044-8279.002002>
- De Smedt, B., & Gilmore, C. K. (2011). Defective number module or impaired access? numerical magnitude processing in first graders with mathematical difficulties. *Journal of Experimental Child Psychology*, 108(2), 278-292. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2010.09.003>
- De Smedt, B., Noël, M.-P., Gilmore, C., & Ansari, D. (2013). How do symbolic and non-symbolic numerical magnitude processing skills relate to individual differences in children's mathematical skills? A review of evidence from brain and behavior. *Trends in Neuroscience and Education*, 2(2), 48-55. <https://doi.org/10.1016/j.tine.2013.06.001>
- De Vos, T. (2010). *Tempo-Test-Automatiseren*. Amsterdam: Boom test uitgevers.
- Dowker, A.D. (2003). Young children's estimates for addition: The zone of partial knowledge and understanding. In A. Baroody & A. Dowker (Eds.), *The development of arithmetic concepts and skills* (pp. 243-266). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Dowker, A. (2005). Individual differences in arithmetic: Implications for psychology, neuroscience and education. *Psychology Press*. <https://doi.org/10.4324/9780203324899>

- Dowker, A., Bala, S., & Lloyd, D. (2008). Linguistic Influences on Mathematical Development: How Important Is the Transparency of the Counting System? *Philosophical Psychology*, 21(4), 523-538. <https://doi.org/10.1080/09515080802285511>
- Dowker, A., & Roberts, M. (2015). Does the transparency of the counting system affect children's numerical abilities? *Frontiers in Psychology*, 6. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2015.00945>
- Dowker, A., & Nuerk, H. (2016). Editorial: Linguistic influences on mathematics. *Frontiers in Psychology*, 7, 1035-1035. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2016.01035>
- Dowker, A., De Smedt, B., & Desoete, A. (Eds.). (2020). *Individual Differences in Arithmetical Development*. Frontiers Media SA. <https://doi.org/10.3389/978-2-88963-376-0>
- Fayol, M. (1990). *L'enfant et le nombre*. Neuchâtel, Paris: Delachaux & Niestlé.
- Fayol, M., Camos, V., & Roussel, J. L. (2000). Acquisition et mise en oeuvre de la numération par les enfants de 2 à 9 ans. *Neuropsychologie des troubles du calcul et du traitement des nombres* (pp. 33-58). Marseille : Solal.
- Fayol, M., & Thevenot, C. (2012). The use of procedural knowledge in simple addition and subtraction problems. *Cognition*, 123, 392-403. <http://dx.doi.org/10.1016/j.cognition.2012.02.008>
- Fayol, M., & Seron, X. (2015). Phonological similarity can also impair transcoding: A study in French. In C. Astésano & M. Jucla (Eds.), *Explorations in cognitive psychology. Neuropsycholinguistic perspectives on language cognition: Essays in honor of Jean-Luc Nespoulous* (p.77-87). Psychology Press.
- Fazio, L. K., Bailey, D. H., Thompson, C. A., & Siegler, R. S. (2014). Relations of different types of numerical magnitude representations to each other and to mathematics achievement. *Journal of Experimental Child Psychology*, 123, 53-72, doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.jecp.2014.01.013>.
- Field, A. P. (2013). *Discovering statistics using IBM SPSS statistics: And sex and drugs and rock 'n' roll* (4th ed.). London: Sage.
- Field, A. P. (2018). *Discovering statistics using IBM SPSS statistics* (5th ed.). Sage.

- Fion, M. (2019). Impact de la structure langagière sur les performances en transcodage : étude cross-linguistique et culturelle entre les enfants belges francophones et les enfants vietnamiens de première année primaire, Mémoire non publié, <https://dial.uclouvain.be/memoire/ucl/object/thesis:27141>
- Feigenson, L., Dehaene, S., & Spelke, E. (2004). Core systems of number. *Trends in Cognitive Sciences*, 8(7), 307-314. <https://doi.org/10.1016/j.tics.2004.05.002>
- Friso-van den Bos, I., Van der Ven, S. H. G., Kroesbergen, E. H., & Van Luit, J. E. H. (2013). Working Memory and Mathematics in Primary School Children: A Meta-Analysis. *Educational Research Review*, 10, 29-44. <http://dx.doi.org/10.1016/j.edurev.2013.05.003>
- Frye, D., Braisby, N., Lowe, J., Maroudas, C., & Nicholls, J. (1989). Young children's understanding of counting and cardinality. *Child Development*, 60, 1158-1171.
- Fuson, K. C., Richards, J., & Briars, D. J. (1982). The acquisition and elaboration of the number word sequence. In *Children's logical and mathematical cognition* (pp. 33-92). Springer.
- Fuson, K. C. (1988). *Children's counting and concepts of number*. Springer-Verlag Publishing.
- Fuson, K. C. (1992). *Research on learning and teaching addition and subtraction of whole numbers*. In G. Leinhardt, R. T. Putnam, & R. A. Hattrop (Eds.), *Analysis of arithmetic for mathematics teaching* (pp. 53-187). Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Fuson, K. C., & Kwon, Y. (1992). Korean children's single-digit addition and subtraction: Numbers structured by ten. *Journal for Research in Mathematics Education*, 23(2), 148-165. <https://doi.org/10.2307/749498>
- Friso-van den Bos, I., Kroesbergen, E. H., & Luit, J. E. H. v. (2018). Counting and number line trainings in kindergarten: Effects on arithmetic performance and number sense. *Frontiers in Psychology*, 9, 975. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2018.00975>
- Ganor-Stern, D. (2016). Solving math problems approximately: A developmental perspective. *PLoS ONE*, 11, e0155515
- Grabner R. H., De Smedt B. (2011). Neurophysiological evidence for the validity of verbal strategy reports in mental arithmetic. *Biol. Psychol.*, 87, 128-136 <https://doi.org/10.1016/j.biopsycho.2011.02.019>
- Geary, D. C., & Brown, S. C. (1991). Cognitive addition: Strategy choice and speed-of-processing differences in gifted, normal, and mathematically disabled children. *Developmental Psychology*, 27(3), 398-406. <https://doi.org/10.1037/0012-1649.27.3.398>

- Geary, D. C., Bow-Thomas, C. C., Fan, L., & Siegler, R. S. (1993). Even before formal instruction, Chinese children outperform American children in mental addition. *Cognitive Development*, 8(4), 517-529. [https://doi.org/10.1016/S0885-2014\(05\)80007-3](https://doi.org/10.1016/S0885-2014(05)80007-3)
- Geary, D. C., Bow-Thomas, C. C., Liu, F., & Siegler, R. S. (1996). Development of arithmetical competencies in chinese and american children: Influence of age, language, and schooling. *Child Development*, 67(5), 2022- 2044. <https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.1996.tb01841.x>
- Geary, D. C., Hoard, M. K., Byrd-Craven, J., & Catherine DeSoto, M. (2004). Strategy choices in simple and complex addition: Contributions of working memory and counting knowledge for children with mathematical disability. *Journal of Experimental Child Psychology*, 88(2), 121–151. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2004.03.002>
- Geary D. C. (2010). Mathematical Disabilities: Reflections on Cognitive, Neuropsychological, and Genetic Components. *Learning and individual differences*, 20(2), 130. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2009.10.008>
- Geary, D. C. (2011). *Cognitive Predictors of Achievement Growth in Mathematics: A 5-Year Longitudinal Study*, 14.
- Geary, D. C., Hoard, M. K., & Bailey, D. H. (2012). Fact retrieval deficits in low achieving children and children with mathematical learning disability. *Journal of Learning Disabilities*, 45(4), 291-307. <https://doi.org/10.1177/0022219410392046>
- Geary, D. C., & vanMarle, K. (2018). Growth of symbolic number knowledge accelerates after children understand cardinality. *Cognition*, 177, 69-78. <https://doi.org/10.1016/j.cognition.2018.04.002>
- Geary, D. C., vanMarle, K., Chu, F. W., Rouder, J., Hoard, M. K., & Nugent, L. (2018). Early conceptual understanding of cardinality predicts superior school-entry number-system knowledge. *Psychological Science*, 29(2), 191-205. <https://doi.org/10.1177/0956797617729817>
- Geary, D. C., vanMarle, K., Chu, F. W., Hoard, M. K., & Nugent, L. (2019). Predicting age of becoming a cardinal principle knower. *Journal of Educational Psychology*, 111(2), 256-267. <https://doi.org/10.1037/edu0000277>
- Gebuis, T., & Reynvoet, B. (2011). Generating nonsymbolic number stimuli. *Behavior Research Methods*, 43(4), 981-986. <https://doi.org/10.3758/s13428-011-0097-5>
- Gebuis, T., Kadosh, R. C., & Gevers, W. (2016). Sensory-intergration system rather than approximate number system underlies numerosity processing: A critical review. *Acta Psychologica*, 171, 17-35. <https://doi.org/10.1016/j.actpsy.2016.09.003>
- Gelman, R., & Gallistel, C. R. (1978). *The child's understanding of number*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

- Gerofsky, P. R. (2015). Why Asian Preschool Children Mathematically Outperform Preschool Children from Other Countries. *Western Undergraduate Psychology Journal*, 3(1).
- Gilmore, C. K., McCarthy, S. E., & Spelke, E. S. (2007). Symbolic arithmetic knowledge without instruction. *Nature*, 447(7144), 589-591. <https://doi.org/10.1038/nature05850>
- Gilmore, C. K., McCarthy, S. E., & Spelke, E. S. (2010). Non-symbolic arithmetic abilities and mathematics achievement in the first year of formal schooling. *Cognition*, 115, 394-406. doi:10.1016/j.cognition.2010.02.002
- Gould, P. (2016). *Hurdles in Acquiring the Number Word Sequence*. Paper presented at the 39th Annual Meeting of the Mathematics Education Research Group of Australasia, Adelaide, South Australia.
- Gunderson, E. A., & Levine, S. C. (2011). Some types of parent number talk count more than others: Relations between parents' input and children's cardinal-number knowledge. *Developmental Science*, 14(5), 1021-1032. <https://doi.org/10.1111/j.1467-7687.2011.01050.x>
- Habermann, S., Donlan, C., Göbel, S. M., & Hulme, C. (2020). The critical role of Arabic numeral knowledge as a longitudinal predictor of arithmetic development. *Journal of Experimental Child Psychology*, 193, 104794. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2019.104794>
- Halberda, J., Mazocco, M. M. M., & Feigenson, L. (2008). Individual differences in non-verbal number acuity correlate with maths achievement. *Nature*, 455(7213), 665-668. <https://doi.org/10.1038/nature07246>
- Hamann, M. S., & Ashcraft, M. H. (1985). Simple and complex mental addition across development. *Journal of Experimental Child Psychology*, 40(1), 49-72. [https://doi.org/10.1016/0022-0965\(85\)90065-7](https://doi.org/10.1016/0022-0965(85)90065-7)
- Hart, S. A., Ganley, C. M., & Purpura, D. J. (2016). Understanding the Home Math Environment and Its Role in Predicting Parent Report of Children's Math Skills. *PloS one*, 11(12), e0168227. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0168227>
- Hatano, G (1982). Should parents be teachers too?: A Japanese view. *Dokkyo University Bulletin of Liberal Arts*, 17, 54-72.
- Hawes, Z., Nosworthy, N., Archibald, L., & Ansari, D. (2019). Kindergarten children's symbolic number comparison skills relates to 1st grade mathematics achievement: Evidence from a two-minute paper-and-pencil test. *Learning and Instruction*, 59, 21-33. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2018.09.004>
- Honoré, N., & Noël, M.-P. (2016). Improving Preschoolers' Arithmetic through Number Magnitude Training: The Impact of Nonsymbolic and Symbolic Training. *PLOS ONE*, 11(11), e0166685. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0166685>

- Holloway, I. D., & Ansari, D. (2009). Mapping numerical magnitudes onto symbols: The numerical distance effect and individual differences in children's mathematics achievement. *Journal of Experimental Child Psychology*, 103(1), 17-29. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2008.04.001>
- Hornung, C., Schiltz, C., Brunner, M., & Martin, R. (2014). Predicting first-grade mathematics achievement: The contributions of domain-general cognitive abilities, nonverbal number sense, and early number competence. *Frontiers in Psychology*, 5. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2014.00272>
- Huang, Q., Zhang, X., Liu, Y., Yang, W., & Song, Z. (2017). The contribution of parent-child numeracy activities to young Chinese children's mathematical ability. *British Journal of Educational Psychology*, 87(3), 328-344. <https://doi.org/10.1111/bjep.12152>
- Hurford, J. R. (1987). *Language and number: The emergence of a cognitive system*. Oxford: Blackwell.
- Huntsinger, C. S., Jose, P. E., Liaw, F., & Ching, W. (1997). Cultural differences in early mathematics learning: A comparison of Euro-American, Chinese-American, and TaiwanChinese families. *International Journal of Behavioral Development*, 21, 371-388.
- Huntsinger, C. S., Jose, P. E., & Larson, S. L. (1998). Do parent practices to encourage academic competence influence the social adjustment of young European American and Chinese American children? *Developmental Psychology*, 34(4), 747-756. <https://doi.org/10.1037/0012-1649.34.4.747>
- Huntsinger, C. S., Jose, P. E., Larson, S. L., Krieg, D. B., & Shaligram, C. (2000). Mathematics, vocabulary, and reading development in chinese american and european american children over the primary school years. *Journal of Educational Psychology*, 92(4), 745-760. doi:10.1037/0022-0663.92.4.745
- Huntsinger, C. S., Jose, P. E., & Luo, Z. (2016). Parental facilitation of early mathematics and reading skills and knowledge through encouragement of home-based activities. *Early Childhood Research Quarterly*, 37, 1-15. <https://doi.org/10.1016/j.jecresq.2016.02.005>
- Huỳnh, M.T. (2013). *La conscience phonologique des enfants vietnamiens* (Nhận thức âm vị của trẻ em Việt Nam). Saarbrücken: Presses Académiques Francophones.
- Imbo, I., Bulcke, C.V., De Brauwer, J., & Fias, W. (2014). Sixty-four or four-and sixty? The influence of language and working memory on children's number transcoding. *Frontiers in Psychology*, 5, Article 313. <http://doi.org/10.3389/fpsyg.2014.00313>
- Ifrah, G. (1995). *Histoire universelle des chiffres: l'intelligence des hommes racontée par les nombres et les chiffres*. France Loisirs.

- Iuculano, T., Tang, J., Hall, C. W. B., & Butterworth, B. (2008). Core information processing deficits in developmental dyscalculia and low numeracy. *Developmental Science*, 11(5), 669-680. <https://doi.org/10.1111/j.1467-7687.2008.00716.x>
- Jarlegan, A., Fayol, M. & Barrouillet, P. (1996). De soixante-douze à 72, et inversement : Une étude du transcodage chez les enfants de 7 ans. *Revue de Psychologie de l'Education*, 1, 109-131.
- Johansson, B. S. (2005). Number-word sequence skill and arithmetic performance. *Scandinavian Journal of Psychology*, 46(2), 157-167. <https://doi.org/10.1111/j.1467-9450.2005.00445.x>
- Jordan, K. E., & Brannon, E. M. (2006). A common representational system governed by Weber's law: Nonverbal numerical similarity judgments in 6-year-olds and rhesus macaques. *Journal of Experimental Child Psychology*, 95(3), 215-229. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2006.05.004>
- Jordan, N. C., Kaplan, D., Locuniak, M. N., & Ramineni, C. (2007). Predicting First-Grade Math Achievement from Developmental Number Sense Trajectories. *Learning Disabilities Research & Practice*, 22(1), 36-46. <https://doi.org/10.1111/j.1540-5826.2007.00229.x>
- Jordan, N. C., Kaplan, D., Ramineni, C., & Locuniak, M. N. (2008). Development of number combination skill in the early school years: When do fingers help? *Developmental Science*, 11, 662-668. doi:10.1111/j.1467-7687.2008.00715.x
- Jordan, J. A., Wylie, J., & Mulhern, G. (2015). Mathematics and reading difficulty subtypes: minor phonological influences on mathematics for 5-7-years-old. *Frontiers in psychology*, 6, 221. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2015.00221>
- Kaufman, E. L., Lord, M. W., Reese, T. W., & Volkman, J. (1949). The discrimination of visual number. *The American Journal of Psychology*, 62, 498-525. <https://doi.org/10.2307/1418556>
- Keller, L., & Libertus, M. (2015). Inhibitory control may not explain the link between approximation and math abilities in kindergarteners from middle class families. *Frontiers in Psychology*, 6, 685-685. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2015.00685>
- Kleemans, T., Segers, E., & Verhoeven, L. (2011). Cognitive and linguistic precursors to numeracy in kindergarten: Evidence from first and second language learners. *Learning and Individual Differences*, 21(5), 555-561. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2011.07.008>
- Kleemans, T., Segers, E., & Verhoeven, L. (2013). Relations between home numeracy experiences and basic calculation skills of children with and without specific language impairment. *Early Childhood Research Quarterly*, 28(2), 415-423. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2012.10.004>
- Kline, R. B. (2015). *Principles and practice of structural equation modeling*. The Guilford Press.

- Kaiser, H. F., & Rice, J. (1974). Little Jiffy, Mark IV. *Educational and Psychological Measurement*, 34, 111-117.
- Kaufman, A. S., Kaufman, N. L. (2004). *Kaufman Assessment Battery for Children—Second Edition*. Circle Pines, MN: American Guidance Service.
- Kaufman, E. L., Lord, M. W., Reese, T., Volkman, J., (1949). The discrimination of visual number. *American Journal of Psychology*, 62, 498-525.
- Karagiannakis, G., & Noël, M. P. (2020). Mathematical Profile Test: A Preliminary Evaluation of an Online Assessment for Mathematics Skills of Children in Grades 1-6. *Behavioral sciences*, 10(8), 126. <https://doi.org/10.3390/bs10080126>
- Katamba, F., & Stonham, J. T. (2006). *Morphology* (2nd. ed.). Palgrave MacMillan.
- Knudsen, B., Fischer, M. H., Henning, A., & Aschersleben, G. (2015). The development of arabic digit knowledge in 4- to 7-year-old children. *Journal of Numerical Cognition*, 1(1), 21-37. <https://doi.org/10.5964/jnc.v1i1.4>
- Kolkman, M. E., Kroesbergen, E. H., & Leseman, P. P. M. (2013). Early numerical development and the role of non-symbolic and symbolic skills. *Learning and Instruction*, 25, 95-103. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2012.12.001>
- Krajcsi, A., Fintor, E., & Hodossy, L. (2018). *A refined description of preschoolers' initial symbolic number learning*. <https://doi.org/10.31219/osf.io/2kh9s>
- Krinzinger, H., Gregoire, J., Desoete, A., Kaufmann, L., Nuerk, H.-C., & Willmes, K. (2011). Effects of language, curricula on numerical skills in second grade. *Journal of Cross-Cultural Psychology*, 42(4), 614-662. <http://doi.org/10.1177/0022022111406252>
- Laski, E. V., Ermakova, A., & Vasilyeva, M. (2014). Early use of decomposition for addition and its relation to base-10 knowledge. *Journal of Applied Developmental Psychology*, 35(5), 444-454. <https://doi.org/10.1016/j.appdev.2014.07.002>
- Landerl, K., & Kölle, C. (2009). Typical and atypical development of basic numerical skills in elementary school. *Journal of Experimental Child Psychology*, 103(4), 546-565. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2008.12.006>
- Levine, S. C., Suriyakham, L. W., Rowe, M. L., Huttenlocher, J., & Gunderson, E. A. (2010). What counts in the development of young children's number knowledge? *Developmental Psychology*, 46(5), 1309-1319. <https://doi.org/10.1037/a0019671>
- Le Corre, M., & Carey, S. (2007). One, two, three, four, nothing more: an investigation of the conceptual sources of the verbal counting principles. *Cognition*, 105, 395-438. <https://doi.org/10.1016/j.cognition.2006.10.005>
- Le Corre, M. (2014). Children acquire the later-greater principle after the cardinal principle. *Br. J. Dev. Psychol.*, 32, 163-177. doi: 10.1111/bjdp.12029

- Le Corre, M., Li, P., Huang, B. H., Jia, G., & Carey, S. (2016). Numerical morphology supports early number word learning: Evidence from a comparison of young Mandarin and English learners. *Cognitive psychology*, 88, 162-186.
- Leibovich, T., & Henik, A. (2013). Magnitude processing in non-symbolic stimuli. *Frontiers in Psychology*, 4, 375-375. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2013.00375>
- Lemaire, P., Lecacheur, M., & Farioli, F. (2000). Children's strategy use in computational estimation. *Canadian Journal of Psychology*, 54, 141-148.
- LeFevre, J. A., Greenham, S. L., & Waheed, N. (1993). The development of procedural and conceptual knowledge in computational estimation. *Cognition and Instruction*, 11, 95-132.
- LeFevre, J., Clarke, T., Stringer, A. (2002). Influences of language and parental involvement on the development of counting skills: Comparisons of French- and English-speaking Canadian children. *Early Child Development and Care*, 172, 283-300.
- LeFevre, J.-A., DeStefano, D., Coleman, B., & Shanahan, T. (2005). *Mathematical cognition and working memory*. In J. I. D. Campbell (Ed.), *Handbook of mathematical cognition* (pp. 361-377). Psychology Press.
- LeFevre, J.-A., Wells, E., & Sowinski, C. (2015). *Individual differences in basic arithmetical processes in children and adults*. In R. C. Kadosh & A. Dowker (Eds.), *Oxford library of psychology. The Oxford handbook of numerical cognition* (pp. 895-914). Oxford University Press. <https://doi.org/10.1093/oxfordhb/9780199642342.013.005>
- LeFevre, J., Cankaya, O., Xu, C., & Lira, C. J. (2018). Linguistic and experiential factors as predictors of young children's early numeracy skills. In D. B. Berch, D. C. Geary, & K. Mann Koepke (Eds.), *Language and Culture in Mathematical Cognition* (Vol. 4, pp. 49-72). Elsevier. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-812574-8.00003-1>
- Lê, M.T., & Noël, M. (2020). Transparent number-naming system gives only limited advantage for preschooler's numerical development: Comparisons of vietnamese and french-speaking children. *PloS One*, 15(12), e0243472-e0243472. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0243472>
- Libertus, M. E., Feigenson, L., & Halberda, J. (2011). Preschool acuity of the approximate number system correlates with school math ability. *Developmental Science*, 14(6), 1292-1300. <https://doi.org/10.1111/j.1467-7687.2011.01080.x>
- Libertus, M. E., Feigenson, L., & Halberda, J. (2013). Is approximate number precision a stable predictor of math ability? *Learning and Individual Differences*, 25, 126-133. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2013.02.001>
- Lipton, J. S., & Spelke, E. S. (2004). Discrimination of large and small numerosities by human infants. *Infancy*, 5(3), 271-290. https://doi.org/10.1207/s15327078in0503_2

- Locuniak, M. N., & Jordan, N. C. (2008). Using Kindergarten Number Sense to Predict Calculation Fluency in Second Grade. *Journal of Learning Disabilities*, 41(5), 451-459. <https://doi.org/10.1177/0022219408321126>
- Lochy, A., Pillon, A., Zesiger, P., & Seron, X. (2002). Verbal structure of numerals and digits handwriting: New evidence from kinematics. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology Section A*, 55(1), 263-288. <https://doi.org/10.1080/02724980143000271>
- Lonnemann, J., Li, S., Zhao, P., Linkersdörfer, J., Lindberg, S., Hasselhorn, M., & Yan, S. (2019). Differences in Counting Skills Between Chinese and German Children Are Accompanied by Differences in Processing of Approximate Numerical Magnitude Information. *Frontiers in Psychology*, 9, 2656. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2018.02656>
- Major, C. S., Paul, J. M., & Reeve, R. A. (2017). TEMA and dot enumeration profiles predict mental addition problem solving speed longitudinally. *Frontiers in Psychology*, 8. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2017.02263>
- Malone, S. A., Burgoyne, K., & Hulme, C. (2019). Number knowledge and the approximate number system are two critical foundations for early arithmetic development. *Journal of Educational Psychology*, 112(6), 1167-1182. <https://doi.org/10.1037/edu0000426>
- Malherbe, M., & Rosenberg, S. (1995). *Les langages de l'humanité: Une encyclopédie des 3000 langues parlées dans le monde*. Laffont.
- Marcelino, L., de Sousa, Ó., & Lopes, A. (2017). Predictive Relation between Early Numerical Competencies and Mathematics Achievement in First Grade Portuguese Children. *Frontiers in Psychology*, 8, 1103. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2017.01103>
- Martin, R. B., Cirino, P. T., Sharp, C., & Barnes, M. (2014). Number and counting skills in kindergarten as predictors of grade 1 mathematical skills. *Learning and Individual Differences*, 34, 12-23. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2014.05.006>
- Mark, W., & Dowker, A. (2015). Linguistic influence on mathematical development is specific rather than pervasive: revisiting the Chinese Number Advantage in Chinese and English children. *Frontiers in psychology*, 6, 203. doi.org/10.3389/fpsyg.2015.00203
- Mattys, S. L., Baddeley, A., & Trenkic, D. (2018). Is the superior verbal memory span of Mandarin speakers due to faster rehearsal? *Memory & cognition*, 46(3), 361-369. <https://doi.org/10.3758/s13421-017-0770-8>
- Markus, H. R., & Kitayama, S. (1991). Culture and the self: Implications for cognition, emotion, and motivation. *Psychological Review*, 98(2), 224-253. <https://doi.org/10.1037/0033-295X.98.2.224>
- Mazzocco, M. M. M., Feigenson, L., & Halberda, J. (2011). Preschoolers' precision of the approximate number system predicts later school mathematics performance. *PLoS ONE*, 6(9), e23749.

- McCloskey, M., Caramazza, A., & Basili, A. (1985). Cognitive mechanisms in number processing and calculation: Evidence from dyscalculia. *Brain and cognition*, 4(2), 171-196. [https://doi.org/10.1016/0278-2626\(85\)90069-7](https://doi.org/10.1016/0278-2626(85)90069-7)
- McCloskey, M., Sokol, S.M., & Goodman, R.A. (1986) Cognitive processes in verbal-number production: Inferences from the performance of brain-damaged subjects. *Journal of Experimental Psychology: General*, 115, 307-330. <https://doi.org/10.1037/0096-3445.115.4.307>
- McNeil, N. M., Fuhs, M. W., Keultjes, M. C., & Gibson, M. H. (2011). Influences of problem format and SES on preschoolers' understanding of approximate addition. *Cognitive Development*, 26(1), 57-71. <https://doi.org/10.1016/j.cogdev.2010.08.010>
- Miller, K. F., & Stigler, J. W. (1987). Counting in Chinese: Cultural variation in a basic cognitive skill. *Cognitive Development*, 2(3), 279-305. [http://doi.org/10.1016/s0885-2014\(87\)90091-8](http://doi.org/10.1016/s0885-2014(87)90091-8)
- Miller, K. F., Smith, C. M., Zhu, J., & Zhang, H. (1995). Preschool origins of crossnational differences in mathematical competence: The role of number-naming systems. *Psychological Science*, 6(1), 56-60. doi :10.1111/j.1467-9280.1995.tb00305.x.
- Miller, K. F., Kelly, M., & Zhou, X. (2005). *Learning mathematics in China and the United States: Cross-cultural insights into the nature and course of preschool mathematical development*. In J. I. D. Campbell (Ed.), *Handbook of mathematical cognition* (pp. 163-177). Psychology Press.
- Miura, I.T., Kim, C.C., Chang, C.-M., & Okamoto, Y. (1988). Effects of language characteristics on children's cognitive representation of number: Cross-national comparisons. *Child Development*, 59(6), 1445-1450. <http://doi.org/10.2307/1130659>
- Miura, I. T., & Okamoto, Y. (1989). Comparisons of US and Japanese first graders' cognitive representation of number and understanding of place value. *Journal of Educational Psychology*, 81(1), 109-114. <http://doi.org/10.1037/0022-0663.81.1.109>
- Miura, I. T., Okamoto, Y., Kim, C. C., Steere, M., & Fayol, M. (1993). First graders' cognitive representation of number and understanding of place value: cross-national comparisons—France, Japan, Korea, Sweden, and the United States. *Journal of Educational Psychology*, 85(1), 24-30. <http://doi.org/10.1037/0022-0663.85.1.24>
- Miura, I.T., Okamoto, Y., Kim, C.C., Chang, C.M., Steere, M. & Fayol, M. (1994). Comparisons of children's cognitive representation of number: China, France, Japan, Korean, Sweden and the United States. *International Journal of Behavioral Development*, 17(3), 401-411. <https://doi.org/10.1177/016502549401700301>
- Mix, K. S., Sandhofer, C. M., Moore, J. A., & Russell, C. (2012). Acquisition of the cardinal word principle: The role of input. *Early Childhood Research Quarterly*, 27, 274-283. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ecresq.2011.10.003>

- Moeller, K., Zuber, J., Olsen, N., Nuerk, H.-C. & Willmes, K. (2015). Intransparent German number words complicate transcoding: A translingual comparison with Japanese. *Frontiers in Psychology*, 6, Article 740. <http://doi.org/10.3389/fpsyg.2015.00740>
- Moura, R., Wood, G., Pinheiro-Chagas, P., Lonnemann, J., Krinzinger, H., Willmes, K., & Haase, V. (2013). Transcoding abilities in typical and atypical mathematics achievers: the role of working memory, procedural and lexical competencies. *Journal of Experimental Child Psychology*, 116(3), 707-727. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2013.07.008>
- Mou, Y., Zhang, B., Piazza, M., & Hyde, D. C. (2021). Comparing set-to-number and number-to-set measures of cardinal number knowledge in preschool children using latent variable modeling. *Early Childhood Research Quarterly*, 54, 125-135. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2020.05.016>
- Mussolin, C., Nys, J., Leybaert, J., & Content, A. (2016). How approximate and exact number skills are related to each other across development: A review. *Developmental Review*, 39, 1-15. doi:10.1016/j.dr.2014.11.001
- Mutaf Yıldız, B., Sasanguie, D., De Smedt, B., & Reynvoet, B. (2018). Frequency of home numeracy activities is differentially related to basic number processing and calculation skills in kindergartners. *Frontiers in Psychology*, 9, Article 340. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2018.00340>
- Ngan Ng, S. S., & Rao, N. (2010). Chinese Number Words, Culture, and Mathematics Learning. *Review of Educational Research*, 80(2), 180-206. <https://doi.org/10.3102/0034654310364764>
- Nguyen, V.N (2010). À la recherche de l'origine de la langue vietnamienne. *Synergies*, 2, 35-44.
- Nguyen, H. T. T., & Gregoire, J. (2014). When 5004 is said « Five Thousand Zero Hundred Remainder Four”. *Korean Society of Mathematical Education*, 18(2), 149-170.
- Nguyen, T., Watts, T. W., Duncan, G. J., Clements, D. H., Sarama, J. S., Wolfe, C., & Spitler, M. E. (2016). Which preschool mathematics competencies are most predictive of fifth grade achievement? *Early Childhood Research Quarterly*, 36, 550-560. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2016.02.003>
- Nogues, C. P., & Dorneles, B. V. (2021). Systematic review on the precursors of initial mathematical performance. *International Journal of Educational Research Open*, 2(2), 100035. <https://doi.org/10.1016/j.ijedro.2021.100035>
- Noël, M.-P., & Turconi, E. (1999). Assessing number transcoding in children. *European review of applied psychology*, 49(4), 295-304.

- Noël, M., Désert, M., Aubrun, A., & Seron, X. (2001). Involvement of short-term memory in complex mental calculation. *Memory & Cognition*, 29(1), 34-42. <https://doi.org/10.3758/BF03195738>
- Noël, M. (2009). Counting on working memory when learning to count and to add: A preschool study. *Developmental Psychology*, 45(6), 1630-1643. <https://doi.org/10.1037/a0016224>
- Noël, M., & Rousselle, L. (2011). Developmental changes in the profiles of dyscalculia : An explanation based on a double exact-and-approximate number representation model. *Frontiers in Human Neuroscience*. <https://doi.org/10.3389/fnhum.2011.00165>
- Noël, M., & Karagiannakis, G. (2020). *Dyscalculie et difficultés d'apprentissage en mathématiques: Guide pratique de prise en charge*. De Boeck.
- Ore, O. (1988). *Number theory and its history*. Retrieved from <https://books.google.be>
- Overmann, K. A. (2015). Numerosity structures the expression of quantity in lexical numbers and grammatical number. *Current Anthropology*, 56(5), 638-653. <https://doi.org/10.1086/683092>
- Paik, J. H., van Gelderen, L., Gonzales, M., de Jong, P. F., & Hayes, M. (2011). Cultural differences in early math skills among U.S., Taiwanese, Dutch, and Peruvian preschoolers. *International Journal of Early Years Education*, 19(2), 133-143. <https://doi.org/10.1080/09669760.2011.600276>
- Pan, Y., Gauvain, M., Liu, Z., & Cheng, L. (2006). American and chinese parental involvement in young children's mathematics learning. *Cognitive Development*, 21(1), 17-35. <https://doi.org/10.1016/j.cogdev.2005.08.001>
- Pauli P., Lutzenberger W., Rau H., Birbaumer N., Rickard T. C., Yaroush R. A., et al. (1994). Brain potentials during mental arithmetic: Effects of extensive practice and problem difficulty. *Brain Res. Cogn. Brain Res.*, 2, 21-29 [10.1016/0926-6410\(94\)90017-5](https://doi.org/10.1016/0926-6410(94)90017-5)
- Pham, X.N. (1998). *Culture for Development*. Hanoi: National Politics Publishing House.
- PISA OECD Publishing (2014). What Students Know and Can Do—Student Performance in Mathematics, Reading, and Science; (1), 47-48. Available from: <https://www.oecd.org/pisa/keyfindings/pisa-2012-results-volume-I.pdf>
- Piazza M. (2010). Neurocognitive start-up tools for symbolic number representations. *Trends in cognitive sciences*, 14(12), 542-551. <https://doi.org/10.1016/j.tics.2010.09.008>
- Pixner, S., Zuber, J., Heřmanová, V., Kaufmann, L., Nuerk, H., & Moeller, K. (2011). One language, two number-word systems and many problems: Numerical cognition in the czech language. *Research in Developmental Disabilities*, 32(6), 2683-2689. <https://doi.org/10.1016/j.ridd.2011.06.004>
- Potter, M. C., & Levy, E. I. (1968). Spatial enumeration without counting. *Child Development*, 39(1), 265-272. <https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.1968.tb04424.x>

- Power, R. J., & Dal Martello, M. F. (1990). The dictation of Italian numerals. *Language and Cognitive Processes* 5(3), 237-254. <https://doi.org/10.1080/01690969008402106>
- Power, R. J., & Dal Martello, M. F. (1997). From 834 to eighty thirty four: The reading of Arabic numerals by 7-year-old children. *Mathematical Cognition*, 3(1), 63-85. <https://doi.org/10.1080/135467997387489>
- Raghubar, K. P., Barnes, M. A., & Hecht, S. A. (2010). Working memory and mathematics: A review of developmental, individual difference, and cognitive approaches. *Learning and Individual Differences*, 20(2), 110-122. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2009.10.005>
- Ramani, G.B. & Siegler, R.S. (2008). Promoting Broad and Stable Improvements in Low-Income Children's Numerical Knowledge Through Playing Number Board Games. *Child Development*, 79(2), 375-394. <https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2007.01131.x>
- Reigosa-Crespo, V., González-Alemañy, E., León, T., Torres, R., Mosquera, R., & Valdés-Sosa, M. (2013). Numerical capacities as domain-specific predictors beyond early mathematics learning: A longitudinal study. *PloS One*, 8(11), e79711-e79711. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0079711>
- Rodic, M., Zhou, X., Tikhomirova, T., Wei, W., Malykh, S., Ismatulina, V., Sabirova, E., Davidova, Y., Tosto, M. G., Lemelin, J.-P., & Kovas, Y. (2015). Cross-cultural investigation into cognitive underpinnings of individual differences in early arithmetic. *Developmental Science*, 18(1), 165-174. <https://doi.org/10.1111/desc.12204>
- Rodic, M., Cui, J., Malykh, S., Zhou, X., Gynku, E. I., Bogdanova, E. L., Zueva, D. Y., Bogdanova, O. Y., & Kovas, Y. (2018). Cognition, emotion, and arithmetic in primary school: A cross-cultural investigation. *British Journal of Developmental Psychology*, 36(2), 255-276. <https://doi.org/10.1111/bjdp.12248>
- Rousselle, L., Palmers, E., & Noël, M. (2004). Magnitude comparison in preschoolers: What counts? influence of perceptual variables. *Journal of Experimental Child Psychology*, <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2003.10.005>
- Rousselle, L., Noël, M.-P. (2007). Basic numerical skills in children with mathematics learning disabilities: A comparison of symbolic versus non-symbolic number magnitude processing. *Cognition*, 102, 361-395.
- Rousselle, L., Dembour, G., & Noël, M. (2013). Magnitude representations in williams syndrome: Differential acuity in time, space and number processing. *Plos One*, 8(8), e72621. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0072621>
- Różycka-Tran, J., Ha, T. T. K., Cieciuch, J., & Schwartz, S. H. (2017). Universals and specifics of the structure and hierarchy of basic human values in vietnam. *Health Psychology Report*, 3(3), 193-204. <https://doi.org/10.5114/hpr.2017.65857>

- Saad, L. (2010). *Transcodage des nombres chez l'enfant : approche développementale, inter-linguistique et différentielle* (Dissertation Thesis, Université de Bourgogne). Retrieved from : <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00567653>
- Saxton, M., & Towse, J. N. (1998). Linguistic relativity: The case of place value in multi-digit numbers. *Journal of Experimental Child Psychology*, 69(1), 66-79. <https://doi.org/10.1006/jecp.1998.2437>
- Sasanguie, D., Göbel, S. M., Moll, K., Smets, K., & Reynvoet, B. (2013). Approximate number sense, symbolic number processing, or number–space mappings: What underlies mathematics achievement? *Journal of Experimental Child Psychology*, 114(3), 418-431. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2012.10.012>
- Sarnecka, B. W., Kamenskaya, V. G., Yamana, Y., Ogura, T., & Yudovina, Y. B. (2007). From grammatical number to exact numbers: Early meanings of ‘one’, ‘two’, and ‘three’ in english, russian, and japanese. *Cognitive Psychology*, 55(2), 136-168. doi:10.1016/j.cogpsych.2006.09.001
- Sarnecka, B. W., & Carey, S. (2008). How counting represents number: What children must learn and when they learn it. *Cognition*, 108(3), 662-674. <https://doi.org/10.1016/j.cognition.2008.05.007>
- Scalise, N. R., & Ramani, G. B. (2021). Symbolic Magnitude Understanding Predicts Preschoolers’ Later Addition Skills. *Journal of Cognition and Development*, 1-18. <https://doi.org/10.1080/15248372.2021.1888732>
- Schwartz, D., Gorman, A. H., Nakamoto, J., & McKay, T. (2006). Popularity, social acceptance, and aggression in adolescent peer groups: Links with academic performance and school attendance. *Developmental Psychology*, 42(6), 1116-1127. <https://doi.org/10.1037/0012-1649.42.6.1116>
- Schaeffer, B., Eggleston, V. H., & Scott, J. L. (1974). Number development in young children. *Cognitive Psychology*, 6(3), 357-379. [https://doi.org/10.1016/0010-0285\(74\)90017-6](https://doi.org/10.1016/0010-0285(74)90017-6)
- Schneider, M., & Preckel, F. (2017). Variables associated with achievement in higher education: A systematic review of meta-analyses. *Psychological Bulletin*, 143(6), 565-600. <https://doi.org/10.1037/bul0000098>
- Schwartz, S. H. (2006). Les valeurs de base de la personne : Théorie, mesures et applications. *Revue Française De Sociologie*, 47(4), 929-968. <https://doi.org/10.3917/rfs.474.0929>
- Secada, W.G., Fuson, K.C., & Hall, J. (1983). The transition from counting-all to counting-on in addition. *Journal for Research in Mathematics Education*, 14, 47-57. <https://www.jstor.org/stable/748796>
- Sella, F., Lucangeli, D., & Zorzi, M. (2018). Spatial and verbal routes to number comparison in young children. *Frontiers in Psychology*, 9, 776-776. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2018.00776>

- Selin, H. (2013). *Parenting across cultures: Childrearing, motherhood and fatherhood in non-western cultures*. Springer.
- Seron, X., & Fayol, M. (1994). Number transcoding in children: A functional analysis. *British Journal of Developmental Psychology*, 12(3), 281-300. <https://doi.org/10.1111/j.2044-835X.1994.tb00635.x>
- Shrager, J., & Siegler, R. S. (1998). SCADS: A model of children's strategy choices and strategy discoveries. *Psychological Science*, 9(5), 405-410. <https://doi.org/10.1111/1467-9280.00076>
- Siegler, R. S., & Robinson, M. (1982). The development of numerical understanding. *Advances in child development and behavior*, 16, 241-312. [https://doi.org/10.1016/s0065-2407\(08\)60072-5](https://doi.org/10.1016/s0065-2407(08)60072-5)
- Siegler, R. S., & Shrager, J. (1984). Strategy choices in addition and subtraction: How do children know what to do? In C. Sophian (Ed.), *Origins of cognitive skills* (pp. 229-293). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Siegler, R. S. (1987). The perils of averaging data over strategies: An example from children's addition. *Journal of Experimental Psychology: General*, 116, 250-264.
- Siegler, R. S., & Shipley, C. (1995). *Variation, selection, and cognitive change*. In T. J. Simon & G. S. Halford (Eds.), *Developing cognitive competence: New approaches to process modeling* (pp. 31-76). Lawrence Erlbaum.
- Siegler, R. S. (1996). *Emerging minds: The process of change in children's thinking*. Oxford University Press.
- Siegler, R. S. (2016). Magnitude knowledge: The common core of numerical development. *Developmental Science*, 19(3), 341-361. <https://doi.org/10.1111/desc.12395>
- Siegler, R.S., Thompson, C.A., & Schneider, M. (2011). An integrated theory of whole number and fractions development. *Cognitive Psychology*, 62, 273-296. <https://doi.org/10.1016/j.cogpsych.2011.03.001>
- Siegler, R. S., & Braithwaite, D. W. (2017). Numerical Development. *Annual Review of Psychology*, 68(1), 187-213. <https://doi.org/10.1146/annurev-psych-010416-044101>
- Siegler, R. S., & Ramani, G. B. (2008). Playing linear numerical board games promotes low-income children's numerical development. *Developmental Science*, 11(5), 655-661. <https://doi.org/10.1111/j.1467-7687.2008.00714.x>
- Simons & Charles D. Fennig (Eds.). (2021). *Ethnologue: Languages of the World*. (24th ed.). Dallas, Texas: SIL International. <https://www.ethnologue.com/>
- Shusterman, A., Slusser, E., Halberda, J., & Odic, D. (2016). Acquisition of the cardinal principle coincides with improvement in approximate number system acuity in preschoolers. *PLoS ONE*, 11(4), Article e0153072. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0153072>

- Skwarchuk, S.-L., Sowinski, C., & LeFevre, J.-A. (2014). Formal and informal home learning activities in relation to children's early numeracy and literacy skills: The development of a home numeracy model. *Journal of Experimental Child Psychology*, 121, 63-84. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2013.11.006>
- Starkey, P., & Gelman, R. (1982). *The development of addition and subtraction abilities prior to formal schooling in arithmetic*. In T. P. Carpenter, J. M. Moser, & T. A. Romberg (Eds.), *Addition and subtraction: A cognitive perspective* (pp. 99-116). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Stazyk, E. H., Ashcraft, M. H., & Hamann, M. S. (1982). A network approach to mental multiplication. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 8(4), 320-335. <https://doi.org/10.1037/0278-7393.8.4.320>
- Stock, P., Desoete, A., & Roeyers, H. (2009). Predicting Arithmetic Abilities: The Role of Preparatory Arithmetic Markers and Intelligence. *Journal of Psychoeducational Assessment*, 27(3), 237-251. <https://doi.org/10.1177/0734282908330587>
- Sullivan, J., & Barner, D. (2014). Inference and association in children's early numerical estimation. *Child Development*, 85(4), 1740-1755. <https://doi.org/10.1111/cdev.12211>
- Sun, W., & Zhang, J. Y. (2001). Teaching addition and subtraction facts. A Chinese perspective. *Teaching Children Mathematics*, 8(1), 28-31.
- Szűcs, D., & Myers, T. (2017). A critical analysis of design, facts, bias and inference in the approximate number system training literature: A systematic review. *Trends Neurosci. Educ.*, 6, 187-203. <https://doi.org/10.1016/j.tine.2016.11.002>
- Szkudlarek, E., & Brannon, E. M. (2017). Does the approximate number system serve as a foundation for symbolic mathematics? *Language Learning and Development*, 13(2), 171-190. <https://doi.org/10.1080/15475441.2016.1263573>
- Tang, G. (2007). Cross-Linguistic Analysis of Vietnamese and English with Implications for Vietnamese Language Acquisition and Maintenance in the United States. *Journal of Southeast Asian American Education and Advancement*. 2(1), Article 3. <https://doi.org/10.7771/2153-8999.1085>
- Thevenot, C., Dewi, J., Bagnoud, J., Wolfer, P., Fayol, M., & Castel, C. (2020). The use of automated procedures by older adults with high arithmetic skills during addition problem solving. *Psychology and Aging*, 35(3), 411-420. <https://doi.org/10.1037/pag0000431>
- Thevenot, C., & Fayol, M. (2018). Les activités numériques : Des premières intuitions à la résolution de problèmes. In *Dessiner, lire, écrire, calculer : un regard neuf* (pp. 255-315).
- Uittenhove, K., Thevenot, C., & Barrouillet, P. (2016). Fast automated counting procedures in addition problem solving: When are they used and why are they mistaken for retrieval? *Cognition*, 146, 289-303. <https://doi.org/10.1016/j.cognition.2015.10.008>

-
- UNESCO (2003). Language Vitality and Endangerment. http://www.unesco.org/new/fileadmin/MULTIMEDIA/HQ/CI/CI/pdf/unesco_language_vitaly_and_endangerment_methodological_guideline.pdf
- Van Beek, L., Ghesquière, P., De Smedt, B., & Lagae, L. (2014). The arithmetic problem size effect in children: an event-related potential study. *Frontiers in human neuroscience*, 8, 756. <https://doi.org/10.3389/fnhum.2014.00756>
- Vanbinst, K., Ghesquière, P., & Smedt, B. (2012). Numerical magnitude representations and individual differences in children's arithmetic strategy use, *Mind, Brain and Education* *Mind, Brain, and Education*, 6(3), 129-136. <https://doi.org/10.1111/j.1751-228X.2012.01148.x>
- Vanbinst, K., Ansari, D., Ghesquière, P., & De Smedt, B. (2016). Symbolic numerical magnitude processing is as important to arithmetic as phonological awareness is to reading. *PloS One*, 11(3), e0151045-e0151045. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0151045>
- Van Luit, J.E.H., & Van de Rijt, B.A.M. (2009). *Utrechtse getalbegrip toets – Revised* [Early numeracy test – Revised]. Doetinchem, The Netherlands: Graviant.
- Van Nieuwenhoven, C., Grégoire, J., & Noël, M-P. (2005). *Tédi-Math. Test diagnostique des compétences de base en mathématique*. Paris: Editions du centre de psychologie appliquée.
- Van Rinsveld, A., & Schiltz, C. (2016). Sixty-twelve = Seventy-two? A cross-linguistic comparison of children's number transcoding. *British Journal of Developmental Psychology*, 34(3), 461-468. <http://doi.org/10.1111/bjdp.12151>
- Vasilyeva, M., Laski, E. V., Ermakova, A., Lai, W. F., Jeong, Y., and Hachigian, A. (2015). Reexamining the language account of cross-national differences in base-10 number representations. *J. Exp. Child Psychol.* 129, 12-25. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jecp.2014.08.004>.
- Verguts, T., & Fias, W. (2006). Lexical and syntactic structures in a connectionist model of reading multidigit numbers. *Connection Science*, 18(3), 265-283. <https://doi.org/10.1080/09540090600639396>
- Wang, J., Lin, E. (2009). A meta-analysis of comparative studies on Chinese and US students' mathematics performance: Implications for mathematics education reform and research. *Educational Research Review*. 4(3), 177-195. doi: 10.1016/j.edurev.2009.06.003
- Wechsler, D. (2001). *Wechsler Individual Achievement Test–II– Abbreviated*. San Antonio, TX: The Psychological Corporation, Harcourt Brace.
- Wechsler, D. (2012). *WPPSI-IV: Wechsler preschool and primary scale of intelligence -- fourth edition*. Bloomington, MN: Pearson.

- Wei, W., Guo, L., Georgiou, G. K., Tavouktsoglou, A., & Deng, C. (2018). Different subcomponents of executive functioning predict different growth parameters in mathematics: Evidence from a 4-year longitudinal study with chinese children. *Frontiers in Psychology*, 9, 1037-1037. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2018.01037>
- Wong, T. T. Y., & Ho, C. S.-H. (2017). Component processes in arithmetic word-problem solving and their correlates. *Journal of Educational Psychology*, 109(4), 520-531. <https://doi.org/10.1037/edu0000149>
- Wynn, K. (1990). Children's understanding of counting. *Cognition*, 36(2), 155-155. [https://doi.org/10.1016/0010-0277\(90\)90003-3](https://doi.org/10.1016/0010-0277(90)90003-3)
- Wynn, K. (1992). Children's acquisition of the number words and the counting system. *Cognitive Psychology*, 24(2), 220-251. [https://doi.org/10.1016/0010-0285\(92\)90008-Pa](https://doi.org/10.1016/0010-0285(92)90008-Pa)
- Xenidou-Dervou, I., De Smedt, B., van der Schoot, M., & van Lieshout, E. C. D. M. (2013). Individual differences in kindergarten math achievement: The integrative roles of approximation skills and working memory. *Learning and Individual Differences*, 28, 119-129. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2013.09.012>
- Xenidou-Dervou, I., Molenaar, D., Ansari, D., van der Schoot, M., & van Lieshout, E. C. D. M. (2017). Nonsymbolic and symbolic magnitude comparison skills as longitudinal predictors of mathematical achievement. *Learning and Instruction*, 50, 1-13. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2016.11.001>
- Xenidou-Dervou, I., Van Luit, J. E. H., Kroesbergen, E. H., Friso-van den Bos, I., Jonkman, L. M., van der Schoot, M., & van Lieshout, E. C. D. M. (2018). Cognitive predictors of children's development in mathematics achievement: A latent growth modeling approach. *Developmental Science*, 21(6), e12671. <https://doi.org/10.1111/desc.12671>
- Xu, F., & Spelke, E. S. (2000). Large number discrimination in 6-month-old infants. *Cognition*, 74(1), B1-B11. [https://doi.org/10.1016/S0010-0277\(99\)00066-9](https://doi.org/10.1016/S0010-0277(99)00066-9)
- Xu, C., & Lefevre, J.-A. (2018). Cross-cultural comparisons of young children's early numeracy performance: effects of an explicit midpoint on number line performance for canadian and chinese-canadian children. *Bordón. Revista de Pedagogía*, 70(3), 131. <https://doi.org/10.13042/Bordon.2018.60966>
- Zuber, J., Pixner, S., Moeller, K., and Nuerk, H.-C. (2009). On the language specificity of basic number processing: transcoding in a language with inversion and its relation to working memory capacity. *Journal of Experimental Child Psychology*, 102, 60-77. <http://doi.org/10.1016/j.jecp.2008.04.003>

Appendices

Appendix A

Supplementary results related to chapter 2

1. Preliminary analysis of addition task

1.1 Response time

The RT was analyzed for CRs only (i.e., 1937/2512 answers) (Table 1). The median RT for the 16 trials of the addition task was 3.35 seconds. The median RT for the double problems (5 trials : 3 + 3, 4 + 4, 5 + 5, 6 + 6, 7 + 7) was 1.67 seconds. The median RT for the non-double problems (2 + 4, 2 + 6, 3 + 7, 3 + 9, 5 + 9) was 4.69 seconds.

The paired-samples *t*-tests showed that the RT on double problems ($M = 4.31$; $SD = 3.91$) was lower than the RT on non-double problems ($M = 7.01$; $SD = 5.63$), $t(156) = -7.19$, $p < .001$, $d = .56$.

Table 1. Description result of response time in addition task

Trial	<i>N</i>	Minimum	Maximum	Median	Mean	SD
3 + 3	156	0.66	15.12	1.42	1.92	1.59
4 + 4	157	0.75	17.97	1.38	2.02	1.87
5 + 5	157	0.63	7.49	1.35	1.66	0.98
2 + 4	153	0.79	24.13	2.79	3.55	2.89
2 + 6	148	1.03	24.32	3.76	4.17	3.46
3 + 7	142	0.78	47.29	4.8	5.07	5.74
6 + 6	112	0.00	72.30	6.18	9.76	11.62
7 + 7	110	0.95	68.56	6.24	10.74	13.39
3 + 9	121	1.18	69.85	10.53	9.33	9.97
5 + 9	116	1.01	90.99	5.43	14.24	15.11
5 + 13	134	0.00	61.12	4.28	9.41	10.48
2 + 14	135	0.00	67.24	4.75	6.69	7.70
3 + 16	131	0.83	35.89	4.75	6.94	6.30
7 + 15	56	1.59	69.65	9.78	13.14	12.24
9 + 14	51	1.42	52.53	11.51	14.70	12.03
7 + 18	58	1.02	64.19	9.99	12.45	10.57

1.2 Performance on double and non-double problems

The paired-samples *t*-tests showed that the performance on double problems ($M = 4.24$; $SD = 0.81$) did not higher than the performance on non-double problems ($M = 4.33$; $SD = 0.96$), $t(156) = 0.16$, $p = .869$, $d = .10$.

1.3 Strategy and type of support on double and no double problems

The paired-samples *t*-tests showed that the strategy use and type of support on double (5 trials : 3 + 3, 4 + 4, 5 + 5, 6 + 6, 7 + 7) and non-double (2 + 4, 2 + 6, 3 + 7, 3 + 9, 5 + 9) problems differed significantly (see Table 2). Double problems were solved by the recall strategy more than non-double problems. In contrast, finger counting and verbal strategies were used more for non-double problems than for double problems.

Table 2. Analysis of strategy and support type by double and no double problems

	Mean $\pm$ SD		Paired-sample <i>t</i> -tests
	Double	Non double	
Strategies			
Recall	3.44 $\pm$ 1.24	1.98 $\pm$ 1.63	$t(156) = 13.82; p < .001, d = 1.01$
Decomposition	0.08 $\pm$ 0.34	0.23 $\pm$ 0.62	$t(156) = -3.32; p = .001, d = 0.3$
Finger looking	0.12 $\pm$ 0.54	0.34 $\pm$ 0.84	$t(156) = -3.92; p < .001, d = 0.31$
Not identified	0.19 $\pm$ 0.53	0.41 $\pm$ 0.86	$t(156) = -3.44; p = .001, d = 0.31$
Count min	—	0.56 $\pm$ 1.05	—
Count on	0.26 $\pm$ 0.56	0.26 $\pm$ 0.73	$t(156) = 0.00; p = 1.00, d = 0$
Count all	0.51 $\pm$ 0.88	1.01 $\pm$ 1.50	$t(156) = -6.09; p < .001, d = 0.41$
Support type			
Mental	3.76 $\pm$ 1.25	1.25 $\pm$ 1.82	$t(156) = 9.91; p < .001, d = 1.61$
Verbal	0.16 $\pm$ 0.49	0.50 $\pm$ 0.95	$t(156) = -4.92; p < .001, d = 0.45$
Finger + Verbal	0.67 $\pm$ 1.03	0.96 $\pm$ 1.46	$t(156) = -3.42; p = .001, d = 0.23$
Finger	0.41 $\pm$ 0.86	0.89 $\pm$ 1.41	$t(156) = -5.09; p < .001, d = 0.41$

2. Regressions analyses

First, the performance on the seven numerical tasks (counting, advanced counting, enumeration, Give-N, NW-Comparison, collection comparison, approximate addition) was introduced as the independent variables in the regression analyses by using a stepwise method for selecting the best combination; each outcome from the arithmetic measures (i.e., accuracy, RT, strategy score, calculation fluency, and each strategy) was separately introduced as the dependent variable.

To further determine the strength of the relationship between preschool numerical skills and first-grade outcomes, we used the analytical approach of Hawes et al. (2019) by conducting similar analyses to those mentioned above but now including cognitive control variables (reasoning and digit span) or the child's gender (coded 0 for a girl, 1 for boy), by using the enter method.

2.1 Preschool numerical skills and first-grade arithmetic outcomes

Table 3 shows the multiple linear regression models for primary arithmetic outcomes. *Arithmetic accuracy*. The best regression model for arithmetic accuracy included two

predictors that explained 19.1 % of the variance, $F(2, 154) = 18.59, p < 0.001$ (Table 3): Advanced counting (accounting for 15.1% of the variance) and Give-N (which added 4.4% of the variance explained).

RT. RT was better predicted by Advanced counting, which predicted 4.9% variance, $F(1, 155) = 7.96, p = 0.005$. The negative sign of the Beta coefficients of Advanced counting ($\beta = -.221$) indicates that preschoolers who performed lower in the Advanced counting task tended to take more time in addition-solving two years later.

Strategy score. The strategy score was best predicted by Counting, Advanced counting, and Collection comparison, which predicted 23% variance of the strategy score, $F(3, 153) = 15.28, p < .001$ (Table 3). Counting accounted for 15.1% of the variance, and adding advanced counting and collection comparison explained 4.2% and 3.8% more of the variance, respectively. Thus, both aspects of counting ability (acquisition and elaboration of NW sequence) and the non-symbolic magnitude at preschool predicted later sophistication of strategy use.

Calculation fluency. The best regression models for calculation fluency were Counting and Give-N, which explained 15.4% of the fluency calculations' variance, $F(2, 154) = 13.94, p < .001$.

Table 3. Regression for first-grade arithmetic outcomes from preschoolers' numerical skills

Predictors	β	t	p	ΔR^2
Accuracy				
Advan-Count	.325	4.30	.000	.151
Give-N	.219	2.89	.004	.044
RT				
Advan-Count	-.221	-2.11	.005	.049
Strategy score				
Count	.226	2.70	.008	.151
Advan-Count	.239	2.90	.004	.042
Collection-Comp	.200	2.76	.007	.038
Calculation fluency				
Count	.229	2.85	.005	.101
Give-N	.232	2.84	.005	.053

2.2 Preschool numerical skills and first-grade arithmetic outcomes and covariates

Following Hawes et al. (2019)'s method, we calculated regressions with the numerical skills at T1, entered by using the stepwise method (similar to above) but now adding the cognitive control variables or the child's gender by using the enter method. The control variables were used when those that showed a significant correlation with the dependent variable were considered (i.e., Reasoning and digit span for accuracy and strategy score; gender for RT and strategy score; and reasoning for calculation fluency [Table 4]).

In Table 4, arithmetic accuracy was still predicted by Advanced counting but not by Give-N. Reasoning and digit span were significant predictors and explained 12.5% of the arithmetic accuracy variance, $F(4, 152) = 17.82, p < .001$. When introducing gender in the

analysis predicting RT, Advanced counting remained a significant predictor, and gender accounted for another 5.1% of the variance, $F(2, 154) = 7.60, p = .001$.

The strategy score was still predicted by Counting, Advanced counting, and Collection comparison, and reasoning and digit span were two significant supplementary predictors, but gender was not. These cognitive variables accounted for another 9.1% of the variance, $F(6, 150) = 11.85, p < .001$.

For calculation fluency, both numerical variables (Counting and Give-N) remained significant after controlling for IQ, $F(3, 153) = 10.23, p < .000$, which did add a significant amount of explained variance.

Table 4. Regression for first-grade outcomes (in bold) of preschool numerical skills, cognitive abilities, and gender

Variables	β	t	p	ΔR^2
Arithmetic accuracy				
Advan-Count	.250	3.51	.001	.151
Give-N	.106	1.43	.153	.044
Reasoning	.254	3.61	.000	.125
Digit span	.227	3.05	.003	
RT				
Advan-Count	-.199	-2.57	.011	.049
Gender	-.204	-2.64	.009	.051
Strategy score				
Count	.161	1.96	.051	.151
Advan-Count	.134	1.67	.031	.042
Collection-Comp	.189	2.72	.002	.038
Reasoning	.219	3.07	.005	
Digit span	.212	2.87	.018	.091
Gender	.136	1.96	.075	
Calculation fluency				
Count	.223	2.83	.005	.101
Give-N	.223	2.84	.005	.053
Reasoning	.122	1.59	.113	.014

3. Prediction for each strategy

Finally, we examined which numerical predictor contributed to explaining the frequency of using each of the main solving strategies by considering the most sophisticated strategies, retrieval, decomposition, and the intermediate strategies, namely, counting on or min and the immature counting-all strategy. Again, multiple linear stepwise regression analyses were conducted.

3.1 Preschool numerical skills and first-grade addition strategy

In Table 5, the best set of predictors of retrieval frequency was Counting and Approximate Addition, $F(2, 154) = 10.58, p < .001$. The best regression models of decomposition frequency were Collection Comparison and Advanced counting, $F(2, 154) = 6.37, p = .002$. Advanced counting predicted the frequency of use of counting-on/min, $F(1, 155) = 16.29, p = .000$. Finally, the counting-all strategy frequency was best predicted by Advanced

counting, $F(1, 155) = 10.01, p = .002$, with preschoolers with low-advanced counting ability tending to use more frequently the immature counting-all strategy in arithmetic two years later.

Table 5. Regression for first-grade addition strategies (in bold) from preschool numerical skills

Predictors	β	t	p	ΔR^2
Retrieval				
Count	.256	3.34	.001	.083
Appo-Add	.197	2.57	.011	.038
Decomposition				
Collection-Comp	.207	2.66	.009	.050
Advan-Count	.165	2.12	.036	.027
Counting on/min				
Advan-Count	.267	3.36	.001	.095
Counting all				
Advan-Count	-.246	-3.16	.002	.095

3.2 Preschool numerical skills, first-grade addition strategy, and covariates

Similar analyses were then conducted but now with the addition (using the enter method) of control variables that correlated with the strategies (i.e., reasoning and digit span for retrieval, digit span for counting-on/min strategy, and gender for retrieval and counting-all strategy; no further analyses for the decomposition strategy were considered because none of these variables significantly correlated with it). In Table 4, all numerical variables remained significant in each model. Furthermore, gender significantly predicted both retrieval (with boys tending to use more retrieval) and counting all (with girls tending to use more counting all).

Table 4. Regression for first-grade addition strategy (in bold) from preschool numerical skills, cognitive abilities, and gender.

Predictors	β	t	p	ΔR^2
Retrieval				
Count	.189	2.44	.016	.083
Appro-Add	.168	2.16	.032	.038
IQ	.137	1.76	.081	
Digit Span	.142	1.77	.079	.071
Gender	.173	2.32	.022	
Count on/min				
Advan-Count	.267	3.36	.001	.095
Digit span	.135	1.72	.088	.017
Count all				
Advan-Count	-.228	-2.95	.004	.061
Gender	-.165	-2.13	.034	.028

Appendix B

Prediction of transcoding error related to chapter 5

Our study also aims to determine whether predictors from previous transcoding frameworks could predict transcoding error. To that aim, the data from the number dictation task was analyzed using Generalized Linear mixed-effect models (GLMMs). These models are robust: they manage hierarchical data with nested effects and are less sensitive to the presence of missing data than traditional analyses (Field, 2018). The analysis was run aiming to predict the occurrence of lexical errors and syntactic errors. In each of these analyses, we started from a model that included two random effects: the participant and the trial; then, the predictors (fixed effects) were added. These data were run on 5302 data-points corresponding to 22 trials x 241 participants, including 321 missing data points. Each data-point was nested within ID (i.e., the participant) and trial (i.e., the item).

Table 1 present the outcomes, predictors, and results of the five GLMMs model.

As expected, both ID and Trial were significant predictors in all the analyses, indicating that the lexical and syntactic errors randomly varied with the participants and the trials.

The first outcome variable was the presence of lexical error (1: lexical error; 0: no lexical error). The first model included only factors based on the ADAPT model: the length of the dictated number (i.e., Syllables), the number of required form retrievals from LTM (i.e., PV), and the language (see chapter 5, table 3). Results on Model 1 showed that syllabic length and language were significant predictors but not PV.

Vietnamese and French were very different in the class of PV. The storage cost of lexicon primitives varies from one to the other (Dehaene & Mehler, 1992). Although this is not specified in the ADAPT model, we predict that identifying a lexical primitive from the class of units is less costly than identifying a lexical primitive from the class of teens, themselves less costly than a lexical primitive from the class of tens. Consequently, we created the variable ClassPV, whose value is 1 if it is a primitive from the class of units, 2 if it belongs to the class of teens for French or if it requires to press both units for DU structures in Vietnamese (1 for D + 1 for U), 3 if it belongs to the class of tens, and 4 if the number transcoding requires to process both a decade and a unit (3 + 1). We found that this new variable (ClassPV) on Model 2 was significant, and the syllable effect remained significant. However, the language was no longer significant, indicating that all the differences in terms of lexical errors produced by French and Vietnamese-speaking children were accounted for by the differences in the syllabic length and primitives lexical class.

Table 1. Generalized Linear Mixed Models results for the lexical and syntactic error of transcoding

Models	Factors	Beta	SE	Z	t	p
Model 1	ADAPT for lexical error					
	ID	2.796	0.390	7.176		< .001
	Trial	0.506	0.213	2.380		.017
	Syllables	-0.694	0.1645		-4.221	< .001
	PV	0.235	0.2703		0.870	.384
	Language	-2.319	0.3043		-7.622	< .001
Model 2	Model 1 + Class PV for Lexical error					
	ID	2.850	0.396	7.191		< .001
	Trial list	0.455	0.195	2.336		.020
	Syllables	-0.525	0.1685		-3.114	.002
	PV	-0.720	0.3793		-1.899	.058
	Language	-0.637	0.5607		-1.137	.256
Model 3	ADAPT for Syntactic error					
	ID	3.355	0.477	7.000		< .001
	Trial	0.507	0.233	2.175		.030
	Rule	-1.261	0.339		-1.926	< .001
	Language	-1.608	0.566		-2.718	.005
	ClassPV	-0.870	0.2445		-3.558	< .001
Model 4	Power & Dal Martello (PDM) for Syntactic error					
	ID	3.355	0.479	7.003		< .001
	Trial	0.721	0.314	2.295		.022
	Add	1.373	0.378		3.631	< .001
	Mul	0.491	0.367		1.336	.182
	Language	-0.837	0.497		-1.683	.092
Model 5	Both ADAPT & PDM for syntactic error					
	ID	3.352	0.479	7.000		< .001
	Trial	0.506	0.239	2.117		.034
	Rule	-0.941	0.425		-2.213	.027
	Add	0.535	0.447		1.198	.231
	Language	-1.138	0.589		-2.340	.019

Note. Coefficients: Z for random effects (ID and Trial), t for fixed effects (Syllables, PV, Language, Add, Mul). Language (0: French; 1: Vietnamese); Syllables (Continuous variable, ranging from 1 syllable for U to 4 syllables for DU number); Primitives verbal (PV), binomial variable (1: 1 PV; 2: 2 PV); Rule, continuous variable (1 rule for Unit in Vietnamese and French; 1 also for Teen in French; 2 rules for D & DU in French; 3 rules for T, D, DU in Vietnamese); Class of primitives verbal (ClassPV), continuous variable (1: PV on Unit class; 2: PV on Teen class; 3: PV on Decades class; 4: PV on both Unit and Decades class); Additive composition syntax (Add), binomial variable (1: additive composition; 0: none); Multiplicative composition syntax (Mul), binomial variable (1: multiplicative composition; 0: none).

The second outcome variable was the presence of syntactic errors (1: syntactic error; 0: no syntactic error). ADAPT predicts that algorithmic transcoding failure should result in syntactic errors (Barrouillet et al., 2004). Accordingly, model 3 (Table 1) was run with the number of rules (i.e., Procedures required) as a fixed effect, plus language. All the random and fixed effects were significant. Based on the semantic model (Power & Dal Martello, 1990), we expect that the additive and multiplicative relationship predicts syntactic error. The further model was run with the two same random effects as previously mentioned (ID and Trial), and additive and multiplicative were thus added to the model as the fixed effect. Model

4 showed that the model includes ID, Trial, and additive relationship were a significant predictor of syntactic error, while the language and multiplicative relationship were not.

In resume, rule (from ADAPT model) and add (from Power and Dal Martello model) predict syntactic error. To examine which model (semantic or asemanic) allows predicting our empirical data's syntactic error, the final model included both rule and add as a significant predictor of previous models 3 and 4, plus the language as fixed effects, ID and Trial were always entered as random effects. Model 5 show that add ($p = 0.231$) was not a significant predictor, while rule and language were significant predictors ($p = 0.027$). This result supports the asemanic model (ADAPT) that predict syntactic error rather than the semantic model proposed by Power and Dal Martello (1997).

Appendix C

Repère de développement de comptage et de cardinalité

Tableau 1. Repère de développement de comptage. Pourcentage cumulé en fonction des classes d'âge (en mois)

Compter jusqu'à	42-47	48-53	54-59	60-64
5	100	100	99.3	100
10	88	93	97.7	98.7
15	60	76.8	80.3	93.5
20	32	53.6	59.1	75.3
25	4	37.5	37.8	48.1
30	4	14.3	24.4	28.6
35	0	14.3	18.9	23.4
40	0	14.3	16.6	20.8
45	0	14.3	15	20.8
50	0	10.7	13.4	19.5

Table 2. Repère de développement de la compréhension de la valeur cardinale des mot-nombres. Pourcentage cumulé en fonction des classes d'âge (en mois)

Mot nombre	42-47	48-53	54-59	60-64
1	57.1	96.4	97.7	97.4
2	25.0	87.5	89.1	94.8
3	17.9	71.4	76.0	90.9
4	21.4	60.7	68.2	89.6
5	7.1	50.0	58.9	85.7
6	3.6	46.4	52.7	80.5